

Интернет-журнал «Наукоедение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/vol9-2.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/20TVN217.pdf>

Статья опубликована 22.03.2017

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Хусаинов А.А., Шпунтенко А.С. Производительность вычислительного мультиконвейера // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/20TVN217.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**УДК 004.9**

**Хусаинов Ахмет Аксанович**

ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», Россия, Комсомольск-на-Амуре<sup>1</sup>

Профессор

Доктор физико-математических наук

E-mail: [husainov51@yandex.ru](mailto:husainov51@yandex.ru)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2816-9743>

РИНЦ: [http://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=109384](http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=109384)

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/J-5121-2013>

**Шпунтенко Александр Сергеевич**

ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», Россия, Комсомольск-на-Амуре

Студент

E-mail: [shpunkenko.a@gmail.com](mailto:shpunkenko.a@gmail.com)

**Производительность вычислительного мультиконвейера**

**Аннотация.** Ускорение работы многих современных процессоров достигается за счет обработки потока команд с помощью вычислительного конвейера. Мультиконвейер является обобщением вычислительного конвейера и представляет собой ациклический волновой процессор. Основная проблема работы - построение аналитической модели для расчета производительности вычислительного мультиконвейера. В предшествующих работах, на основе экспериментов, авторы данной работы выдвинули гипотезу о том, что для произвольного мультиконвейера график зависимости времени обработки данных от объема данных описывается отрезком прямой. В данной работе приведен простой контрпример. Тем не менее, в данной работе получена формула для нахождения производительности мультиконвейера, удовлетворяющего следующим двум условиям: время чтения элемента данных из канала передачи данных между ступенями должно быть равно нулю, а очередь элементов данных для каждого канала должна быть бесконечной. Согласно этой формуле, график зависимости после обработки некоторого числа элементов входных данных может быть описана прямой, тангенс угла наклона которой равен максимальной задержке ступеней мультиконвейера. Приведен пример, показывающий, что требование бесконечности очередей каналов необходимо. Работа состоит из трех частей. Первая часть посвящена введению. Дано определение мультиконвейера и описана проблема расчета его производительности. Во второй части описана математическая модель мультиконвейера с задержками. Приведены примеры. В частности, описан контрпример к гипотезе, упомянутой выше. В третьей части приведены основные результаты. Введены таблицы занятости блоков, соответствующих входным элементам. Установлено, что временной интервал между обработкой любых двух соседних

---

<sup>1</sup> 681013, Россия, г. Комсомольск-на-Амуре, проспект Ленина, 27

входных элементов не больше максимальной задержки ступеней мультиконвейера. Показано, что результаты согласуются с работами других авторов. Доказана формула для нахождения производительности мультиконвейера. Результаты прошли тестирование с помощью компьютерной модели.

**Ключевые слова:** ациклический волновой процессор; таблица занятости; вычислительный конвейер; асинхронный конвейер; буферная память; сеть Петри; производительность конвейера; каналы ОС Unix; многопоточное приложение

## Введение

Мультиконвейер является обобщением конвейера и принадлежит классу волновых процессоров, введенных в работе [1] и исследованных в монографии Куна [2].

Мультиконвейер состоит из множества  $E$  вычислительных устройств - *ступеней* мультиконвейера, расположенных в вершинах ациклического конечного ориентированного графа, и множества  $C$  каналов передачи данных  $c \in C$ , соответствующих ребрам этого графа. Каналы содержат очереди элементов данных. Задано время задержек вычислительных устройств и время обмена данными через каналы. Входные данные, обрабатываемые мультиконвейером, передаются из входных каналов в начальные ступени. Каждая ступень выполняет следующие действия:

- для каждого входного канала ожидает готовности очередного элемента данных и читает этот элемент данных из канала;
- выполняет операции над входными элементами данных;
- записывает результаты операции в выходные каналы.

Мультиконвейер можно интерпретировать как компьютерную модель, представляющую собой многопоточное приложение, потоки которого соответствуют ступеням мультиконвейера. Каналы интерпретируются с помощью класса канала, содержащего очередь для буферизации обмена данными и подпрограммы чтения данных из очереди и записи данных в очередь.

В данной работе рассмотрен случай, когда выполнены следующие условия:

- Время чтения элемента данных из канала равно 0.
- Каналы имеют очереди элементов данных бесконечного объема.

Время записи элементов данных в каналы может быть ненулевым. После того, как входные элементы данных ступени готовы для чтения, ступень обрабатывает эти данные непрерывно. Обработка состоит из операции над входными данными и записи результатов в выходные каналы. суммарное время, за которое выполняется обработка данных ступенью, называется задержкой ступени  $t \in E$  и обозначается  $\tau(t)$ .

*Блок входных (соответственно выходных) данных* мультиконвейера состоит из элементов данных, по одному элементу для каждого входного (соответственно выходного) канала. Будем говорить, что мультиконвейер обработал данные объема  $n$ , если поступившие  $n$  блоков входных данных после всех возможных действий ступеней были преобразованы в  $n$  блоков выходных данных.

Математическую модель мультиконвейера, обрабатывающего  $n$  входных элементов можно представить в виде сети Петри, как в работах [3], [4]. Согласно [4, следствие 1, п.2.2],

эта сеть Петри не имеет тупиков, кроме маркировки, при которой все фишки находятся в финальных местах.

Мы будем предполагать, что очереди элементов данных в каналах имеют бесконечные размеры.

Производительностью называется величина, обратно пропорциональная среднему времени обработки одного блока данных. Если время обработки  $n$  блоков равно  $T(n)$ , то производительность будет равна  $n/T(n)$ . Отсюда вытекает, наша задача будет решена, если мы найдем формулу для расчета минимального времени обработки  $n$  блоков данных с помощью мультиконвейера с задержками.

Если мультиконвейер является конвейером, то существует формула для расчета минимального времени обработки  $n$  элементов (см., например, [5]):

$$T(n) = \sum_{t \in E} \tau(t) + (n - 1) \max_{t \in E} \tau(t)$$

Компьютерная модель, интерпретирующая мультиконвейер, подробно описана в работе [6]. В работе [6], на основе экспериментов с многопоточной компьютерной моделью мультиконвейера, была выдвинута гипотеза о том, что для всякого мультиконвейера существуют такие константы  $A, B > 0$ , что для всех  $n \geq 1$  имеет место равенство  $T(n) = A + (n - 1)B$ . К сожалению, приведенный нами ниже контрпример показывает, что это предположение неверно.

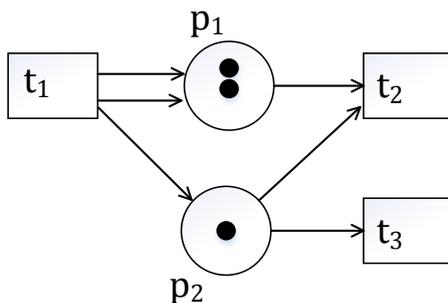
Тем не менее, в данной работе доказано, что существуют константы  $A, B$  и натуральное число  $n_0$ , для которых верно равенство  $T(n) = A + (n - n_0)B$  для всех  $n \geq n_0$ .

### Сеть Петри мультиконвейера

В данном разделе мы напомним определение сети Петри и опишем сеть Петри мультиконвейера.

Для произвольных множеств  $X, Y$  через  $Y^X$  будем обозначать множество всех функций  $X \rightarrow Y$ . Пусть  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  обозначает множество неотрицательных целых чисел.

Сеть Петри  $(P, T, pre, post, M_0)$  состоит из произвольных конечных множеств  $P, T$ , функции  $M_0: P \rightarrow \mathbb{N}$  и двух функций  $pre, post: T \rightarrow \mathbb{N}^P$ . Элементы из  $P$  называются *местами*, из  $T$  - *переходами*. Элементы из  $\mathbb{N}^P$  называются *маркировками*, а  $M_0$  - *начальной маркировкой*. Сеть Петри можно изобразить на рисунке: местам соответствуют круги, переходам - прямоугольники. От каждого перехода  $t \in T$  к месту  $p \in P$  проводятся стрелки, число которых равно  $pre(t)(p)$  - значению функции  $pre(t)$  на элементе  $p \in P$ . От каждого места  $p \in P$  к переходу  $t \in T$  проводятся  $post(t)(p)$  стрелок. На рис. 1 показано изображение сети Петри  $(P, T, pre, post, M_0)$ , состоящей из множеств  $P = \{p_1, p_2\}$ ,  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ , с начальной маркировкой, принимающей значения  $M_0(p_1) = 2$  и  $M_0(p_2) = 1$ . Функции  $pre$  и  $post$  принимают нулевые значения, кроме  $pre(t_2)(p_1) = pre(t_2)(p_2) = 1$ ,  $pre(t_3)(p_2) = 1$ ,  $post(t_1)(p_1) = 2, post(t_1)(p_2) = 1$ .



**Рисунок 1.** Пример сети Петри (разработано авторами)

Срабатыванием перехода  $t$  называется изменение маркировки. Срабатывание перехода  $M_1 \xrightarrow{t} M_2$  возможно, если  $M_1(p) \geq pre(t)(p)$  для всех  $p \in P$ .

Если переход  $t$  срабатывает, то маркировка  $M_1$  заменяется маркировкой, принимающей значения  $M_2(p) = M_1(p) - pre(t)(p) + post(t)(p)$ . Например, срабатывание перехода  $t_2$  на рис. 1 переводит маркировку  $M_0$  в маркировку  $M_1$ , принимающую значения  $M_1(p_1) = 1$ ,  $M_1(p_2) = 0$ .

Всякий мультиконвейер можно описать с помощью некоторой сети Петри. Она может быть построена следующим образом. Рассмотрим конечный ациклический граф  $(C, E, dom, cod)$ , где  $C$  - множество ребер,  $E$  - множество вершин, функция  $dom: C \rightarrow E$  сопоставляет ребру его начало,  $cod: C \rightarrow E$  - конец. С этим графом можно связать сеть Петри  $(C, E, pre, post, M_0)$ , состоящую из множества переходов  $E$ , множества мест  $C$  и функций  $pre, post: E \rightarrow \mathbb{N}^C$ , определенных как

$$pre(t)(c) = \begin{cases} 1, & \text{если } t = cod(c); \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \text{ и } post(t)(c) = \begin{cases} 1, & \text{если } t = dom(c); \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Начальная маркировка принимает значения  $M_0(c) = 0$ , для всех  $c \in C$ .

Эта сеть будет *маркированным графом*, в смысле [7]. Маркированные графы называются так же *синхронизационными графами*. Если добавить к полученному синхронизационному графу места, соответствующие входным и выходным каналам, и определить начальную маркировку для начальных данных, то придем к следующему определению.

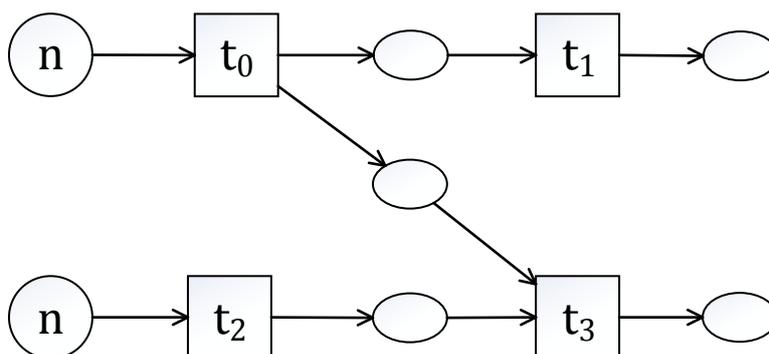
**Определение 1.** Мультиконвейером  $W = (n, C, E, pre, post)$  называется сеть Петри  $(C, E, pre, post, M_0)$ , удовлетворяющая следующим условиям:

- каждое место имеет одну стрелку, выходящую из этого места, или одну стрелку, входящую в это место (или то и другое);
- каждый переход имеет по крайней мере одну выходящую из него стрелку и по крайней мере одну входящую в него стрелку;
- каждая цепь, составленная из стрелок сети Петри, не имеет циклов.

Начальная маркировка принимает значения

$$M_0(c) = \begin{cases} n, & \text{если } c \text{ — входное место;} \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Пример мультиконвейера показан на рис. 2. (в работе [4] мультиконвейер называется *волновой системой*).

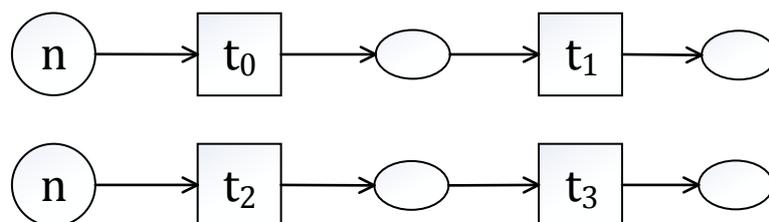


**Рисунок 2.** Пример мультиконвейера для обработки  $n$  элементов (разработано авторами)

Блок входных данных состоит из элементов данных, по одному элементу для каждой входной ступени. Мультиконвейером с задержками называется мультиконвейер  $W = (n, C, E, pre, post)$  вместе с функцией  $\tau: E \rightarrow \mathbb{N}$ . Задержка  $\tau(t)$  задает время работы ступени (перехода)  $t \in E$ . Время работы ступени включает в себя время чтения элемента данных из каждого входного канала, время выполнения операции и время записи элементов данных во все выходные каналы. Если не оговорено противное, то предполагается, что очереди элементов данных в каналах имеют бесконечные размеры. Поэтому, в случае готовности входных каналов, ступень будет работать как непрерывный последовательный процесс. Мультиконвейер с задержками и с конечными очередями, задается с помощью положительных целых чисел  $s(c)$ , которые называются размерами очередей каналов.

Проблема оценки производительности мультиконвейера связана с вопросом, поставленным в работе [6]: для всякого ли мультиконвейера существуют такие константы  $A, B > 0$ , что для всех  $n \geq 1$  имеет место равенство  $T(n) = A + (n - 1)B$ . Приведем простой контрпример к этой гипотезе.

**Пример 1.** Рассмотрим мультиконвейер, показанный на рис. 3. Он равен дизъюнктивному объединению двух конвейеров, первый из которых состоит из двух ступеней с задержками  $\tau(t_0) = \tau(t_1) = 3$ , а второй -  $\tau(t_2) = 4, \tau(t_3) = 1$ :



**Рисунок 3.** Контрпример (разработано авторами)

Время обработки  $n$  элементов с помощью этого конвейера равно  $T(n) = \max(6 + 3(n - 1), 5 + 5(n - 1))$ . Легко видеть, что в этом случае  $T(2) - T(1) \neq T(3) - T(2)$ , откуда следует, что не существует чисел  $A$  и  $B$ , дающих равенство  $T(n) = A + B(n - 1)$  для всех  $n \geq 1$ .

### Формула для расчета производительности мультиконвейера

Ступень мультиконвейера ожидает наличия данных во всех входных каналах, и только потом выполняет операцию и записывает результаты этой операции в выходные каналы. Это позволяет избежать внутренних разрывов в процессе работы ступени. Следующее предложение показывает, что ожидание входных данных незначительно влияет на производительность.

**Предложение 1.** Пусть  $W = (n, E, C, dom, cod)$  - мультиконвейер с задержками  $\tau(t)$ ,  $t \in E$ . Пусть  $T(n)$  - минимальное время обработки  $n$  блоков с помощью  $W$ ,  $n > 1$ . Тогда  $T(n) - T(n - 1) \leq \max_{t \in E} \tau(t)$ .

Доказательство. Мы будем использовать таблицы занятости, описанные для конвейеров в работе [8]. Для мультиконвейера с задержками таблица занятости состоит из строк, соответствующих ступеням, и столбцов, соответствующих моментам времени и имеющих номера  $0, 1, 2, \dots$ . Каждая клетка таблицы определяется парой  $(i, j)$ , где  $i$  - номер столбца, а  $j$  - номер строки. Если во время работы конвейера в момент времени  $i$  работает ступень  $j$ , то в эту клетку записывается метка. Мы в качестве метки будем брать номер блока

входных элементов, с которыми в этот момент времени работает ступень. Клетки, помеченные номером  $n$ , составляют *таблицу занятости обработки блока  $n$* . В таблице 1 показана таблица занятости при обработке блока 1 для мультиконвейера, показанного на рис. 2, с задержками  $\tau(t_0) = 3, \tau(t_1) = 4, \tau(t_2) = 5, \tau(t_3) = 1$ .

**Таблица 1**

**Таблица занятости при обработке блока 1 (разработано авторами)**

	0	1	2	3	4	5	6
$t_0$	1	1	1				
$t_1$				1	1	1	1
$t_2$	1	1	1	1	1		
$t_3$						1	

В таблице учитывается порядок выполнения ступеней. Таблица занятости обработки  $n$  блоков является объединением таблиц занятости обработки блоков с номерами  $1, 2, \dots, n$ . Рассмотрим таблицу занятости  $n - 1$  блоков. Поскольку каналы мультиконвейера имеют бесконечные очереди каналов, то таблицу занятости  $n$ -го блока можно получить сдвигом вправо таблицы занятости обработки  $(n - 1)$ -го блока на  $\max \tau_i$  клеток вправо. Например, если это применить к рассмотренной выше таблице занятости обработки блока 1, добавив к нему таблицу для блока 2, то получим таблицу.

**Таблица 2**

**Таблица занятости при обработке двух блоков (разработано авторами)**

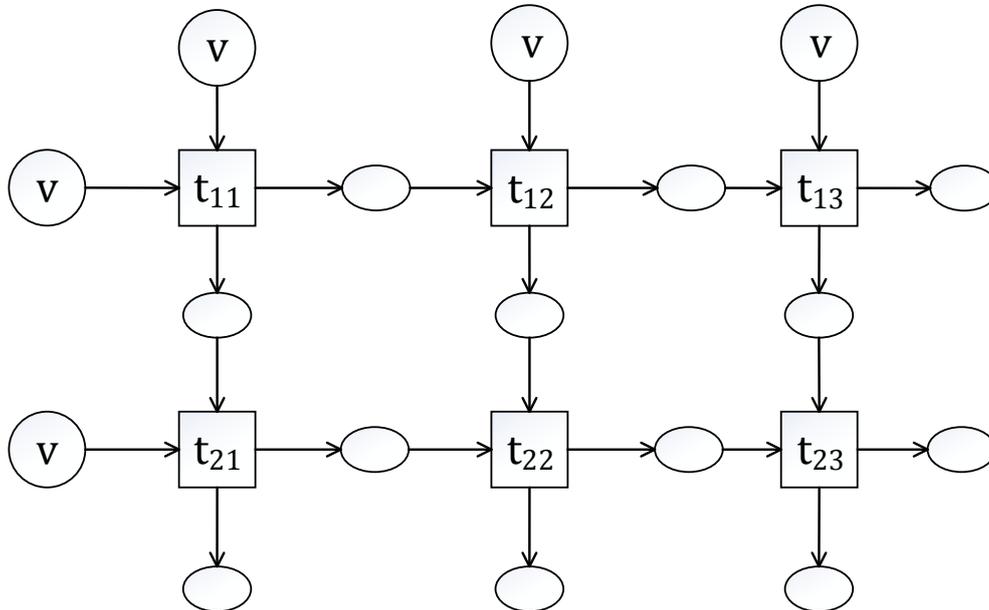
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$t_0$	1	1	1			2	2	2				
$t_1$				1	1	1	1		2	2	2	2
$t_2$	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2		
$t_3$						1						

В результате мы получим таблицу, число столбцов которой, равно времени обработки  $n$  блоков. Оно это число не больше  $T(n)$ , поскольку  $T(n)$  - минимальное время обработки  $n$  блоков. Это дает неравенство  $T(n - 1) + \max \tau_i \geq T(n)$ , из которого следует доказываемое.

**Следствие 1.** Пусть  $W = (n, E, C, pre, post)$  - мультиконвейер с одинаковыми задержками  $\tau(t) = h$ , для всех  $t \in E$ . Тогда минимальное время обработки  $n$  блоков с помощью  $W$ ,  $n > 1$ , равно  $T_W(n) = T_W(1) + \max_{t \in E} \tau(t)$ .

Доказательство. Рассмотрим таблицу занятости при обработке  $n$  блоков. В каждой строке таблицы конец обработки  $n$ -го блока смещен не меньше, чем на  $h$  клеток. Отсюда  $T_W(n) \geq T_W(n - 1) + h$ . Неравенство, доказанное в предложении 1, приводит к равенству  $T_W(n) = T_W(n - 1) + h$ , из которого следует доказываемое.

**Пример 2.** Сеть Петри мультиконвейера для умножения  $(u \times v)$ -матрицы  $A$  на  $(v \times w)$ -матрицу  $B$  содержит  $u \times w$  переходов  $t_{ij}$ , расположенных в узлах квадратной сетки. В каждый из входных мест записано  $v$  фишек. На рис. 4 этот мультиконвейер показан при  $u = 2$  и  $w = 3$ . Если время вычисления операций в переходах равно  $h$ , то  $T_w(n) = T_w(1) + (v - 1)h = (u + w - 1)h + (v - 1)h = (u + v + w - 2)h$ .



**Рисунок 4.** Мультиконвейер для умножения матриц  $2 \times v$  и  $v \times 3$  (разработано авторами)

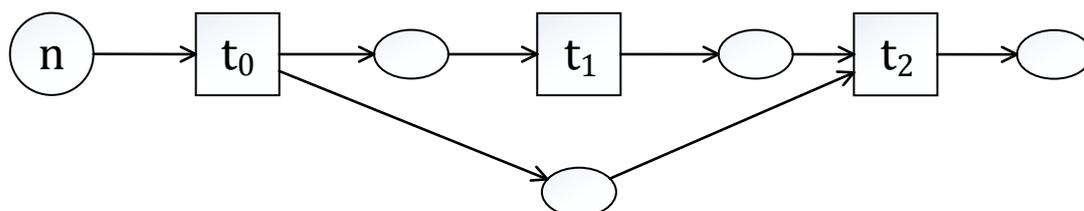
В работах [9]-[10] исследуются матричные мультиконвейеры, похожие на мультиконвейер, показанный на рис. 4, но состоящие из большого числа процессоров, порядка 500. В этих работах получены формулы по отдельности для расчета времени передачи сообщений и для расчета времени обработки данных объема  $v$ . В случае, когда время чтения равно 0, а время записи одинаково и равно  $t$ , мы можем получить общее время

обработки данных объема  $n$ . Для этой цели к времени выполнения операции в узле конвейера нужно прибавить время двух операций записи. Получим

$$T_w(v) = (u + v + w - 2)(h + 2t).$$

**Замечание 1.** Заметим, что время обработки двух блоков в таблице 2 можно уменьшить, сдвинув ступени  $t_0$  и  $t_1$  таблицы занятости обработки блока 2 на одну клетку влево. Получим  $T(2) - T(1) < 5$ . Это показывает, что возможно строгое неравенство  $T(n) - T(n - 1) < \max \tau_i$ .

**Замечание 2.** Для мультиконвейера с конечными очередями неравенство  $T(n) - T(n - 1) \leq \max \tau_i$  может быть неверным. На рис. 5 показан мультиконвейер, состоящий из трех переходов.



**Рисунок 5.** Мультиконвейер с очередями объема 1 (разработано авторами)

Если объем очереди канала, соединяющего  $t_0$  и  $t_1$ , равна 1, то получим таблицу занятости при обработке трех элементов показанную в таблице 3. Она будет содержать следующую информацию:

**Таблица 3**

**Таблица занятости при размерах очередей равных 1 (разработано авторами)**

	0	1	2	3	4	5	6
$t_0$	1		2		3		
$t_1$		1		2		3	
$t_2$			1		2		3

Это приведет к выполнению равенства  $T(n) - T(n - 1) = 2$ . Поскольку в данном случае  $\max \tau_i = 1$ , то  $T(n) - T(n - 1) > \max \tau_i$ .

**Теорема 1.** Для всякого мультиконвейера  $W = (n, E, C, pre, post)$  с задержками  $\tau(t)$ , при  $t \in E$ , существует такое неотрицательное целое число  $n_0$ , что для всех  $n \geq n_0$  имеет место равенство

$$T(n) = T(n_0) + (n - n_0) \max_{t \in E} \tau(t). \quad (1)$$

Доказательство. Обозначим  $\mu = \max_{t \in E} \tau(t)$ ,  $T(n) = T_W(n)$ . Согласно предложению 1, для всякого  $n_0 \geq 1$  верно неравенство  $T(n_0 + 1) - \mu \leq T(n_0)$ . Прибавляя к обеим частям этого неравенства  $(n - n_0)\mu$ , получим  $T(n_0 + 1) + (n - n_0 - 1)\mu \leq T(n_0) + (n - n_0)\mu$ .

Приходим к последовательности параллельных прямых, которые будут графиками функций от  $n$  заданных по формуле  $Y_{n_0}(n) = T(n_0) + (n - n_0)\mu$ , где  $n_0$  пробегает значения 1, 2, 3, ... Имеют место неравенства

$$\begin{aligned} T(1) + (n - 1)\mu &\geq T(2) + (n - 2)\mu \geq \dots \\ \dots &\geq T(n_0) + (n - n_0)\mu \geq T(n_0 + 1) + (n - n_0 - 1)\mu \geq \dots \end{aligned}$$

причем  $T(n_0) + (n - n_0)\mu \geq T(n) \geq n\mu$ . Так как свободные коэффициенты функций  $Y_{n_0}(n)$  принимают целые значения, то существует некоторый номер  $n_0$ , после которого эти функции совпадают. Получаем равенства  $T(n_0) + (n - n_0)\mu = T(n_0 + 1) + (n - n_0 - 1)\mu = T(n_0 + 2) + (n - n_0 - 2)\mu = \dots$ . Эти равенства приводят к  $T(n_0 + k + 1) - T(n_0 + k) = \mu$  для всех  $k \geq 0$ . Откуда  $T(n + 1) - T(n) = \mu$  для всех  $n \geq n_0$ , и  $T(n) = T(n_0) + (n - n_0)\mu$ .

**Замечание 3.** Анализ доказательства показывает, что  $n_0$  будет наименьшим, при котором  $T(n_0 + 1) - T(n_0) = \mu$ . Если существует возможность вычислять значения  $T(1), T(2), T(3), \dots$ , то  $n_0$  будет равно первому  $k$ , при котором  $T(k + 1) = T(k) + \mu$ .

### Заключение

Основной результат данной работы - доказательство формулы (1) для расчета времени обработки данных объема  $n$  с помощью мультиконвейера (теорема 1). Компьютерные эксперименты, проведенные авторами данной работы, показали, что при сделанных выше предположениях полученная формула может быть с успехом использована для расчета производительности мультиконвейера.

В случае конечных очередей элементов данных для каналов, эта формула неверна (замечание 2). На основании этого сделан вывод, что требование бесконечных очередей для каналов существенно для доказательства теоремы 1.

Мы предположили также, что время чтения элемента данных из канала равно 0.

Можно высказать гипотезу о том, что эта формула верна также в случае, когда каждая задержка  $\tau(t)$  равна сумме, состоящей из времени чтения каждого входного элемента, времени выполнения операции ступени и времени записи результатов в выходные каналы ступени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kung, S.-Y. Wavefront Array Processor: Language, Architecture, and Applications / Sun-Yuan Kung, K.S. Arun, Ron J. Gal-Ezer, D.V. Bhaskar Rao // IEEE Transaction on computers, 1982, N. 11 (Vol. C.31). P. 1054-1066.
2. Кун, С. Матричные процессоры на СБИС. - М.: Мир, 1991. - 672 с.
3. Ramamoorthy, C.V. Performance evaluation of asynchronous concurrent systems using Petri nets / C.V. Ramamoorthy, G.S. Ho // IEEE Transaction on software engineering, 1980, N. 5 (SE-6). P. 440-449.
4. Хусаинов, А.А. Нормальная форма для процесса волновых вычислений / А.А. Хусаинов, Е.С. Кудряшова // XXXVIII дальневосточная математическая школа-семинар им. Е.В. Золотова, 1-5 сентября 2014 г.: сб. материалов. - Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2014. - С. 462-468.
5. Кудряшова, Е.С. Время работы асинхронного линейного конвейера / Е.С. Кудряшова // XXXVIII дальневосточная математическая школа-семинар им. Е.В. Золотова, 1-5 сентября 2014 г.: сб. материалов. - Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2014. - С. 410-414.
6. Кудряшова, Е.С. Моделирование конвейерных и волновых вычислений / Е.С. Кудряшова, Н.Н. Михайлова, А.А. Хусаинов // Интернет-журнал «Наукоедение», 2014 №1 (20) [Электронный ресурс] - М.: Наукоедение, 2014. - Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/56TVN114.pdf>, свободный. - Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
7. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон - М.: Мир, 1984. - 264 с.
8. Коуги, П.М. Архитектура конвейерных ЭВМ / П.М. Коуги - М.: Радио и связь, 1985. - 360 с.
9. Hoisie, A. Performance Analysis of Wavefront Algorithms on Very-Large Scale Distributed Systems / A. Hoisie, O. Lubeck, H. Wasserman // Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer London, Vol. 249, 1999. - P. 171-187.
10. Hoisie, A. Performance Analysis of Wavefront Algorithms on Very-Large Scale Distributed Systems / A. Hoisie, O. Lubeck, H. Wasserman, F. Petrini, H. Alme // Parallel Processing, 2000. International Conference on Parallel Processing. - IEEE, 2000. - P. 219-228.

## **Husainov Ahmet Aksanovich**

Komsomolsk-on-Amur state technical university, Russia, Komsomolsk-on-Amur  
E-mail: husainov51@yandex.ru

## **Shpunkenko Alexander Sergeevich**

Komsomolsk-on-Amur state technical university, Russia, Komsomolsk-on-Amur  
E-mail: shpunkenko.a@gmail.com

# **The performance of a computational multi-pipeline**

**Abstract.** Accelerating the performance of many modern processors is achieved by processing the flow of commands using a computational pipeline. The multi-pipeline is a generalization of the computational pipeline and is an acyclic wave processor. The main problem of the paper is the construction of an analytical model for computing the performance of a multi-pipeline. In previous works, based on experiments, the authors of this paper put forward the conjecture that for an arbitrary multi-pipeline, the graph of the function for the processing time on the data volume is described by a straight line segment. In this paper, a simple counterexample is given. Nevertheless, in this paper, a formula for the performance of a multi-pipeline is given under the assumption of the following two conditions: the time of reading the data item from every channel is zero, and the data element queue for each channel is infinite. According to this formula, the graph of the function for the processing time, after a number of input data elements can be described by a straight line whose slope tangent is equal to the maximum delay of the stages of the multi-pipeline. An example is given showing that the requirement of infinity of channel queues is necessary. The paper consists of three sections. The first section contains the introduction. The definition of a multi-pipeline is given and the problem of calculating its performance is described. In the second section, the mathematical model of a multi-pipeline with delays is described. Examples are given. In particular, a counterexample to the conjecture mentioned above is described. The third section is devoted to the main results. The reservation tables of the blocks corresponding to the input elements are entered. It is established that the time interval between the processing of any two adjacent input elements is not greater than the maximum delay of the stages of the multi-pipeline. It is shown that the results are consistent with the work of other authors. The formula for finding the performance of the multi-pipeline is proved. The results were tested using a computer model.

**Keywords:** acyclic wave processor; reservation table; computational pipeline; asynchronous pipeline; buffer memory; petri net; performance of a pipeline; Unix OS channels; multithreaded application