Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/

Том 8, №2 (2016) http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol8-2

URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/129TVN216.pdf

DOI: 10.15862/129TVN216 (http://dx.doi.org/10.15862/129TVN216)

Статья опубликована 16.05.2016.

Ссылка для цитирования этой статьи:
Бадалян Н.П., Чащин Е.А., Балашова С.А. Коррекция установившегося режима электроэнергетической системы сочетанием теоремы Телледжена и декомпозиции-диакоптики // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №2 (2016) http://naukovedenie.ru/PDF/129TVN216.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/129TVN216

УДК 621.3

Бадалян Норайр Петикович
ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых», Россия, Владимир[1]
Профессор кафедры «Электрооборудования»
Доктор технических наук, доцент
E-mail: norayrbadalyan@mail.ru

Чащин Евгений Анатольевич
ФГБОУ ВПО «Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева», Россия, Ковров
Заведующий кафедрой «Электротехники»
Кандидат технических наук, доцент
E-mail: kanircha@list.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=42261

Балашова Светлана Александровна
ОАО «ВНИИ «Сигнал», Россия, г. Ковров[2]
Начальник лаборатории надежности
Кандидат технических наук
E-mail: balashovasveta@list.ru

Коррекция установившегося режима электроэнергетической системы сочетанием теоремы Телледжена и декомпозиции-диакоптики

Аннотация. Расчет установившегося режима работы электроэнергетических систем является основой для решения множества эксплуатационных задач, таких как определение рациональных режимов эксплуатации и дальнейшего развития электроэнергетической системы, получение достоверно-прогнозируемых оценок реального состояния и ряда других. В общем случае, расчет установившегося режима ЭЭС сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений итерационным методом, когда любое изменение начальных условий, вызывает необходимость повторного решения всей системы нелинейных алгебраических уравнений. Таким образом, при решении задачи коррекции установившегося режима электроэнергетической системы, каждая итерация изменения начальных условий рассматривается как самостоятельная задача анализа установившегося режима, что связано с

[1] 601910, Владимирская обл., г. Ковров, ул. Маяковского, 19

[2] Россия, г. Ковров, ул. Крупской, д. 57

большими затратами машинного времени. В статье описан метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы, в котором для уменьшения затрат машинного времени на решение задачи коррекции установившегося режима, математическая модель реализуется сочетанием теоремы Телледжена и декомпозиции-диакоптики. Показано, что применение теоремы Телледжена открывает новое направление для решения задачи в области электроэнергетики. Сочетание теоремы Телледжена с идеей декомпозиции-диакоптики позволяет решить множество задач, связанных с анализом режимов работы больших электроэнергетических систем.

Ключевые слова: теорема Телледжена; система; узел; ветвь; схема; граф; параметр; сила тока; напряжение; диакоптика

Введение

Известно, что задача расчета установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) с математической точки зрения сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений итерационным методом [1-3]. В этом приближении любое изменение в ЭЭС, вызванное подключением или отключением какого либо количества приемников, требует ввод новых начальных условий расчета. Последнее, в свою очередь, сопровождается решением вновь, соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений. Учитывая большое количество приемников электроэнергии, работающих в ЭЭС видно, что решение задачи коррекции установившегося режима, вызванной коммутацией приемников, связано с большими объемами вычислений, т.к. в этом случае задача коррекции установившегося режима ЭЭС, каждый раз решается как новая задача расчета установившегося режима ЭЭС [4]. В тоже время известно, что по отношению к большинству приемников, ЭЭС может рассматриваться как источник бесконечной мощности, что позволяет выполнять расчет установившегося режима ЭЭС на основании теоремы Телледжена [5-8]. В этом приближении коммутация приемников ЭЭС сводится расчету к коррекции установившегося режима ЭЭС [7]. Доказательство полной применимости теории Телледжена в ЭЭС [9] открыло новое направление для решения задачи расчета коррекции установившихся режимов. Настоящая работа посвящена коррекции установившегося режима ЭЭС, сочетанием теоремы Телледжена и декомпозиции-диакоптики.

Основная часть

Постановка задачи. Рассматривается схема замещения ЭЭС, как совокупность подсистем, состоящую из M+1 узлов и N ветвей. Каждая подсистема соответственно состоит из M_1, M_2, ⋯ , M_N узлов и N_1, N_2, ⋯, N_N ветвей, так что $M_1 + M_2 + \cdots + M_N = M$ (один узел выбирается в качестве базисным) и $N_1 + N_2 + \cdots + N_N = N$.

Представляя заданную схему в виде направленного графа, согласно теореме Телледжена можно сказать, что сумма произведений мгновенных значений напряжений U_b и токов i_b, удовлетворяющих законам Кирхгофа, равна нулю:

$$\sum_{b=1}^{N} u_b i_b = 0 \tag{1}$$

Предполагая, что рассматриваемая ЭЭС представлена в виде совокупности подсистем [10-11] и выбирая систему индексов

$$b = (b_1, b_2, \cdots, b_N) \triangleq (N_1, N_2, \cdots, N_N), \tag{2}$$

выражение (1) можно представить в следующем виде:

$$\sum_{b_1}^{N_1} u_{b_1} i_{b_1} + \sum_{b_2}^{N_2} u_{b_2} i_{b_2} + \cdots + \sum_{b_N}^{N_N} u_{b_N} i_{b_N} = 0\,. \tag{3}$$

Отметим, что согласно теореме Телледжена, токи и напряжения (1-3) должны удовлетворять законам Кирхгоффа, однако при этом не является обязательным, чтобы указанные параметры являлись активными параметрами одной ЭЭС. Напряжения и токи могут быть параметрами совершенно различных по структуре, но идентичных по топологии ЭЭС. Для идентичных ЭЭС характеризуемых соответственно напряжениями u_b, u_b^c, и токами i_b, i_b^c можем написать:

$$\sum_{b_1}^{N_1} u_{b_1}\, i_{b_1}^c + \sum_{b_1}^{N_2} u_{b_2}\, i_{b_2}^c + \cdots + \sum_{b_N}^{N_N} u_{b_N}\, i_{b_N}^c = 0; \tag{4}$$

$$\sum_{b_1}^{N_1} u_{b_1}^c\, i_{b_1} + \sum_{b_2}^{N_2} u_{b_2}^c\, i_{b_2} + \cdots + \sum_{b_N}^{N_N} u_{b_N}^c\, i_{b_N} = 0.; \tag{5}$$

Приведенные выражения (4) и (5) являются основными выражениями для решения задачи коррекции установившегося режима ЭЭС методом декомпозиции.

Перепишем выражения (4, 5) в комплексном виде:

$$\sum_{b_1}^{N_1} \dot{U}_{b_1} \dot{I}_{b_1}^c + \sum_{b_2}^{N_2} \dot{U}_{b_2} \dot{I}_{b_2}^c + \cdots + \sum_{b_N}^{N_N} \dot{U}_{b_N} \dot{I}_{b_N}^c = 0; \tag{6}$$

$$\sum_{b_1}^{N_1} \dot{U}_{b_1}^c \dot{I}_{b_1} + \sum_{b_2}^{N_2} \dot{U}_{b_2}^c \dot{I}_{b_2} + \cdots + \sum_{b_N}^{N_N} \dot{U}_{b_N}^c \dot{I}_{b_N} = 0. \tag{7}$$

Для дальнейшего изложения материала принимаем нижеприведенную дополнительную систему индексов: $i = (i_1, i_2, \cdots, i_N)$, где $i_1, i_2, \cdots, i_N$ - индексы соответствующих подсистем. Отметим, что выражения (6) и (7) получены для случая, когда отсутствуют внешние ветви. Применительно к ЭСС, которые имеют внешние ветви согласно полученным результатам в [9], можем записать:

$$\sum_{i_1} \dot{U}_{i_1} \dot{I}_{i_1}^c + \sum_{b_1} \dot{U}_{b_1} \dot{I}_{b_1}^c + \cdots + \sum_{i_N} \dot{U}_{i_N} \dot{I}_{i_N}^c + \sum_{b_N} \dot{U}_{b_N} \dot{I}_{b_N}^c = 0; \tag{8}$$

$$\sum_{i_1} \dot{U}_{i_1}^c \dot{I}_{i_1} + \sum_{b_1} \dot{U}_{b_1}^c \dot{I}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N} \dot{U}_{i_N}^c \dot{I}_{i_N} + \sum_{b_N} \dot{U}_{b_N}^c \dot{I}_{b_N} = 0. \tag{9}$$

Полученные выражения (8) и (9) применим для решения поставленной задачи.

<u>Решение задачи.</u> Решение задачи связано с определением изменения комплексных напряжений и токов узлов исследуемой ЭЭС при изменении продольных комплексных сопротивлений. Разумеется, что при этом необходимо установить необходимую зависимость между вышеуказанными параметрами и приращениях. Известно, что для решения данной задачи, удобно кроме исходной ЭЭС, рассмотреть ещё две α и β сопряженные ЭЭС [7, 11]. Рассмотрим α сопряженную ЭЭС предполагая, что в исходной ЭЭС из-за изменения продольных комплексных сопротивлений действуют новые напряжения $\dot{U}_i'$ и $\dot{U}_b'$ и токи $\dot{I}_i'$, $\dot{I}_b'$ в узлах и в ветвях. Относительно этих напряжений и токов, по аналогии с уравнениями (8, 9) запишем:

$$\sum_{i_1} \dot{U}'_{i_1} \dot{I}_{i_1}^\alpha + \sum_{b_1} \dot{U}'_{b_1} \dot{I}_{b_1}^\alpha + \cdots + \sum_{i_N} \dot{U}'_{i_N} \dot{I}_{i_N}^\alpha + \sum_{b_N} \dot{U}'_{b_N} \dot{I}_{b_N}^\alpha = 0; \tag{10}$$

$$\sum_{i_1} \dot{U}_{i_1}^\alpha \dot{I}'_{i_1} + \sum_{b_1} \dot{U}_{b_1}^\alpha \dot{I}'_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N} \dot{U}_{i_N}^\alpha \dot{I}'_{i_N} + \sum_{b_N} \dot{U}_{b_N}^\alpha \dot{I}'_{b_N} = 0. \tag{11}$$

При этом между комплексными напряжениями и токами соответственно имеются следующие связи:

$$\begin{aligned}
&\dot{U}'_{i_1} = \dot{U}_{i_1} + \Delta\dot{U}_{i_1}, \cdots, \dot{U}'_{i_N} = \dot{U}_{i_N} + \Delta\dot{U}_{i_N};\\
&\dot{U}'_{b_1} = \dot{U}_{b_1} + \Delta\dot{U}_{b_1}, \cdots, \dot{U}'_{b_N} = \dot{U}_{b_N} + \Delta\dot{U}_{b_N};\\
&\dot{I}'_{i_1} = \dot{I}_{i_1} + \Delta\dot{I}_{i_1}, \cdots, \dot{I}'_{i_N} = \dot{I}_{i_N} + \Delta\dot{I}_{i_N};\\
&\dot{I}'_{b_1} = \dot{I}_{b_1} + \Delta\dot{I}_{b_1}, \cdots, \dot{I}'_{b_N} = \dot{I}_{b_N} + \Delta\dot{I}_{b_N}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Учитывая подстановку (12), выражения (10, 11) принимают следующий вид:

$$\sum_{i_1}(\dot{U}_{i_1} + \Delta\dot{U}_{i_1})\dot{I}^{\alpha}_{i_1} + \sum_{b_1}\left(\dot{U}_{b_1} + \Delta\dot{U}_{b_1}\right)\dot{I}^{\alpha}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N} + \Delta\dot{U}_{i_N}\right)\dot{I}^{\alpha}_{i_N} + \sum_{b_N}(\dot{U}_{b_N} + \Delta\dot{U}_{b_N})\dot{I}^{\infty}_{b_N} = 0; \tag{13}$$

$$\sum_{i_1}\dot{U}^{\alpha}_{i_1}(\dot{I}_{i_1} + \Delta\dot{I}_{i_1}) + \sum_{b_1}\dot{U}^{\alpha}_{b_1}\left(\dot{I}_{b_1} + \Delta\dot{I}_{b_1}\right) + \cdots + \sum_{i_N}\dot{U}^{\alpha}_{i_N}\left(\dot{I}_{i_N} + \Delta\dot{I}_{i_N}\right) + \sum_{b_N}\dot{U}^{\alpha}_{b_N}(\dot{I}_{b_N} + \Delta\dot{I}_{b_N}) = 0; \tag{14}$$

Перепишем выражения (13, 14) раскрыв скобки:

$$\sum_{i_1}\Delta\dot{U}_{i_1}\dot{I}^{\alpha}_{i_1} + \sum_{b_1}\Delta\dot{U}_{b_1}\dot{I}^{\alpha}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N}\Delta\dot{U}_{i_N}\dot{I}^{\alpha}_{i_N} + \sum_{b_N}\Delta\dot{U}_{b_N}\dot{I}^{\alpha}_{b_N} = 0; \tag{15}$$

$$\sum_{i_1}\dot{U}^{\alpha}_{i_1}\Delta\dot{I}_{i_1} + \sum_{b_1}\dot{U}^{\alpha}_{b_1}\Delta\dot{I}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N}\dot{U}^{\alpha}_{i_N}\Delta\dot{I}_{i_N} + \sum_{b_N}\dot{U}^{\alpha}_{b_N}\Delta\dot{I}_{b_N} = 0. \tag{16}$$

Из полученных выражений (15, 16) можно заметить, что приращения получили лишь комплексные напряжения и токи исходной ЭЭС, в которой изменились величины продольных комплексных сопротивлений.

Упростим выражения (15, 16). Будем считать, что в первых слагаемых напряжения базисного узла не фигурируют, а следовательно справедливым будет принять его равным нулю. Тогда, выражения (15, 16) будут характеризоваться одинаковой исходной информацией.

Аналогично запишем выражения относительно комплексно-сопряженных напряжений и токов:

$$\sum_{i_1}\Delta\hat{U}_{i_1}\hat{I}^{\alpha}_{i_1} + \sum_{b_1}\Delta\hat{U}_{b_1}\hat{I}^{\alpha}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N}\Delta\hat{U}_{i_N}\hat{I}^{\alpha}_{i_N} + \sum_{b_N}\Delta\hat{U}_{b_N}\hat{I}^{\alpha}_{b_N} = 0; \tag{17}$$

$$\sum_{i_1}\hat{U}^{\alpha}_{i_1}\Delta\hat{I}_{i_1} + \sum_{b_1}\hat{U}^{\alpha}_{b_1}\Delta\hat{I}_{b_1} + \cdots + \sum_{i_N}\hat{U}^{\alpha}_{i_N}\Delta\hat{I}_{i_N} + \sum_{b_N}\hat{U}^{\alpha}_{b_N}\Delta\hat{I}_{b_N} = 0. \tag{18}$$

Можно заметить, что в выражения (15-18) входят приращения напряжений и токов как внешних узлов, так и внутренних ветвей. Поскольку приращения напряжений и токов являются результатами приращения комплексных продольных сопротивлений исходной ЭЭС, то необходимо установить связь между ними.

$$\dot{U}_{b_1} = Z_{b_1}\Delta\dot{I}_{b_1}, \ldots, \dot{U}_{b_N} = Z_{b_N}\Delta\dot{I}_{b_N} \tag{19}$$

Перепишем выражение (19) с учетом приращений:

$$\dot{U}_{b_1} + \Delta\dot{U}_{b_1} = \left(Z_{b_1} + \Delta Z_{b_1}\right)\left(\dot{I}_{b_1} + \Delta\dot{I}_{b_1}\right), \ldots, \dot{U}_{b_N} + \Delta\dot{U}_{b_N} = \left(Z_{b_N} + \Delta Z_{b_N}\right)\left(\dot{I}_{b_N} + \Delta\dot{I}_{b_N}\right) \tag{20}$$

Упростим выражение (20) и пренебрегая малыми величинами второго порядка, получим:

$$\Delta\dot{U}_{b_1} = Z_{b_1}\Delta\dot{I}_{b_1} + \Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1},\ldots,\ \Delta\dot{U}_{b_N} = Z_{b_N}\Delta\dot{I}_{b_N} + \Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N} \tag{21}$$

Аналогичные выражения можем написать относительно комплексно-сопряженных величин:

$$\Delta\hat{U}_{b_1} = \hat{Z}_{b_1}\Delta\hat{I}_{b_1} + \Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1},\ldots,\Delta\hat{U}_{b_N} = \hat{Z}_{b_N}\Delta\hat{I}_{b_N} + \Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N} \tag{22}$$

Изменение комплексных сопротивлений продольных элементов приводит к изменению комплексных напряжений и токов любого узла исследуемой ЭЭС. Если до изменения комплексных сопротивлений продольных ветвей, узловые комплексные мощности определяются по выражениям:

$$S_{i_1} = \dot{U}_{i_1}\hat{I}_{i_1},\ldots,\ S_{i_N} = \dot{U}_{i_N}\hat{I}_{i_N} \tag{23}$$

то после изменения их величины, будут:

$$S_{i_1} + \Delta S_{i_1} = (\dot{U}_{i_1} + \Delta\dot{U}_{i_1})\left(\hat{I}_{i_1} + \Delta\hat{I}_{i_1}\right),\ldots,\ S_{i_N} + \Delta S_{i_N} = (\dot{U}_{i_N} + \Delta\dot{U}_{i_N})\left(\hat{I}_{i_N} + \Delta\hat{I}_{i_N}\right) \tag{24}$$

Упростим выражение (54) считая комплексные изменения мощности узлов постоянными, тогда пренебрегая малыми величинами второго порядка, получим:

$$\Delta\dot{U}_{i_1} = -\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\Delta\hat{I}_{i_1},\ldots,\ \Delta\dot{U}_{i_N} = -\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\Delta\hat{I}_{i_N} \tag{25}$$

а также для комплексно-сопряженных величин:

$$\Delta\hat{U}_{i_1} = -\frac{\hat{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\Delta\hat{I}_{i_1},\ldots,\ \Delta\hat{U}_{i_N} = -\frac{\hat{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\Delta\hat{I}_{i_N} \tag{26}$$

Запишем обобщенное выражение для α сопряженной ЭЭС:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i_1}[(\Delta\dot{U}_{i_1}\dot{I}_{i_1}^{\alpha} - \dot{U}_{i_1}^{\alpha}\Delta\dot{I}_{i_1}) + \left(\Delta\hat{U}_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\alpha} - \hat{U}_{i_1}^{\alpha}\Delta\hat{I}_{i_1}\right)] + \cdots \\
&+\sum_{i_N}[(\Delta\dot{U}_{i_N}\dot{I}_{i_N}^{\alpha} - \dot{U}_{i_N}^{\alpha}\Delta\dot{I}_{i_N}) + \left(\Delta\hat{U}_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\alpha} - \hat{U}_{i_N}^{\alpha}\Delta\hat{I}_{i_N}\right)] + \\
&+\sum_{b_1}[(\Delta\dot{U}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha} - \dot{U}_{b_1}^{\alpha}\Delta\dot{I}_{b_1}) + \left(\Delta\hat{U}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha} - \hat{U}_{b_1}^{\alpha}\Delta\hat{I}_{b_1}\right)] + \cdots \\
&+\sum_{b_N}[(\Delta\dot{U}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha} - \dot{U}_{b_N}^{\alpha}\Delta\dot{I}_{b_N}) + \left(\Delta\hat{U}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha} - \hat{U}_{b_N}^{\alpha}\Delta\hat{I}_{b_N}\right)] = 0.
\end{aligned} \tag{27}$$

Перепишем выражение (27) с учетом сделанных упрощений (21-26):

$$
\begin{aligned}
&-\left\{\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)\right]+\ldots\right.\\
&\left.+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)\right]\right\}+\\
&+\sum_{b_1}\left[\Delta\dot{I}_{b_1}\left(Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha}-\dot{U}_{b_1}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{b_1}\left(\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha}-\hat{U}_{b_1}^{\alpha}\right)\right]+\cdots \qquad (28)\\
&+\sum_{b_N}\left[\Delta\dot{I}_{b_N}\left(Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}-\dot{U}_{b_N}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{b_N}\left(\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}-\hat{U}_{b_N}^{\alpha}\right)\right]+\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}\right)=0
\end{aligned}
$$

Рассмотрим выбор параметров α сопряженной ЭЭС, обеспечивающих случай, когда выражение (28) максимально упрощается. Обозначим комплексное сопротивление α сопряженной ЭЭС как Z_b^a, тогда уравнение для ветвей ЭЭС можно представить:

$$\dot{U}_b^{\alpha}=Z_b^{\alpha}\dot{I}_b^{\alpha},\quad \hat{U}_b^{\alpha}=\hat{Z}_b^{\alpha}\hat{I}_b^{\alpha}. \qquad (29)$$

где $b=(b_1, b_2, \ldots, b_N)$.

Продольные комплексные сопротивления α сопряженной ЭСС выбираем равными продольным комплексным сопротивлениям исходной ЭЭС:

$$Z_b^{\alpha}=Z_b,\ \hat{Z}_b^{\alpha}=\hat{Z}_b. \qquad (30)$$

Тогда можем уравнения (29) представить в следующем виде:

$$Z_b\dot{I}_b^{\alpha}-\dot{U}_b^{\alpha}=0,\quad \hat{Z}_b\hat{I}_b^{\alpha}-\hat{U}_b^{\alpha}=0. \qquad (31)$$

Перепишем выражение (28), с учетом подстановок (31):

$$
\begin{aligned}
&-\left\{\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)\right]+\ldots\right.\\
&\left.+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)\right]\right\}+ \qquad (32)\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}\right)=0.
\end{aligned}
$$

Теперь необходимо определить приращения тока $\Delta\dot{I}_i$ заданной ЭЭС, причем $i=(i_1,\ldots i_N)$. Рассмотрим случай, когда необходимо определить приращение комплексного тока узла l, т.е. $\Delta\dot{I}_l$, причем узел l может находиться в любой подсистеме ЭЭС. Принимаем, что узел l находиться в первой подсистеме, тогда выражение (32) будет иметь вид:

$$
\begin{aligned}
&-\left\{\sum_{l}\left[\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^{\alpha}+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^{\alpha}+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)\right]+\right.\\
&+\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}\right)\right]+\ldots\\
&\left.+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)\right]\right\}+\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}\right)=0.
\end{aligned}
\tag{33}
$$

Упростим выражение (33), для этого режимные параметры сопряженной ЭЭС необходимо выбрать таким образом, чтобы для их узлов *(i≠l)*, обеспечивалось условие:

$$
\begin{aligned}
&\dot{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}=\hat{U}_{i_1}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\alpha}=0;\\
&\dot{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}=\left(\hat{U}_{i_N}^{\alpha}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}\right)=0.
\end{aligned}
\tag{34}
$$

Тогда выражение (33) принимает вид:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^{\alpha}+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^{\alpha}+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)+\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\alpha}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}\right)=0.
\end{aligned}
\tag{35}
$$

Выражение (35) соответствует случаю, когда изменяются по величине комплексные сопротивления ветвей всех подсистем и необходимо определить изменение комплексного тока узла *l*, находящегося в первой подсистеме. На практике такой случай практически не встречается [12]. Поэтому предположим, что изменяется комплексное сопротивление лишь одной продольной ветки с номером λ. Тогда выражение (35) принимает следующий вид:

$$
\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^{\alpha}+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)+\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^{\alpha}+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}\right)+\Delta Z_{\lambda}\dot{I}_{\lambda}\dot{I}_{\lambda}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{\lambda}\hat{I}_{\lambda}\hat{I}_{\lambda}^{\alpha}=0. \tag{36}
$$

Далее принимая, что

$$
\dot{U}_l^{\alpha}+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}=\hat{U}_l^{\alpha}+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^{\alpha}=1, \tag{37}
$$

С учетом сделанных допущений и упрощений, выражение (27) принимает вид:

$$
\Delta\dot{I}_l+\Delta\hat{I}_l=\Delta Z_{\lambda}\dot{I}_{\lambda}\dot{I}_{\lambda}^{\alpha}+\Delta\hat{Z}_{\lambda}\hat{I}_{\lambda}\hat{I}_{\lambda}^{\alpha}. \tag{38}
$$

Аналогичным образом рассмотрим β сопряженную ЭЭС:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i_1}[(\Delta\dot{U}_{i_1}\dot{I}_{i_1}^{\beta}+\dot{U}_{i_1}^{\beta}\Delta\dot{I}_{i_1})-\left(\Delta\hat{U}_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\beta}+\hat{U}_{i_1}^{\beta}\Delta\hat{I}_{i_1}\right)]+\cdots\\
&+\sum_{i_N}[(\Delta\dot{U}_{i_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta}-\dot{U}_{i_N}^{\beta}\Delta\dot{I}_{i_N})-\left(\Delta\hat{U}_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\beta}+\hat{U}_{i_N}^{\beta}\Delta\hat{I}_{i_N}\right)]+\\
&+\sum_{b_1}[(\Delta\dot{U}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\beta}+\dot{U}_{b_1}^{\beta}\Delta\dot{I}_{b_1})-\left(\Delta\hat{U}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\beta}+\hat{U}_{b_1}^{\beta}\Delta\hat{I}_{b_1}\right)]+\cdots\\
&+\sum_{b_N}[(\Delta\dot{U}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\alpha}+\dot{U}_{b_N}^{\alpha}\Delta\dot{I}_{b_N})-\left(\Delta\hat{U}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\alpha}+\hat{U}_{b_N}^{\alpha}\Delta\hat{I}_{b_N}\right)]=0.
\end{aligned}\tag{39}$$

Если в (39) подставить (21), (22), (25) и (26), то получим:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^{\beta}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\beta}\right)-\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^{\beta}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\beta}\right)\right]+\ldots\\
&+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^{\beta}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\beta}\right)-\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^{\beta}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\beta}\right)\right]+\\
&+\sum_{b_1}\left[\Delta\dot{I}_{b_1}\left(Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\beta}+\dot{U}_{b_1}^{\beta}\right)+\Delta\hat{I}_{b_1}\left(\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\beta}+\hat{U}_{b_1}^{\beta}\right)\right]+\cdots\\
&+\sum_{b_N}\left[\Delta\dot{I}_{b_N}\left(Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\beta}+\dot{U}_{b_N}^{\beta}\right)+\Delta\hat{I}_{b_N}\left(\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\beta}+\hat{U}_{b_N}^{\beta}\right)\right]+\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\beta}-\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\beta}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\beta}+\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\beta}\right)=0.
\end{aligned}\tag{40}$$

Если сопротивление β сопряженной ЭЭС обозначить через Z_b^{β}, то уравнение ветвей можно представить в виде:

$$\dot{U}_b^{\beta}=Z_b^{\beta}\dot{I}_b^{\beta},\quad \hat{U}_b^{\beta}=\hat{Z}_b^{\beta}\hat{I}_b^{\beta}. \tag{41}$$

С другой стороны предполагаем, что продольные комплексные сопротивления β сопряженной ЭЭС определяются:

$$Z_b^{\beta}=-Z_b,\ \hat{Z}_b^{\beta}=-\hat{Z}_b. \tag{42}$$

Тогда можем уравнения (41) представить в следующем виде:

$$Z_b\dot{I}_b^{\beta}+\dot{U}_b^{\beta}=0,\quad \hat{Z}_b\hat{I}_b^{\beta}+\hat{U}_b^{\beta}=0. \tag{43}$$

Учитывая (43) в (40), получим:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^{\beta}+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\beta}\right)-\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^{\beta}+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\beta}\right)\right]+\ldots\\
&+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^{\beta}+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\beta}\right)-\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^{\beta}+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\beta}\right)\right]+\\
&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^{\beta}-\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^{\beta}\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^{\beta}-\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^{\beta}\right)=0.
\end{aligned}\tag{44}$$

Теперь необходимо определить приращение тока $\Delta\dot{I}_i$ заданной ЭЭС, причем также принимаем $i=(i_1,i_2,\cdots,i_N)$. Определим приращение комплексно-сопряженного тока того же

узла l, т.е. $\Delta\dot{I}_l$ и данный узел находится в первой подсистеме. При этом удобнее выражение (44) представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}&\left[\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^\beta+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)-\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^\beta+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)\right]\\&\sum_{i_1}\left[\Delta\dot{I}_{i_1}\left(\dot{U}_{i_1}^\beta+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^\beta\right)-\Delta\hat{I}_{i_1}\left(\hat{U}_{i_1}^\beta+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^\beta\right)\right]+\ldots\\&+\sum_{i_N}\left[\Delta\dot{I}_{i_N}\left(\dot{U}_{i_N}^\beta+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^\beta\right)-\Delta\hat{I}_{i_N}\left(\hat{U}_{i_N}^\beta+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^\beta\right)\right]+\\&+\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^\beta-\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^\beta\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^\beta-\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^\beta\right)=0.\end{aligned}\tag{45}$$

Если режимные параметры β сопряженной ЭЭС выбирать таким образом, чтобы обеспечить условия ($i \neq l$):

$$\begin{aligned}&\dot{U}_{i_1}^\beta+\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^\beta=\hat{U}_{i_1}^\beta+\frac{\dot{U}_{i_1}}{\hat{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^\beta=0;\\&\dot{U}_{i_N}^\beta+\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^\beta=\left(\hat{U}_{i_N}^\beta+\frac{\dot{U}_{i_N}}{\hat{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^\beta\right)=0.\end{aligned}\tag{46}$$

Тогда выражение (45) принимает вид:

$$\begin{aligned}&\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^\beta+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)-\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^\beta+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)=\\&=-\left[\sum_{b_1}\left(\Delta Z_{b_1}\dot{I}_{b_1}\dot{I}_{b_1}^\beta-\Delta\hat{Z}_{b_1}\hat{I}_{b_1}\hat{I}_{b_1}^\beta\right)+\ldots+\sum_{b_N}\left(\Delta Z_{b_N}\dot{I}_{b_N}\dot{I}_{b_N}^\beta-\Delta\hat{Z}_{b_N}\hat{I}_{b_N}\hat{I}_{b_N}^\beta\right)\right].\end{aligned}\tag{47}$$

Выражение (47) соответствует случаю, когда изменяются величины комплексных сопротивлений ветвей всех подсистем заданной ЭЭС. В случае, когда изменяются величины комплексного сопротивления лишь одной ветви с номером $\boldsymbol{\lambda}$, то выражение (47) принимает вид:

$$\Delta\dot{I}_l\left(\dot{U}_l^\beta+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)-\Delta\hat{I}_l\left(\hat{U}_l^\beta+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^\beta\right)=-\left(\Delta Z_\lambda\dot{I}_\lambda\dot{I}_\lambda^\beta-\Delta\hat{Z}_\lambda\hat{I}_\lambda\hat{I}_\lambda^\beta\right).\tag{48}$$

При выполнении условия

$$\dot{U}_l^\beta+\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^\beta=\hat{U}_l^\beta+\frac{\dot{U}_l}{\hat{I}_l}\hat{I}_l^\beta=1.\tag{49}$$

выражение (48) принимает свой окончательный вид:

$$\Delta\dot{I}_l-\Delta\hat{I}_l=-\left(\Delta Z_\lambda\dot{I}_\lambda\dot{I}_\lambda^\beta-\Delta\hat{Z}_\lambda\hat{I}_\lambda\hat{I}_\lambda^\beta\right).\tag{50}$$

В результате для определения приращений $\Delta\dot{I}_l$ и $\Delta\hat{I}_l$ получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{I}_l + \Delta\hat{I}_l &= \Delta Z_\lambda \dot{I}_\lambda \dot{I}_\lambda^\alpha + \Delta\hat{Z}_\lambda \hat{I}_\lambda \hat{I}_\lambda^\alpha;\\ \Delta\dot{I}_l - \Delta\hat{I}_l &= -\Delta Z_\lambda \dot{I}_\lambda \dot{I}_\lambda^\beta + \Delta\hat{Z}_\lambda \hat{I}_\lambda \hat{I}_\lambda^\beta.\end{aligned} \tag{51}$$

Поскольку достаточно определить $\Delta\dot{I}_l$ или $\Delta\hat{I}_l$, то предположим, что необходимо определить $\Delta\dot{I}_l$. При этом суммируя уравнения в системе (51) получим:

$$2\Delta\dot{I}_l = \Delta Z_\lambda \dot{I}_\lambda \left(\dot{I}_\lambda^\alpha - \dot{I}_\lambda^\beta\right) + \Delta\hat{Z}_\lambda \hat{I}_\lambda \left(\hat{I}_\lambda^\alpha - \hat{I}_\lambda^\beta\right). \tag{52}$$

Полученное выражение (52) позволяет определение приращения комплексного тока $\Delta\dot{I}_l$ узла l заданной ЭЭС при изменении комплексного сопротивления продольной ветви с номером λ.

Из выражения (52) можно заметить, что для определения $\Delta\dot{I}_l$ необходимо иметь следующие величины:

- $\Delta Z_\lambda(\Delta\hat{Z}_\lambda)$ - задаются при постановке задачи;
- $\dot{I}_\lambda(\hat{I}_\lambda)$ - определяются при расчете установившегося режима заданной ЭЭС;
- $\dot{I}_\lambda^\alpha(\hat{I}_\lambda^\alpha)$ - определяются при расчете установившегося режима α сопряженной ЭЭС;
- $\dot{I}_\lambda^\beta(\hat{I}_\lambda^\beta)$ - определяются при расчете установившегося режима β сопряженной ЭЭС.

Построим математическую модель установившихся режимов α, β сопряженных ЭЭС. Для этого, сначала выполним расчет установившегося режима α сопряженной ЭЭС [13]. Относительно α сопряженной системы имеем выражения в виде (34) и (37) и представим их соответственно в следующем виде:

$$\dot{U}_{i_1}^\alpha = -\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^\alpha, \ldots, \ \dot{U}_{i_N}^\alpha = -\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^\alpha, \quad \dot{U}_l^\alpha = -\frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}\hat{I}_l^\alpha + 1. \tag{53}$$

Обозначим комплексные сопротивления как:

$$Z_{i_1} = \frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}, \ldots, \ Z_{i_N} = \frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}, \ Z_l = \frac{\hat{U}_l}{\dot{I}_l}, \tag{54}$$

тогда выражения (53) примут вид:

$$\dot{U}_{i_1}^\alpha = -Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^\alpha, \ldots, \ \dot{U}_{i_N}^\alpha = -Z_{i_N}\hat{I}_{i_N}^\alpha, \quad \dot{U}_l^\alpha = -Z_l\hat{I}_l^\alpha + 1. \tag{55}$$

Перепишем выражение (55) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_{i_1}^\alpha\\ \dot{U}_{i_2}^\alpha\\ \ldots\\ \dot{U}_{i_N}^\alpha\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-Z_{i_1} & 0 & \vdots & 0\\ 0 & -Z_{i_2} & \vdots & 0\\ \ldots & \ldots & \vdots & \ldots\\ 0 & 0 & \vdots & -Z_{i_N}\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}\hat{I}_{i_1}^\alpha\\ \hat{I}_{i_2}^\alpha\\ \ldots\\ \hat{I}_{i_N}^\alpha\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1+j0\\ 0+j0\\ \ldots\\ 0+j0\end{bmatrix}^l. \tag{56}$$

Видно (56), что в первом верхнем блоке все элементы соответствующим индексу $i_1(\neq l)$ равны нулю и только элемент с индексом l, равен 1+ j 0.

Как было показано выше, для α сопряженной ЭЭС было принято, что ее продольные элементы равняются соответствующим продольным элементам исходной ЭЭС, поэтому уравнения отдельных подсистем можно представить:

$$\dot{U}_{i_1}^{\alpha} = Z_{i_1 j_1} \dot{I}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \ \dot{U}_{i_N}^{\alpha} = Z_{i_N j_N} \dot{I}_{i_N}^{\alpha}, \tag{57}$$

где $\dot{U}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \dot{U}_{i_N}^{\alpha}$ - искомые многомерные комплексные напряжения, $\dot{I}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \dot{I}_{i_N}^{\alpha}$ - искомые многомерные комплексные токи, $Z_{i_1 j_1}, \ldots, Z_{i_N j_N}$ квадратные матрицы узловых комплексных сопротивлений подсистем $i_1, \ldots, i_N$.

Отметим, что эти сопротивления составлены относительно единственного базисного узла, который был обозначен индексом «0».

Выразим выражение (57) α сопряженной ЭЭС в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{i_1}^{\alpha} \\ \dot{U}_{i_2}^{\alpha} \\ \cdots \\ \dot{U}_{i_N}^{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{i_1 j_1} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & -Z_{i_2 j_2} & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & 0 & \vdots & -Z_{i_N j_N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{I}_{i_1}^{\alpha} \\ \hat{I}_{i_2}^{\alpha} \\ \cdots \\ \hat{I}_{i_N}^{\alpha} \end{bmatrix}. \tag{58}$$

В результате получили два матричных уравнения (56, 58) для определения неизвестных многомерных векторов $\dot{U}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \dot{U}_{i_N}^{\alpha}$ и $\dot{I}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \dot{I}_{i_N}^{\alpha}$. Предполагая, что исходная схема ЭЭС представляется в виде радиально связанных оптимальных подсистем [6], матричное уравнение (58) в развернутой форме можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\dot{U}_{i_1}^{\alpha} = \dot{U}_{Ái_1} + Z_{i_1 j_1} \dot{I}_{i_1}^{\alpha}, \ldots, \ \dot{U}_{i_N}^{\alpha} = \dot{U}_{Ái_N} + Z_{i_N j_N} \dot{I}_{i_N}^{\alpha} \\ &\dot{U}_{Ái_1} = \dot{U}_{Á} + Z_{i_1 M_1} \Delta \dot{I}_{2N} + \Delta Z_{i_1 S_1} \dot{I}_{\gamma}, \\ &\dot{U}_{Ái_2} = \dot{U}_{M_1} + Z_{i_1 M_2} \Delta \dot{I}_{3N} + \Delta Z_{i_2 S_2} \dot{I}_{\gamma}, \ldots, \ \dot{U}_{Ái_N} = \dot{U}_{M_1 N-1} + Z_{i_N M} \Delta \dot{I}_{NN} + \Delta Z_{i_N S_N} \dot{I}_{\gamma}. \end{aligned} \tag{59}$$

где $\dot{U}_{Б}$ – напряжение единственного базисного узла для всей системы в целом; $\dot{U}_{M_1}$ – напряжение узла M_1 первой подсистемы к которому примыкает вторая подсистема; $\dot{U}_{M_2}$ – напряжение узла M_2 второй подсистемы к которому примыкает последняя подсистема; $Z_{i_1 M_1}, Z_{i_1 M_{12}}, \cdots, Z_{i_N M}$ – последние столбцы соответствующих матриц $Z_{i_1 j_1}, Z_{i_2 j_2}, \cdots, Z_{i_N j_N}$; $\Delta Z_{i_1 S_1}, \Delta Z_{i_2 S_2}, \cdots, \Delta Z_{i_N S_N}$ – являются комплексными сопротивлениями вновь полученных узлов из-за разрезания; $\dot{I}_{\gamma}$ – многомерный вектор комплексных токов разрезанных линий и определяется по выражению:

$$\dot{I}_{\gamma} = \left(Z_{l\delta} - Z_{ËÝÏ} \right)^{-1} \Delta \dot{U}_{j}. \tag{60}$$

С другой стороны комплексное сопротивление $Z_{l\delta}$ можно определить по формуле:

$$Z_{l\delta} = \left(Z_{l\gamma} - Z_{lS} \right) - \left(Z_{\delta\gamma} - Z_{\delta S} \right). \tag{61}$$

Сопротивление $Z_{l\delta}$ является диагональной матрицей, элементы которой являются комплексными сопротивлениями отключенных ЛЭП:

$$Z_{ËÝÏ} = \begin{bmatrix} Z_{ËÝÏ}^{1} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & Z_{ËÝÏ}^{L} \end{bmatrix}, \tag{62}$$

$$\Delta\dot{U}_j = \Delta\dot{U}_{j_1} + \cdots + \Delta\dot{U}_{j_N}. \tag{63}$$

Токи $\Delta\dot{I}_{2N}, \cdots, \Delta\dot{I}_{NN}$ удобно определить:

$$\begin{aligned}
&\Delta\dot{I}_{2N} = \sum_{M_2}\dot{I}_{i_2} + \sum_{M_3}\dot{I}_{i_3} + \cdots + \sum_{M_N}\dot{I}_{i_N};\\
&\Delta\dot{I}_{3N} = \sum_{M_3}\dot{I}_{i_3} + \sum_{M_4}\dot{I}_{i_4} + \cdots + \sum_{M_N}\dot{I}_{i_N};\\
&\cdots\\
&\Delta\dot{I}_{NN} = 0.
\end{aligned} \tag{64}$$

Таким образом, относительно параметров $\dot{U}_i^{\alpha}$, $\dot{I}_i^{\alpha}\left(i = i_1, i_2, \cdots, i_N\right)$ имеем:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{U}_{i_1}^{\alpha} &= \dot{U}_{Ai_1} + Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\alpha}\\
\dot{U}_{i_1}^{\alpha} &= -Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\alpha} + \left(1 + j0\right)_l
\end{aligned}\right\} \tag{65}$$

$$\left.\begin{aligned}
\dot{U}_{i_2}^{\alpha} &= \dot{U}_{Ai_2} + Z_{i_2 j_2}\dot{I}_{i_2}^{\alpha}\\
\dot{U}_{i_2}^{\alpha} &= -Z_{i_2}\hat{I}_{i_2}^{\alpha}
\end{aligned}\right\} \tag{66}$$

$$\cdots$$

$$\left.\begin{aligned}
\dot{U}_{i_N}^{\alpha} &= \dot{U}_{Ai_N} + Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\alpha}\\
\dot{U}_{i_N}^{\alpha} &= -Z_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\alpha}
\end{aligned}\right\} \tag{67}$$

Представим системы уравнений (65-67) в следующем виде:

$$Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\alpha} + Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\alpha} = -\dot{U}_{Ai_1} + \dot{A}; \tag{68}$$

$$Z_{i_2}\hat{I}_{i_2}^{\alpha} + Z_{i_2 j_2}\dot{I}_{i_2}^{\alpha} = -\dot{U}_{Ai_2}; \tag{69}$$

$$\cdots$$

$$Z_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\alpha} + Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\alpha} = -\dot{U}_{Ai_N}. \tag{70}$$

Матрица $\dot{A}$ является столбцовой матрицей, содержащей нулевые элементы, кроме элемента строки с номером *l*, в которой записано комплексно число *1+j0*.

Разлагая комплексные величины, входящие в (68-70) на действительные и мнимые составляющие и вновь объединяя относительно действительных величин, получим:

$$\begin{bmatrix} A_{i_1}^{\alpha} & \vdots & B_{i_1}^{\alpha}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ C_{i_1}^{\alpha} & \vdots & D_{i_1}^{\alpha} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_1}^{\alpha'}\\ \cdots\\ I_{i_1}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_1}\\ \cdots\\ -U''_{Ai_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + j0\\ \cdots\\ 0 \end{bmatrix}^l; \tag{71}$$

$$\begin{bmatrix} A_{i_2}^{\alpha} & \vdots & B_{i_2}^{\alpha}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ C_{i_2}^{\alpha} & \vdots & D_{i_2}^{\alpha} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_2}^{\alpha'}\\ \cdots\\ I_{i_2}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_2}\\ \cdots\\ -U''_{Ai_2} \end{bmatrix}; \tag{72}$$

$$\cdots$$

$$\begin{bmatrix} A_{i_N}^{\alpha} & \vdots & B_{i_N}^{\alpha} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_N}^{\alpha} & \vdots & D_{i_N}^{\alpha} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_N}^{\alpha'} \\ \cdots \\ I_{i_N}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_N} \\ \cdots \\ -U''_{Ai_N} \end{bmatrix}. \tag{73}$$

Для анализа полученных выражений рассмотрим частный случай. Примем, что i_1=1,2,3 и l=2, тогда матричное уравнение (71) принимает следующий вид:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_{11} & X_1-X_{11} & R_{12} & -X_{12} & R_{13} & -X_{13} \\ R_{21} & -X_{21} & R_2-R_{22} & X_2-X_{22} & R_{23} & -X_{23} \\ R_{31} & -X_{31} & R_{32} & -X_{32} & R_3+R_{33} & X_3-X_{33} \\ X_1+X_{11} & -R_1+R_{11} & X_{12} & R_{12} & X_{13} & R_{13} \\ X_{21} & R_{21} & X_2+X_{22} & -R_2+R_{22} & X_{23} & R_{23} \\ X_{31} & R_{31} & X_{32} & R_{32} & X_3+X_{33} & -R_3+R_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_1}^{a,'} \\ I_{i_2}^{a,'} \\ I_{i_3}^{a,'} \\ I_{i_1}^{a,''} \\ I_{i_2}^{a,''} \\ I_{i_3}^{a,''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{A1} \\ -U'_{A2} \\ -U'_{A3} \\ -U''_{A1} \\ -U''_{A2} \\ -U''_{A3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{74}$$

В данном случае:

$$A_{i_1}^{\alpha} = \begin{bmatrix} R_1+R_{11} & X_1-X_{11} & R_{12} \\ R_{21} & -X_{21} & R_2+R_{22} \\ R_{31} & -X_{31} & R_{32} \end{bmatrix}; \quad B_{i_1}^{\alpha} = \begin{bmatrix} -X_{12} & R_{13} & -X_{13} \\ X_2-X_{22} & R_{23} & -X_{23} \\ -X_{32} & R_3+R_{33} & X_3-X_{33} \end{bmatrix};$$

$$C_{i_1}^{\alpha} = \begin{bmatrix} X_1+X_{11} & -R_1+R_{11} & X_{12} \\ X_{21} & R_{21} & X_2+X_{22} \\ X_{31} & R_{31} & X_{32} \end{bmatrix}; \quad D_{i_1}^{\alpha} = \begin{bmatrix} R_{12} & X_{13} & R_{13} \\ -R_2+R_{22} & X_{23} & R_{23} \\ R_{32} & X_3+X_{33} & -R_3+R_{33} \end{bmatrix}.$$

Устанавливая матричные уравнения (71-73), можем определить значения искомых токов путем обращения соответствующих неособенных квадратных матриц, а именно:

$$\begin{bmatrix} I_{i_1}^{\alpha'} \\ \cdots \\ I_{i_1}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_1}^{\alpha} & \vdots & B_{i_1}^{\alpha} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_1}^{\alpha} & \vdots & D_{i_1}^{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} U'_{Ai_1} \\ \cdots \\ U''_{Ai_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+j0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}^{l} \right); \tag{75}$$

$$\begin{bmatrix} I_{i_2}^{\alpha'} \\ \cdots \\ I_{i_2}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_2}^{\alpha} & \vdots & B_{i_2}^{\alpha} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_2}^{\alpha} & \vdots & D_{i_2}^{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} U'_{Ai_2} \\ \cdots \\ U''_{Ai_2} \end{bmatrix}; \tag{76}$$

$$\begin{bmatrix} I_{i_N}^{\alpha'} \\ \cdots \\ I_{i_N}^{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_N}^{\alpha} & \vdots & B_{i_N}^{\alpha} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_N}^{\alpha} & \vdots & D_{i_N}^{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} U'_{Ai_N} \\ \cdots \\ U''_{Ai_N} \end{bmatrix}. \tag{77}$$

Обращая матрицы, входящие в (75-77) блочным методом, определяем искомые составляющие комплексных токов $I_{i_1}^{a,'}$,…, $I_{i_N}^{a,'}$ и затем, используя выражение (59) переходим к определению комплексных напряжений $\dot{U}_{i_1}^{a'}$,…, $\dot{U}_{i_N}^{a'}$. Определяя комплексные узловые напряжения и токи α сопряженной ЭЭС, этим завершаем расчет установившегося режима.

Теперь рассмотрим построение математической модели установившегося режима β сопряженной ЭЭС. Для β сопряженной ЭЭС имеем выражения (46), (49), из которых можем написать:

$$\dot{U}_{i_1}^{\beta} = -\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_1}}\hat{I}_{i_1}^{\beta},\ldots,\ \dot{U}_{i_N}^{\beta} = -\frac{\hat{U}_{i_N}}{\dot{I}_{i_N}}\hat{I}_{i_N}^{\beta};$$
$$\dot{U}_{i_l}^{\beta} = -\frac{\hat{U}_{i_1}}{\dot{I}_{i_l}}\hat{I}_{i_l}^{\beta} + 1. \tag{78}$$

Пользуясь обозначениями (54) выражение (78) можно представить в следующем виде:

$$\dot{U}_{i_1}^{\beta} = -Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\beta},\ldots,\ \dot{U}_{i_N}^{\beta} = -Z_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\beta};$$
$$\dot{U}_{i_l}^{\beta} = -Z_{i_l}\hat{I}_{i_l}^{\beta} + 1. \tag{79}$$

С учетом сделанных подстановок, систему уравнений (79) удобно представить в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{i_1}^{\beta'} \\ \cdots \\ \dot{U}_{i_1}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{i_1} & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & Z_{i_N} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{i_1}^{\beta} \\ \cdots \\ \dot{I}_{i_N}^{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+j0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}^{l}; \tag{80}$$

Здесь также число 1+j0 соответствует только строке с индексом i_1, соответствующий узел которого находится в первой подсистеме. Поскольку продольные элементы β сопряженной ЭЭС равняются соответствующим продольным элементам исходной ЭЭС с обратными знаками, то систему уравнений можно представить в следующем виде:

$$\dot{U}_{i_1}^{\beta} = -Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\beta},\ldots,\ \dot{U}_{i_N}^{\beta} = -Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta}. \tag{81}$$

где $\dot{U}_{i_1}^{\beta}\ldots\ \dot{U}_{i_N}^{\beta}$ - искомые многомерные комплексные напряжения; $\dot{I}_{i_1}^{\beta}\ldots\dot{I}_{i_N}^{\beta}$ - многомерные комплексные токи; $Z_{i_1 j_1}\ldots Z_{i_N j_N}$ - квадратные матрицы узловых комплексных сопротивлений подсистем $i_1 \ldots i_N$.

Перепишем в матричной форме уравнения для расчета установившегося режима β сопряженной ЭЭС:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{i_1}^{\beta'} \\ \cdots \\ \dot{U}_{i_1}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{i_1 j_1} & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & Z_{i_N j_N} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{i_1}^{\beta} \\ \cdots \\ \dot{I}_{i_N}^{\beta} \end{bmatrix}; \tag{82}$$

Исходная система, как было показано выше, может быть представлена в виде совокупности радиально связанных подсистем, поэтому для β сопряженной ЭЭС удобно записать:

$$\dot{U}_{i_1}^{\beta} = \dot{U}_{Ái_1} - Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\beta},\ldots,\ \dot{U}_{i_N}^{\beta} = \dot{U}_{Ái_N} - Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta} \tag{83}$$

где

$$\dot{U}_{Ái_1} = \dot{U}_{Á} - Z_{i_1 M_1}\Delta\dot{I}_{2N} - \Delta Z_{i_1 S_1}\dot{I}_{\gamma},\ldots,\ \dot{U}_{Ái_N} = \dot{U}_{M_{1N-1}} - Z_{i_N M}\Delta\dot{I}_{NN} - \Delta Z_{i_N S_N}\dot{I}_{\gamma}. \tag{84}$$

Величины, входящие в (83) и (84) имеют те же определения, что и в (59). В результате, относительно искомых комплексных величин напряжения и силы тока можно записать:

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{i_1}^{\beta} &= \dot{U}_{Ai_1} - Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\beta}\\ \dot{U}_{i_1}^{\beta} &= -Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\beta} + (1+j0)_l\end{aligned}\right\} \quad (85)$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{i_2}^{\beta} &= \dot{U}_{Ai_2} - Z_{i_2 j_2}\dot{I}_{i_2}^{\beta}\\ \dot{U}_{i_2}^{\beta} &= -Z_{i_2}\dot{I}_{i_2}^{\beta}\end{aligned}\right\} \quad (86)$$

$$\dots$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{i_N}^{\beta} &= \dot{U}_{Ai_N} - Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta}\\ \dot{U}_{i_N}^{\beta} &= -Z_{i_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta}\end{aligned}\right\} \quad (87)$$

Приравнивая правые стороны выражений (85-87), получим:

$$Z_{i_1}\hat{I}_{i_1}^{\beta} - Z_{i_1 j_1}\dot{I}_{i_1}^{\beta} = -\dot{U}_{Ai_1} + \dot{A} \quad (88)$$

$$Z_{i_2}\hat{I}_{i_2}^{\beta} - Z_{i_2 j_2}\dot{I}_{i_2}^{\beta} = -\dot{U}_{Ai_2} \quad (89)$$

$$\dots$$

$$Z_{i_N}\hat{I}_{i_N}^{\beta} - Z_{i_N j_N}\dot{I}_{i_N}^{\beta} = -\dot{U}_{Ai_N} \quad (90)$$

Если в выражениях (86, 87) разложить комплексные величины на действительные и мнимые составляющие и переписать их относительно действительных величин, получим:

$$\begin{bmatrix} A_{i_1}^{\beta} & \vdots & B_{i_1}^{\beta} \\ \dots & \dots & \dots \\ C_{i_1}^{\beta} & \vdots & D_{i_1}^{\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_1}^{\beta'} \\ \dots \\ I_{i_1}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_1} \\ \dots \\ -U''_{Ai_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+j0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}^{l}; \quad (91)$$

$$\begin{bmatrix} A_{i_2}^{\beta} & \vdots & B_{i_2}^{\beta} \\ \dots & \dots & \dots \\ C_{i_2}^{\beta} & \vdots & D_{i_2}^{\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_2}^{\beta'} \\ \dots \\ I_{i_2}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_2} \\ \dots \\ -U''_{Ai_2} \end{bmatrix}; \quad (92)$$

$$\dots$$

$$\begin{bmatrix} A_{i_N}^{\beta} & \vdots & B_{i_N}^{\beta} \\ \dots & \dots & \dots \\ C_{i_N}^{\beta} & \vdots & D_{i_N}^{\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_N}^{\beta'} \\ \dots \\ I_{i_N}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{Ai_N} \\ \dots \\ -U''_{Ai_N} \end{bmatrix}. \quad (93)$$

В случае, когда i_1= 1,2,3 и ℓ = 2, уравнение (91) в развернутой форме имеет вид:

$$\begin{bmatrix} R_1-R_{11} & X_1+X_{11} & -R_{12} & X_{12} & -R_{13} & X_{13} \\ -R_{21} & X_{21} & R_2-R_{22} & X_2+X_{22} & -R_{23} & X_{23} \\ -R_{31} & X_{31} & -R_{32} & X_{32} & R_3-R_{33} & X_3+X_{33} \\ X_1-X_{11} & -R_1-R_{11} & -X_{12} & -R_{12} & -X_{13} & -R_{13} \\ -X_{21} & -R_{21} & X_2-X_{22} & -R_2-R_{22} & -X_{23} & -R_{23} \\ -X_{31} & -R_{31} & -X_{32} & -R_{32} & X_3-X_{33} & -R_3-R_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{i_1}^{\beta,'} \\ I_{i_2}^{\beta,'} \\ I_{i_3}^{\beta,'} \\ I_{i_1}^{\beta,''} \\ I_{i_2}^{\beta,''} \\ I_{i_3}^{\beta,''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{Á1}^{'} \\ -U_{Á2}^{'} \\ -U_{Á3}^{'} \\ -U_{Á1}^{''} \\ -U_{Á2}^{''} \\ -U_{Á3}^{''} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (94)$$

При этом

$$A_{i_1}^{\beta} = \begin{bmatrix} R_1-R_{11} & X_1+X_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & X_{21} & R_2-R_{22} \\ -R_{31} & X_{31} & -R_{32} \end{bmatrix}; \quad B_{i_1}^{\beta} = \begin{bmatrix} X_{12} & -R_{13} & X_{13} \\ X_2+X_{22} & -R_{23} & X_{23} \\ X_{32} & R_3-R_{33} & X_3+X_{33} \end{bmatrix};$$

$$C_{i_1}^{\beta} = \begin{bmatrix} X_1-X_{11} & -R_1-R_{11} & -X_{12} \\ -X_{21} & -R_{21} & X_2-X_{22} \\ -X_{31} & -R_{31} & -X_{32} \end{bmatrix}; \quad D_{i_1}^{\beta} = \begin{bmatrix} -R_{12} & -X_{13} & -R_{13} \\ -R_2-R_{22} & -X_{23} & -R_{23} \\ R_{32} & X_3-X_{33} & -R_3-R_{33} \end{bmatrix}.$$

После установления матричных уравнений (91-93) можно определить значения искомых токов β сопряженной ЭЭС:

$$\begin{bmatrix} I_{i_1}^{\beta'} \\ \cdots \\ I_{i_1}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_1}^{\beta} & \vdots & B_{i_1}^{\beta} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_1}^{\beta} & \vdots & D_{i_1}^{\beta} \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} U_{Ái_1}^{'} \\ \cdots \\ U_{Ái_1}^{''} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+j0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}^{l} \right); \quad (95)$$

$$\begin{bmatrix} I_{i_2}^{\beta'} \\ \cdots \\ I_{i_2}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_2}^{\beta} & \vdots & B_{i_2}^{\beta} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_2}^{\beta} & \vdots & D_{i_2}^{\beta} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} U_{Ái_2}^{'} \\ \cdots \\ U_{Ái_2}^{''} \end{bmatrix}; \quad (96)$$

$$\begin{bmatrix} I_{i_N}^{\beta'} \\ \cdots \\ I_{i_N}^{\beta''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i_N}^{\beta} & \vdots & B_{i_N}^{\beta} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{i_N}^{\beta} & \vdots & D_{i_N}^{\beta} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} U_{Ái_N}^{'} \\ \cdots \\ U_{Ái_N}^{''} \end{bmatrix}. \quad (97)$$

Обращая квадратные матрицы, входящие в (95-97) и этим определяя составляющие $I_{i_1}^{\beta,'}$, $I_{i_2}^{\beta,'}$... $I_{i_N}^{\beta,'}$; $I_{i_1}^{\beta,''}$, $I_{i_2}^{\beta,''}$... $I_{i_N}^{\beta,''}$ находим искомые комплексные токи узлов β сопряженной ЭЭС. Затем пользуясь выражениями (83) определяем искомые комплексные напряжения $\dot{U}_{i_1}^{\beta}, \dot{U}_{i_2}^{\beta}, ... \dot{U}_{i_N}^{\beta}$ узлов β сопряженной ЭЭС. Этим завершается также расчет установившегося режима β сопряженной ЭЭС.

Имея $\dot{I}_{\lambda}$, $\hat{I}_{\lambda}$ комплексные токи исходной ЭЭС и определяя токи $\dot{I}_{\lambda}^{\alpha}$, $\hat{I}_{\lambda}^{\alpha}$; $\dot{I}_{\lambda}^{\beta}$, $\hat{I}_{\lambda}^{\beta}$ на основании полученных результатов по расчетам установившихся режимов α и β сопряженных ЭЭС. пользуясь выражением (52) определяем приращение тока $\Delta\dot{I}_l$ комплексного тока узла *l*, чем и завершается решение задачи.

Анализ расчета установившихся режимов основной, α и β сопряженных систем показывает, что индекс узла *l*, относительно которого необходимо определить приращение комплексного тока Δi_l фигурирует только в матричных уравнениях (75) и (95), что характеризуется наличием величины $1+j0$ на *l*-ой строке. Это явление приводит к весьма важному выводу, что перемещая индекс *l* наверх и вниз, можем непосредственно без дополнительных расчетов определить приращения комплексных токов других узлов.

Заключение

Предложен метод построения математических моделей α, β сопряженных ЭЭС при коррекции установившегося режима электроэнергетической системы сочетанием теоремы Телледжена и декомпозиции-диакоптики. Показано, что теорема Телледжена открывает новое направление для решения задачи в области электроэнергетики. Сочетание теоремы Телледжена с идеей декомпозиции позволяет решить множество задач по большим ЭЭС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян В.С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем / В.С. Хачатрян. - Электричество. 1964. №10. с. 47–51.
2. Хачатрян В.С. Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем / В.С. Хачатрян, О.А. Суханов. - Электричество. 1973. №4, с. 1–10.
3. Хачатрян В.С. Метод декомпозиции и коррекции / матрицы обобщенных параметров электрических систем / В.С. Хачатрян, В.С. Сафарян. - Электричество. 1980. №12. с. 18-23.
4. Хачатрян В.С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших электроэнергетических систем / В.С. Хачатрян. - Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1973. №4.
5. Хачатрян В.С. Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона / В.С. Хачатрян. - Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1974. №4. с. 36–43.
6. Хачатрян В.С. Автоматизация разбивки больших систем на радиально связанные оптимальные подсистемы / В.С. Хачатрян, М.А. Балабекян. - Электричество. 1977. №9. с. 15.
7. Хачатрян В.С. Метод коррекции установившихся режимов электрических систем / В.С. Хачатрян, Э.А. Этмекчян. - Электричество. 1987. №3. с. 6–14.
8. Tellegen B.D. A general network theorem with application / B.D. Tellegen. - Philips Res. 1952. p. 259-269.
9. Хачатрян В.С. Расчет установившегося режима большой электроэнергетической системы методом диакоптики / В.С. Хачатрян, Н.П. Бадалян. - Электричество. 2003. №6. с. 13-17.
10. Хачатрян В.С. Энергетическая теория электрических цепей и электроэнергетические системы / В.С. Хачатрян, Н.П. Бадалян, Э.А. Этмекчян, М.Г. Тамразян, А.Г. Гулян. - Вестник ИАА. 2010. Т-7, №2. с. 244-249.
11. Бадалян Н.П. Решение задачи коррекции установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции / Н.П. Бадалян, Е.А. Чащин, Ю.В. Молокин. - Омский научный Вестник. 2014. №1 (127). - с. 170–175.
12. Бадалян Н.П. Построение математической модели допустимого установившегося режима электроэнергетической системы / Н.П. Бадалян, Е.А. Чащин.- Вестник ИГЭУ №3, 2012. - с. 43-47.
13. Бадалян Н.П. Метод построения математических моделей α, β сопряженных электрических систем коррекцией установившегося режима / Н.П. Бадалян, Е.А. Чащин, Л.И. Шеманаева - Омский научный вестник, 2015, №3 (143), с. 221-225.

Badalyan Norayr Petikovich
Vladimir State University, Russia, Vladimir
E-mail: norayrbadalyan@mail.ru

Chashchin Evgeniy Anatol'evich
Kovrov State Technical Academy, Russia, Kovrov
E-mail: kanircha@list.ru

Balashova Svetlana Aleksandrovna
Joint-Stock Company «All-Russian Scientific-research institute «Signal», Russia, Kovrov
E-mail: balashovasveta@list.ru

Correction of steady-state operation of power system by combination the Telledzhen's theorem and decomposition-diakoptic

Abstract. Calculation of steady-state operation of power systems is the basis for the solution a variety of operational tasks such as the definition of rational modes of operation and further development of the power system, to obtain reliable-projected estimates of the real state and others. In general, the calculation of the steady state power system reduces to solving a system of nonlinear algebraic equations of iterative method, when any change in the initial conditions, makes it necessary to re-solution of the whole system of nonlinear algebraic equations. Thus, to solve the problem of correction steady state power system, each iteration of changing the initial conditions is considered as an independent task of analyzing the steady state, due to the high cost of computer time. This article describes a method for calculating the steady state power system in which a mathematical model realized by a combination of the Telledzhen’s theorem a and decomposition-diakoptics to reduce the cost of computer time to solve the problem of correction steady state. It was shown that the application of Telledzhen’s theorem opens a new direction for solving the problem in the electricity sector. Combining Telledzhen’s theorem with the idea of decomposition-diakoptics can solve many problems associated with the analysis of the modes of operation of the large electric power systems.

Keywords: telledzhen’s theorem; system; node; branch; scheme; graph; parameter; current strength; voltage; diakoptics

REFERENCES

1. Khachatryan B.C. K metodam rascheta sobstvennykh i vzaimnykh soprotivleniy slozhnykh energosistem / V.S. Khachatryan. - Elektrichestvo. 1964. №10. s. 47–51.
2. Khachatryan B.C. Diakoptika i zadacha opredeleniya obobshchennykh parametrov bol'shikh energosistem / V.S. Khachatryan, O.A. Sukhanov. - Elektrichestvo. 1973. №4, s. 1–10.
3. Khachatryan B.C. Metod dekompozitsii i korrektsii / matritsy obobshchennykh parametrov elektricheskikh sistem / V.S. Khachatryan, V.S. Safaryan. - Elektrichestvo. 1980. №12. s. 18-23.
4. Khachatryan B.C. Metod i algoritm rascheta ustanovivshikhsya rezhimov bol'shikh elektroenergeticheskikh sistem / V.S. Khachatryan. - Izv. AN SSSR. Energetika i transport. 1973. №4.
5. Khachatryan B.C. Opredelenie ustanovivshikhsya rezhimov bol'shikh elektroenergeticheskikh sistem s primeneniem metoda N'yutona-Rafsona / V.S. Khachatryan. - Izv. AN SSSR. Energetika i transport. 1974. №4. s. 36–43.
6. Khachatryan B.C. Avtomatizatsiya razbivki bol'shikh sistem na radial'no svyazannye optimal'nye podsistemy / B.C. Khachatryan, M.A. Balabekyan. - Elektrichestvo. 1977. №9. s. 15.
7. Khachatryan B.C. Metod korrektsii ustanovivshikhsya rezhimov elektricheskikh sistem / B.C. Khachatryan, E.A. Etmekchyan. - Elektrichestvo. 1987. №3. s. 6–14.
8. Tellegen B.D. A general network theorem with application / B.D. Tellegen. - Philips Res. 1952. p. 259-269.
9. Khachatryan V.S. Raschet ustanovivshegosya rezhima bol'shoy elektroenergeticheskoy sistemy metodom diakoptiki / V.S. Khachatryan, N.P. Badalyan. - Elektrichestvo. 2003. №6. s. 13-17.
10. Khachatryan B.C. Energeticheskaya teoriya elektricheskikh tsepey i elektroenergeticheskie sistemy / V.S. Khachatryan, N.P. Badalyan, E.A. Etmekchyan, M.G. Tamrazyan, A.G. Gulyan. - Vestnik IAA. 2010. T-7, №2. s. 244-249.
11. Badalyan N.P. Reshenie zadachi korrektsii ustanovivshegosya rezhima elektroenergeticheskoy sistemy metodom dekompozitsii / N.P. Badalyan, E.A. Chashchin, Yu.V. Molokin. - Omskiy nauchnyy Vestnik. 2014. №1 (127). - s. 170–175.
12. Badalyan N.P. Postroenie matematicheskoy modeli dopustimogo ustanovivshegosya rezhima elektroenergeticheskoy sistemy / N.P. Badalyan, E.A. Chashchin.- Vestnik IGEU №3, 2012. - s. 43-47.
13. Badalyan N.P. Metod postroeniya matematicheskikh modeley α, β sopryazhennykh elektricheskikh sistem korrektsiey ustanovivshegosya rezhima / N.P. Badalyan, E.A. Chashchin, L.I. Shemanaeva - Omskiy nauchnyy vestnik, 2015, №3 (143), s. 221-225.