

УДК 624.042

Карпов Александр Сергеевич

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет»

Россия, Москва¹

Аспирант

E-Mail: Nauriit@gmail.com

Расчет собственных частот и форм колебаний опорных и пролетных конструкций автомобильных эстакад

Аннотация. Построена динамическая модель эстакады, недавно возведенной в городе Люберцы. Эстакада представляет собой неразрезное болтосварное металлическое пролетное строение с главными балками коробчатого сечения с ортотропной плитой проезжей части, смонтированное на железобетонные монолитные опоры. Ортотропная плита проезжей части распределяет нагрузку, возникающую от движения транспортных средств и пешеходов, и передает её на главные несущие элементы пролетного строения – главные балки замкнутого коробчатого сечения. Главные балки состоят из двух вертикальных стенок, нижнего сплошного поясного листа и ортотропной плиты, выполняющую одновременно роль проезжей части и верхнего пояса коробки. Произведен расчет динамической модели методом конечных элементов в программе Femap с решателем Nastran. Для построения динамической модели пролетного строения были применены двумерные элементы Plate (пластина), одномерные элементы Beam (балка) и объемные элементы Solid (объемный конечный элемент). С помощью разработанной динамической модели получены собственные частоты и формы колебаний пролетного строения и опор эстакады. Результат динамического анализа позволяет сравнить собственные частоты пролетных и опорных конструкций эстакады с собственными частотами большегрузного автомобиля с целью предупреждения эффекта резонанса.

Ключевые слова: металлическая эстакада; метод конечных элементов; собственные частоты и формы колебаний; динамическая модель; колебания эстакад; ортотропная плита; пролетное строение; резонанс.

¹ 143200, Московская область, Можайский район, д. Ченцово, д. 58а

Введение

Отправной точкой для исследования возникновения резонанса в сооружениях послужило разрушение моста в г. Анже в 1850 году, когда, при переходе по мосту строем, рота солдат маршировала с частотой, совпавшей с собственной частотой моста, в результате чего произошло разрушение. С того времени, в связи с развитием автомобильного и железнодорожного транспорта динамическое воздействие на мостовые сооружения значительно возросло. Также возросла доля многоосных и тяжелогруженных автомобилей в общем транспортном потоке, существенно увеличилась скорость движения транспортных средств. В связи с этим требовалось постоянно совершенствовать конструкции мостовых сооружений и материалы, из которых их изготавливают. В процессе эксплуатации в мостовом сооружении появляются дефекты и повреждения, которые даже при кратковременном воздействии меняют характер колебаний сооружений при подвижной нагрузке и могут повлиять на долговечность сооружения. В этих условиях изучение и анализ колебательных процессов транспортных сооружений, и прежде всего автодорожных мостов, под действием подвижной нагрузки приобретает все более важное значение. При возрастании веса подвижной нагрузки с одновременным снижением веса пролетных строений и увеличением длины перекрываемых пролетов динамические явления нарастают и требуют более глубокого изучения. Расчет конструкции на колебания позволяет не допустить явление резонанса, при котором происходит равенство или кратность возникающих в ней вынужденных и собственных колебаний. Возрастание амплитуды колебаний способно привести к разрушению конструкции. Испытания и расчёт конструкций на колебания с целью их уменьшения – неотъемлемая составная часть проектирования строительных конструкций.

Динамическая модель автодорожной металлической эстакады коробчатого сечения с ортотропной плитой проезжей части

Впервые в России мостовое сооружение с конструктивной формой коробчатого поперечного сечения было запроектировано профессором Н.В. Стрелецким в проекте распорного арочного пролетного строения Большого Каменного моста в Москве в 1928 году. Коробчатые пролетные строения с ортотропной плитой отличаются высокой заводской готовностью, снижением расхода металла, значительным повышением вертикальной, горизонтальной и особенно крутильной жесткостью. Такие болтосварные конструкции отличаются большим разнообразием конструктивных форм и в последнее время получают все большее распространение по всему миру при необходимости перекрытия пролетов от 50 до 100 метров.

Блоки такого пролетного строения удобно транспортировать от завода-изготовителя до строительной площадки. Одним из плюсов также является удобство монтажа укрупненных блоков, собранных из отдельных элементов на опоры и возможность продольной циклической надвижки пролетного строения.

Рассматриваемая автодорожная эстакада построена на Комсомольском проспекте в городе Люберцы. Эстакады выполнена по схеме $4 \times 63,0 + 4 \times 63,0 + 5 \times 63,0$ м. Полная длина эстакады составляет 834,0 м. Габарит проезда предусматривает 3 полосы движения шириной по 3,75 м, две полосы безопасности шириной по 1,0 м, а также тротуар шириной 2,25 м. и служебный проход шириной 0,75 м. Временные вертикальные нагрузки от подвижного состава при проектировании приняты А14, НК-80 и НК-176.

Конструкция пролетного строения представляет собой стальное болтосварное коробчатое пролётное строение с ортотропной плитой проезжей части. Ортотропная плита проезжей части распределяет нагрузку, возникающую от движения транспортных средств и

пешеходов, и передает её на главные несущие элементы пролетного строения – главные балки замкнутого коробчатого сечения. Главные балки состоят из двух вертикальных стенок, нижнего сплошного поясного листа и ортотропной плиты, выполняющую одновременно роль проезжей части и верхнего пояса коробки. Местная устойчивость вертикальных и горизонтальных листов обеспечивается соответствующими ребрами жесткости. Для повышения пространственной жесткости главных балок, они снабжаются поперечными диафрагмами, расположенными с шагом 2,1 метра. Вертикальные стенки главных балок выполнены наклонными. Это позволяет обеспечить обтекаемость пролетного строения ветровыми потоками. Между коробчатыми балками находятся поперечные связи. Диагонали поперечных связей выполнены из уголков, а нижний пояс – из швеллера. На поперечных связях устроен технологический проход для мониторинга состояния пролетного строения. Мостовое полотно выполнено из асфальтобетона толщиной 80мм. Поперечное сечение пролетного строения эстакады представлено на рисунке 1.

Все опоры эстакады выполнены из монолитного железобетона на свайном основании. Тела опор выполнены из бетона марки В25 F300 W8. Свайное основание состоит из 12 буронабивных свай диаметром 1,5 метра, длиной 30 метров. Сваи объединены между собой монолитными ростверками, выполненными из бетона марки В30 F300 W8.

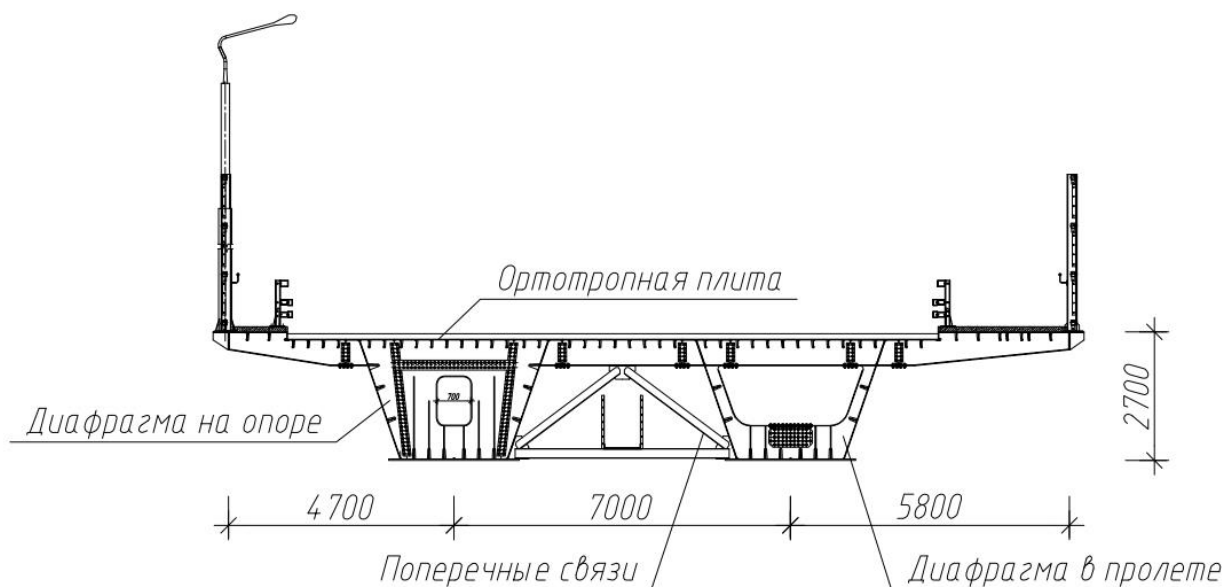


Рис. 1. Конструкция поперечного сечения пролетного строения

Динамическая модель эстакады смоделирована конечными элементами в программном комплексе Femap с решателем Nastran.

Для построения динамической модели пролетного строения были применены двумерные элементы Plate (пластина) таким образом, что все тонкостенные конструктивные элементы пролетного строения разбиваются на некое количество конечных элементов Plate с заданным параметром толщины в каждом конкретном случае. Причем, чем чаще реализована сетка элементов, тем точнее оказываются производимые вычисления, но, в свою очередь, увеличивается время расчета и системные требования компьютера. Plate (Пластина) – является элементом оболочки и учитывает все внутренние силовые факторы, возникающие в оболочке, а также ее геометрию. Элемент воспринимает сдвиговые, поперечные, изгибные и мембранные нагрузки. Данными элементами, как правило, моделируют тонкостенные и оболочечные

конструкции. Конечные элементы Plate, используемые при моделировании модели пролетного строения представлены на рисунке 2-б) и 2-в).

Помимо элементов Plate в динамической модели пролетного строения присутствуют одномерные стержневые элементы Beam (балка). Данный элемент представляет собой линию, соединяющую два узла. Этими конечными элементами реализованы поперечные связи, выполненные из уголков и швеллера. Элемент Beam работает на сжатие, растяжение, поперечный сдвиг, изгиб и кручение. Такими элементами, как правило, моделируют балочные и рамные конструкции. В каждом конкретном случае задаются параметры поперечного сечения элементов. Конечные элементы Beam представлены на рисунке 2-а)

При моделировании опор эстакады допустимо свайное основание, объединенное ростверком, представлять как жесткую заделку. Железобетонные опоры в модели построены из объемных конечных элементов Solid. Данный элемент может обладать линейной формой: четырёхузловой тетраэдр (четырёхгранник), шестиузловой клин (пятигранник), восьмиузловой гексаэдр (шестигранник); либо параболической формой: восьмиузловой тетраэдр, пятнадцатиузловой клин, двадцатиузловой гексаэдр. Конечные элементы Solid представлены на рисунке 3.

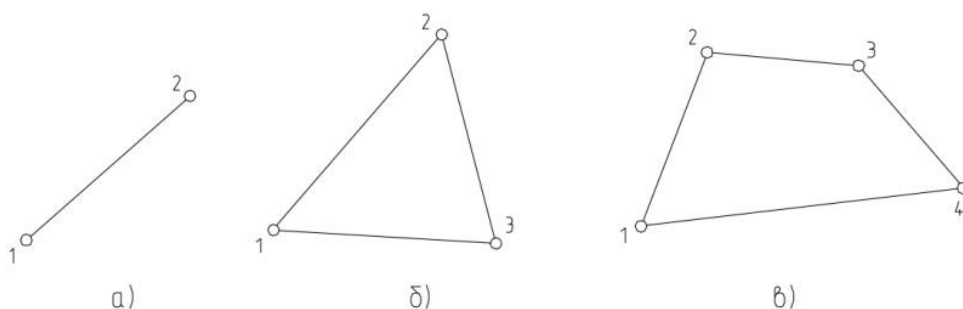


Рис. 2. Конечные элементы Beam и Plate

а) Конечный элемент Beam; б) 3х-узловой конечный элемент Plate; в) 4х-узловой конечный элемент Plate.

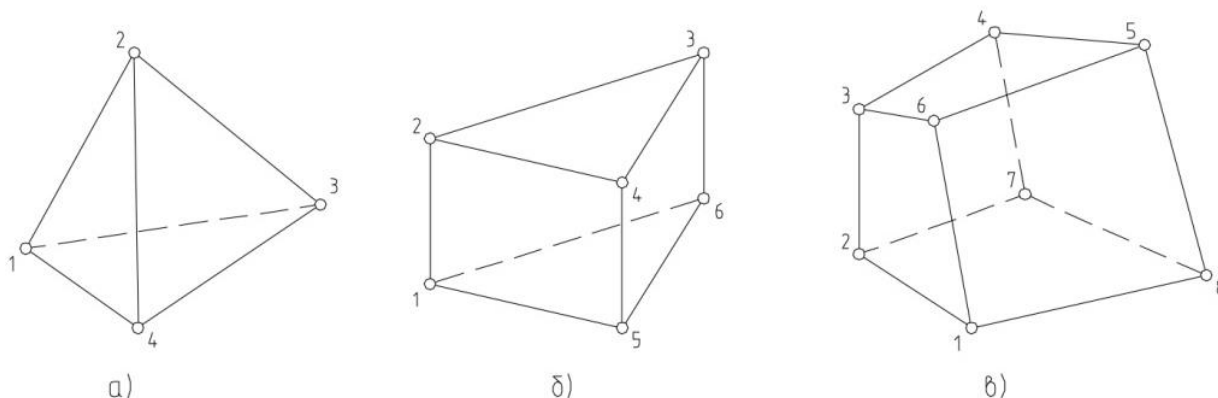


Рис. 3. Объемные конечные элементы Solid

а) четырёхузловой конечный элемент Solid; б) шестиузловой конечный элемент Solid; в) восьмиузловой конечный элемент Solid.

Для конечных элементов, моделирующих пролетное строение эстакады заданы следующие характеристики стали:

Модуль упругости $E=2E+11$ (кг/м²);

Коэффициент Пуассона $\nu=0,3$;

Плотность $\rho=7850$ кг/м³.

Для конечных элементов, моделирующих опоры эстакады заданы следующие эквивалентные характеристики железобетона:

Модуль упругости $E=2,5E+7$ (кг/м²);

Коэффициент Пуассона $\nu=0,2$;

Плотность $\rho=2500$ кг/м³.

На рисунке 4 представлено поперечное сечение пролетного строения рассматриваемой эстакады, смоделированное конечными элементами.

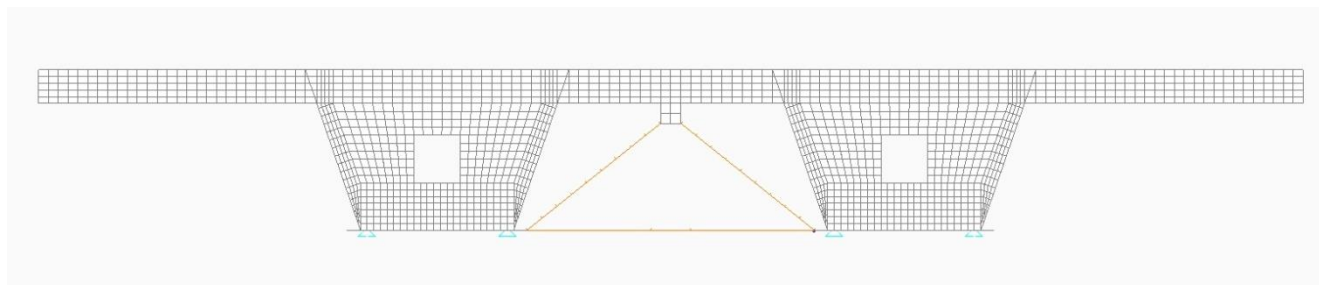


Рис. 4. Поперечное сечение пролетного строения эстакады, построенное конечными элементами Plate и Beam

Расчет собственных частот и форм колебаний конечно-элементных моделей конструкций эстакад

При исследовании колебаний конструкций эстакады допустимо принимать следующие допущения: системы линейно-деформируемы; колебания малы в сравнении с размерами сооружения; материал подчиняется закону Гука; влияние внутреннего неупругого сопротивления материала не учитывается; масса проезжей части моста включается в состав массы его несущих конструкций и принимается равномерно распределенной; местное изменение жесткости в соединениях, сопряжениях и стыках не учитывается; жесткость стержней постоянна или ступенчато-переменна; опорные устройства и шарниры идеальны.

Рассмотрим уравнения колебаний системы со многими степенями свободы.

Пусть упругая конструкция совершает малые вынужденные колебания. Тогда уравнение Лагранжа 2-го рода для неконсервативной системы со многими степенями свободы имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}(t)} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial \{q(t)\}} + \frac{\partial R}{\partial \{\dot{q}(t)\}} = F(q, \dot{q}, t) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$q(0) = q_0 \quad \text{и} \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0$$

Где Π - потенциальная энергия упругой системы;

T - кинетическая энергия упругой системы;

R - диссипативная функция упругой системы;

q – вектор обобщенных перемещений.

Потенциальную энергию системы можно записать в виде положительно определенной квадратичной формы

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} * q_i * q_j \quad (3')$$

Кинетическую энергию системы можно записать в виде положительно определенной квадратичной формы

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} * \dot{q}_i * \dot{q}_j \quad (4')$$

Диссипативную функцию Рэлея системы можно записать в виде положительно определенной квадратичной формы

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} * \dot{q}_i * \dot{q}_j \quad (5')$$

Подставив в уравнение Лагранжа 2-го рода (1) выражения для потенциальной (3), кинетической (4) энергий и диссипативной функцией Рэлея (5) получим уравнения малых вынужденных колебаний системы со многими степенями свободы в матричном виде

$$M \frac{d^2 q}{dt^2} + C \frac{dq}{dt} + K q = F(q, \dot{q}, t) \quad (6)$$

или

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} * \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n c_{ij} * \dot{q}_j + \sum_{j=1}^n k_{ij} * q_j = f_i(q_i, \dot{q}_i, t) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (6')$$

Собственные колебания системы - колебания без демпфирования

$$M \frac{d^2 q}{dt^2} + K q = 0 \quad (7)$$

в скалярной форме

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} * \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n k_{ij} * q_j = 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (7')$$

Решение уравнений малых собственных колебаний

$$q_i(t) = v_i \cos(\omega t - \varphi) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Где v_i – постоянные такие, что вектор $v = [v_i]$ $1 \times n$ характеризуют форму колебаний в пространстве;

- ω - круговая частота ($1/\text{сек}$);
- φ – начальная фаза колебаний;

Подставляя (8) в уравнение (7')

получаем однородную систему для определения собственных частот и форм колебаний

$$\sum_{j=1}^n (k_{ij} - \omega^2 m_{ij}) * v_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9')$$

где ω^2 - квадрат собственной круговой частоты.

Анализ собственных частот и форм колебаний

В данной работе произведено определение собственных частот и форм колебаний автодорожной эстакады.

На рисунке 5 представлена первая изгибная форма колебаний пролетного строения.

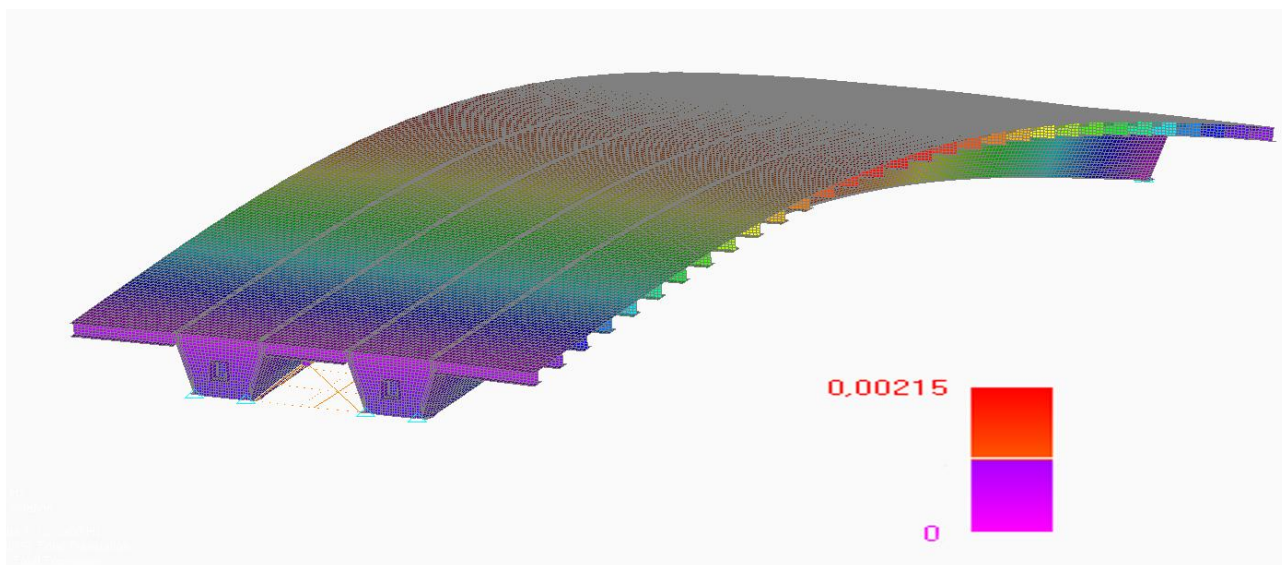


Рис. 5. Собственная форма колебаний пролетного строения, возникающая при частоте 1,9 Гц

На рисунке 6 представлена первая крутильная форма колебаний пролетного строения.

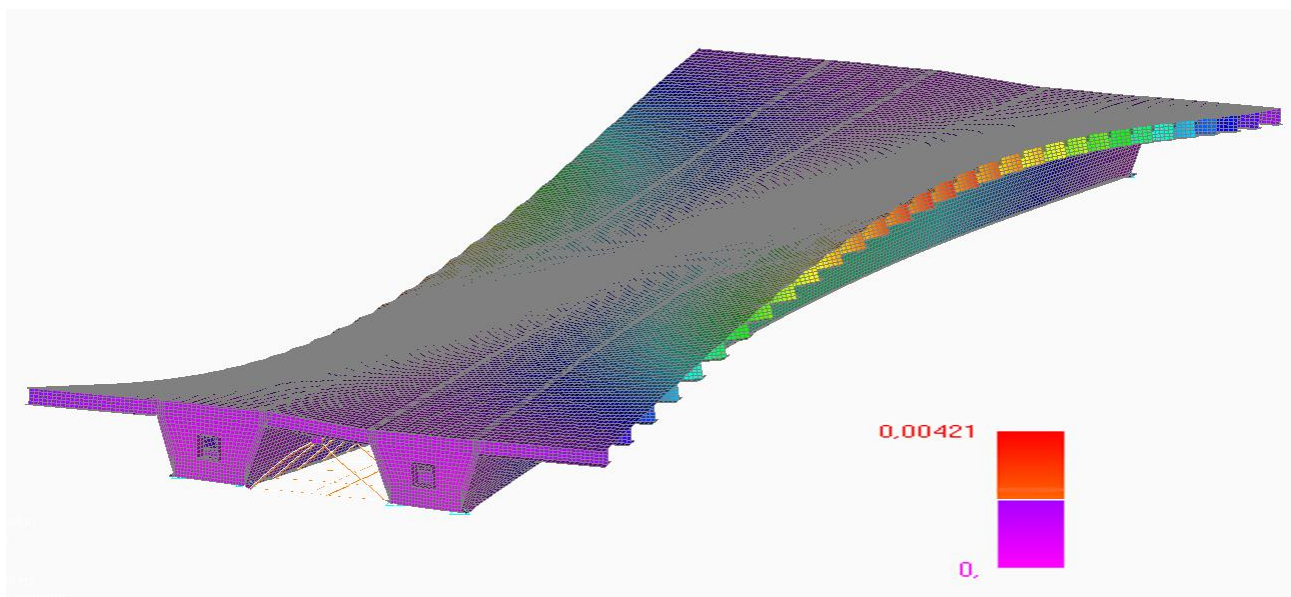


Рис. 6. Собственная форма колебаний пролетного строения, возникающая при частоте 4,3 Гц

На рисунке 7 представлена вторая изгибная форма колебаний пролетного строения.

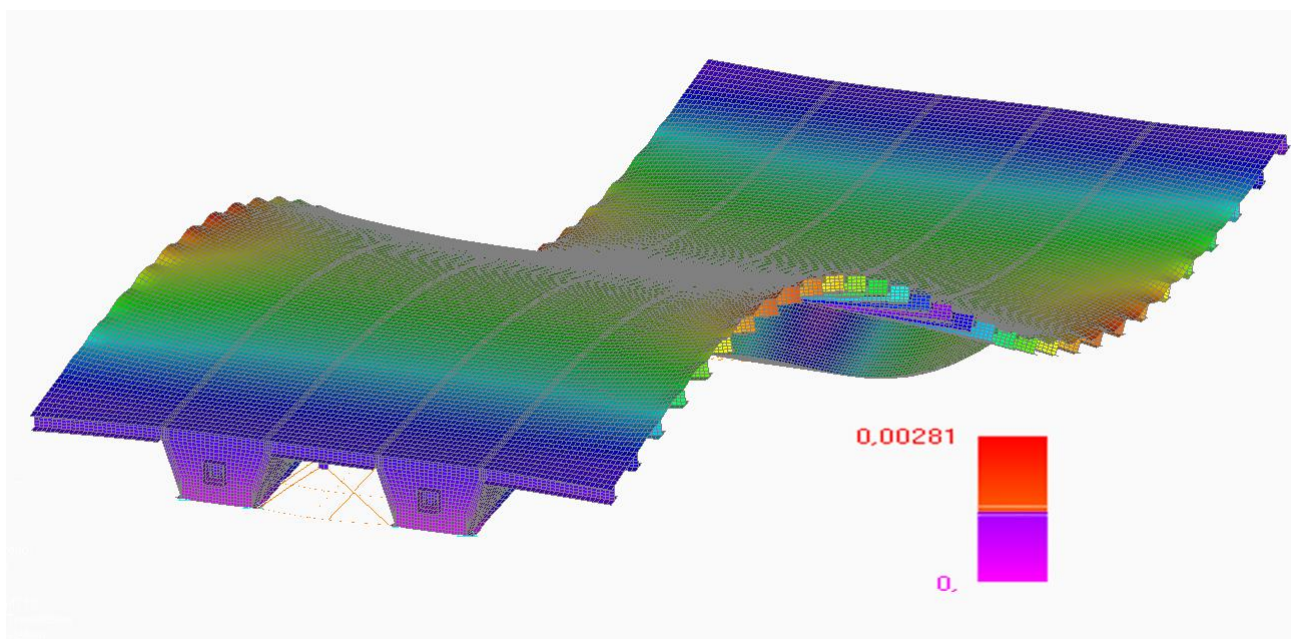


Рис. 7. Собственная форма колебаний пролетного строения, возникающая при частоте 6,4 Гц

На рисунке 8 представлена вторая крутильная форма колебаний пролетного строения.

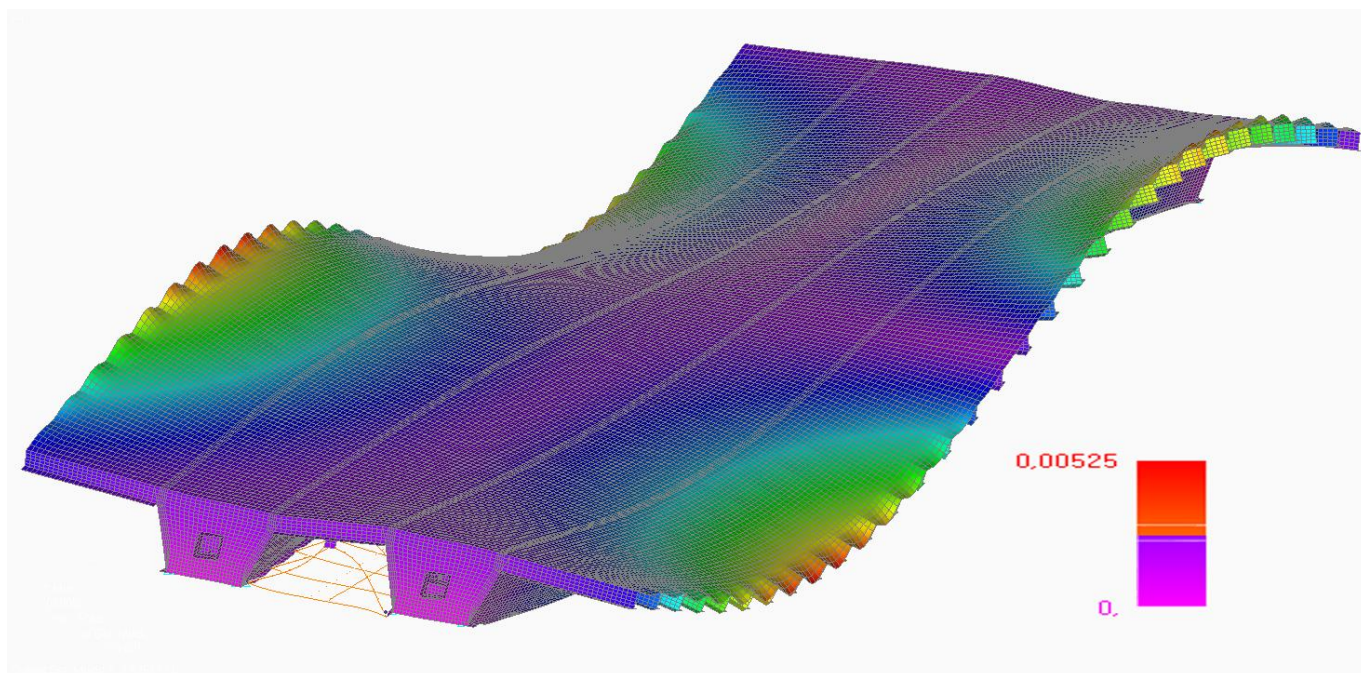


Рис. 8. Собственная форма колебаний пролетного строения, возникающая при частоте 8,8 Гц

В сравнительной таблице 1 приведены первые 4 собственные частоты колебаний пролетного строения и соответствующие им формы.

Таблица 1

Сравнение собственных частот колебаний пролётного строения

№ формы	Частоты, Гц	Характер колебаний (указаны характерные колебания, соответствующие определенным частотам)
1	1,9	1-ая изгибная форма колебаний пролетного строения
2	4,3	1-ая крутильная форма колебаний пролетного строения
3	6,4	2-ая изгибная форма колебаний пролетного строения
4	8,8	2-ая крутильная форма колебаний пролетного строения

На рисунке 9 представлены первые 4 собственных форм колебаний опор эстакады.

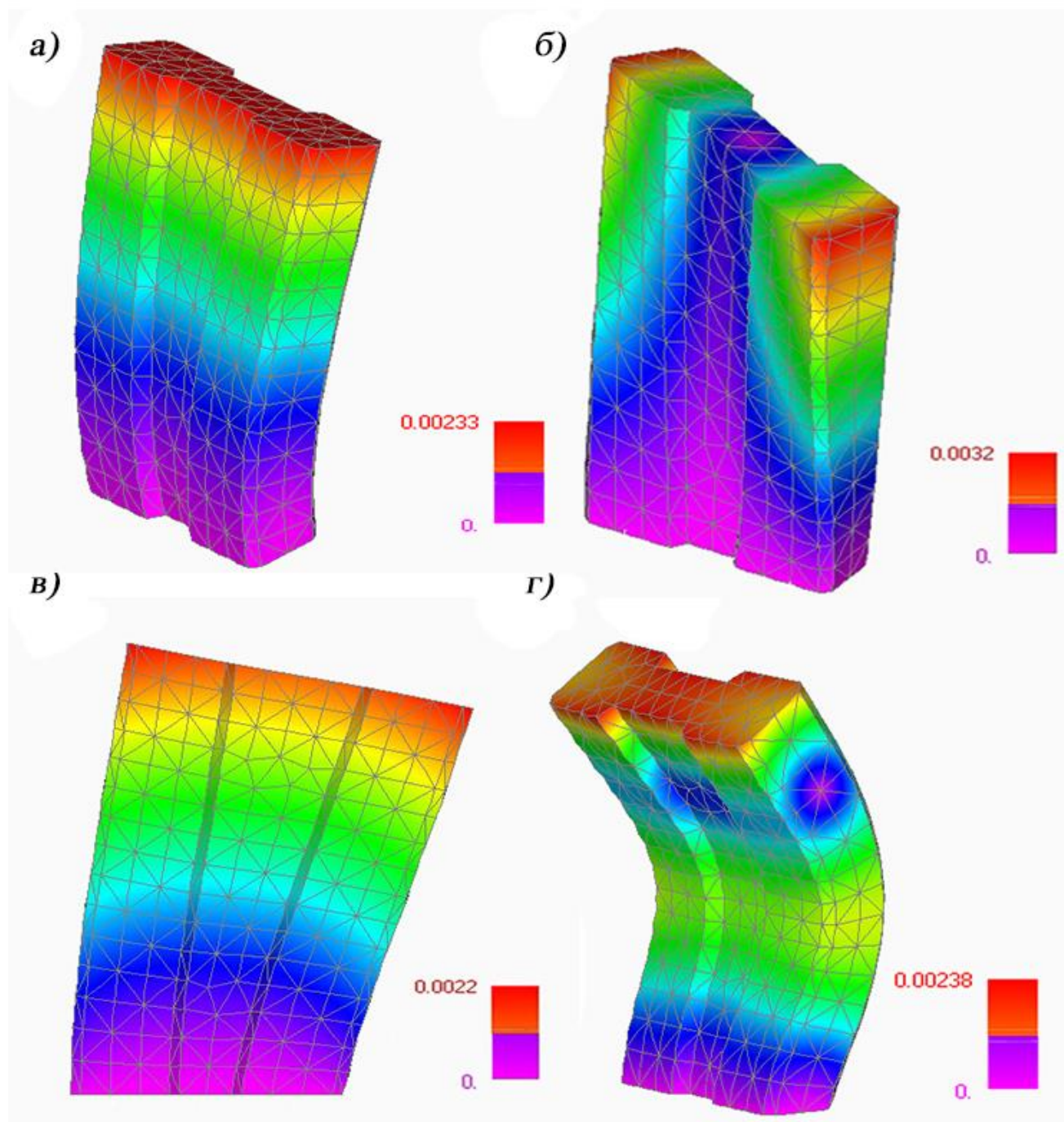


Рис. 9. Собственные формы колебаний опоры эстакады

а) 1-ая изгибная форма колебаний опоры вдоль эстакады; б) 1-ая крутильная форма колебаний опоры; в) 1-ая изгибная форма колебаний опоры поперек оси эстакады; г) 2-ая изгибная форма колебаний опоры вдоль оси эстакады.

В таблице 2 приведены собственные формы колебаний опор эстакады

Таблица 2

Собственные формы колебаний опор эстакады

№ формы	Частоты, Гц	Характер колебаний (указаны характерные колебания, соответствующие определенным частотам)
1	18	1-ая изгибная форма колебаний опоры вдоль оси эстакады
2	45	1-ая крутильная форма колебаний опоры
3	50	1-ая изгибная форма колебаний опоры поперек оси эстакады
4	102	2-ая изгибная форма колебаний опоры вдоль оси эстакады

Анализ результатов полученных собственных форм и частот, представленных в таблицах 1 и 2, позволяет отметить, что собственные частоты пролетного строения эстакады достаточно низки и находятся в диапазоне от 2 до 10 Гц. В этом же диапазоне находятся и собственные частоты колебаний большегрузных автомобилей. Возбуждение колебаний пролетного строения, возникающих при движении автомобиля по микронеровностям или системе единичных неровностей мостового полотна, может быть достаточно опасным при дальнейшей эксплуатации эстакады и требует дальнейших расчетных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти томах. Том 1. Колебания линейных систем. И.И. Артоболевски, А.Н. Боголюбов, В.В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1978. – 352 с. – УДК 62-752(031)
2. Горобцов А.С., Карцов С.К., Плетнёв А.Е., Поляков Ю.А. Компьютерные методы построения и исследования математических моделей динамики конструкций автомобилей: Монография. – М.: Машиностроение, 2011. – 463 с.
3. Поливанов Н.И. Проектирование и расчет железобетонных и металлических мостов. 1970. – УДК 625.745.12.001.2(075.8). – 516 с.
4. Городецкий А.С. Компьютерные модели конструкций. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. 2005. – УДК 624.012.3:681.3.06. – 344 с.
5. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. Рычков С.П. 2013. – УДК 624.01:004.9
6. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/Nastran for windows. Шимкович Д.Г. 2003. – УДК 004.4
7. Уманский А.А. Справочник проектировщика. Уманский А.А. 1973. – УДК 624.04.(031)
8. Wai-Fah Chen. Bridge Engineering Handbook. Wai-Fah Chen, Lian Duan. 2000. – ISBN 0-8493-7434-0
9. Sukhen Chatterjee . The design of modern steel bridges. Second edition. Sukhen Chatterjee. 2003
10. Upal Chosh. The steel bridges. Upal Chosh. 2009

Рецензент: Заместитель Председателя Поволжского отделения Российской академии транспорта, академик РАТ, Доктор технических наук, профессор И. Г. Овчинников.

Alexander Karpov
Moscow State automobile and road technical university
Russia, Moscow
E-Mail: Nauriit@gmail.com

Calculation of natural frequencies and mode shapes of spans and support road flyovers

Abstract. We was created the flyover dynamic model. This flyover was built in Lybertsy. Flyover is a continuous metal spans to the main box girder with orthotropic plate roadway. Spans mounted on reinforced concrete monolithic support. Orthotropic plate roadway distributes the load of vehicles and pedestrians. The main beams are composed of two vertical walls and a bottom cover plate and a solid orthotropic plate. The dynamic model is built from elements Plate, Beam elements and solid elements. Dynamic model was calculated by finite element method. Flyover dynamic model was helped get eigenfrequencies and shapes of span structure and bridge piers. To check the validity of the results, we made measurements of deflections real overpass. The result of the dynamic analysis helped to compare the eigenfrequencies and shapes of the span and support structures overpass to prevent the resonance effect.

Keywords: Steel Pier; finite element method; eigenfrequencies and shapes; dynamic model; orthotropic plate; span structure; resonance.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bolotin V.V. Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6-ti tomakh. Tom 1. Kolebaniya lineynykh sistem. I.I. Artobolevski, A.N. Bogolyubov, V.V. Bolotin. – М.: Mashinostroenie, 1978. – 352 s. – UDK 62-752(031)
2. Gorobtsov A.S., Kartsov S.K., Pletnev A.E., Polyakov Yu.A. Komp'yuternye metody postroeniya i issledovaniya matematicheskikh modeley dinamiki konstruktsiy avtomobiley: Monografiya. – М.: Mashinostroenie, 2011. – 463 s.
3. Polivanov N.I. Proektirovanie i raschetzhelezobetonnykh i metallicheskih mostov. 1970. – UDK 625.745.12.001.2(075.8). – 516 s.
4. Gorodetskiy A.S. Komp'yuternye modeli konstruktsiy. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. 2005. – UDK 624.012.3:681.3.06. – 344 s.
5. Rychkov S.P. Modelirovanie konstruktsiy v srede Femap with NX Nastran. Rychkov S.P. 2013. – UDK 624.01:004.9
6. Shimkovich D.G. Raschet konstruktsiy v MSC/Nastran for windows. Shimkovich D.G. 2003. – UDK 004.4
7. Umanskiy A.A. Spravochnik proektirovshchika. Umanskiy A.A. 1973. – UDK 624.04.(031)
8. Wai-Fah Chen. Bridge Engineering Handbook. Wai-Fah Chen, Lian Duan. 2000. – ISBN 0-8493-7434-0
9. Sukhen Chatterjee . The design of modern steel bridges. Second edition. Sukhen Chatterjee. 2003
10. Upal Chosh. The steel bridges. Upal Chosh. 2009