Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/

Том 9, №4 (2017) http://naukovedenie.ru/vol9-4.php

URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/55TVN417.pdf

Статья опубликована 17.08.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:
Шешенин С.В., Чистяков П.В., Закалюкина И.М. Применение модели вязкоупругости Максвелла для резинокордного композита // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №4 (2017) http://naukovedenie.ru/PDF/55TVN417.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-05887-а)

УДК 539.3

Шешенин Сергей Владимирович
ФГОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Россия, Москва
«Механико-математический» факультет
Доктор физико-математических наук, профессор
E-mail: sergey.sheshenin@mail.ru

Чистяков Петр Владимирович
ФГОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Россия, Москва
«Механико-математический» факультет
Ведущий научный сотрудник
Кандидат физико-математических наук
E-mail: chist206@yandex.ru

Закалюкина Ирина Михайловна
ФГБОУ ВО «Научно-исследовательский московский государственный строительный университет им. В.В. Куйбышева», Россия, Москва[1]
Кафедра «Строительной и теоретической механики»
Ассистент
E-mail: irina.zakalyukina@mail.ru

Применение модели вязкоупругости Максвелла для резинокордного композита

Аннотация. Резиновые и резинокордные элементы конструкций выделяют тепло, проявляя тем самым вязкоупругие свойства. Точность вычисления тепловыделения зависит от погрешности аппроксимации функции релаксации. Поскольку тепло выделяется при периодическом процессе изменения напряженно-деформированного состояния, то функцию релаксации желательно определять в эксперименте, воспроизводящем циклическое деформирование. Хорошо известна методика, позволяющая определять основные параметры функции релаксации, заданной в виде линейной комбинации экспонент, с помощью гармонического деформирования. Кроме этого, обобщенная модель Максвелла обладает рядом других достоинств. Например, она удобна для численной реализации.

Однако экспериментальное определение параметров обобщенной модели Максвелла для резинокордного брекера затруднительно вследствие анизотропии. Удобнее определять параметры для резины. Тогда материальные параметры модели Максвелла для резинокордного слоя можно определить, используя осреднение. В работе представлена методика осреднения и

[1] 129337, Россия, Москва, Ярославское шоссе, 26

показано, что осреднение определяющих соотношений по модели Максвелла осуществляется достаточно просто. В этом еще одно ее достоинство.

Эксперименты по осцилляционной методике были проведены авторами в институте механики МГУ со слоями брекерной резины, типичной для пневматических шин легковых автомобилей. Эксперименты показали, что достаточно двух-трех членов суммы Прони для обеспечения достаточной точности вычисления тепловыделения. Статический опыт на релаксацию не позволяет определить параметры модели Максвелла с необходимой точностью, но может использоваться для измерения длительного модуля.

Ключевые слова: резинокорд; линейная вязкоупругость; модель Максвелла; качение шины; тепловыделение; осреднение; эффективная вязкость

Введение

В данной работе проводится осреднение определяющего соотношения модели Максвелла. Вопросу нахождения эффективных свойств линейного вязкоупругого материала посвящено большое количество работ. На основе метода осреднения этот вопрос изучался в [4] для общей теории линейной вязкоупругости. Также в литературе было предложено множество типов функции релаксации и проводились их сравнения [5]. Однако для вычисления выделяемой энергии весьма эффективной является модель Максвелла, поскольку достаточная точность достигается при приближении функции релаксации суммой всего нескольких экспонент. Модель Максвелла может использоваться для учета нелинейных свойств [6]. Здесь можно отметить, что близкая модель для учета нелинейности используется в [7], в которой, как и в [6] проведены опыты на сжатие.

Кроме этого, осреднение вязкоупругих свойств в рамках модели Максвелла осуществляется существенно проще, чем в рамках общего интегрального определяющего соотношения вязкоупругости. Также отметим, что обобщенная модель вязкоупругости Максвелла выгодна в смысле численной реализации. В данной работе рассматривается линейное определяющее соотношение. Учет нелинейности будет сделан в последующих работах.

Механическая модель

Общее определяющее соотношение линейной теории вязкоупругости без учета старения для случая произвольной анизотропии выглядит следующим образом

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathrm{t}) = \int_0^t \mathbf{R}\left(t-\tau\right) : d\boldsymbol{\varepsilon}\left(\tau\right) \quad (1)$$

Здесь через обозначен $\mathbf{R}$ тензор функций релаксаций, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензоры соответственно напряжений и деформаций. Количество независимых функций $\mathbf{R}$ определяется типом анизотропии. Резинокордный слой с разной степенью точности можно считать либо ортотропным, либо трансверсально-изотропным. В первом случае максимальное число независимы функций релаксации равно девяти, во втором случае – пяти. Мы остановимся на трансверсально-изотропной модели. Однако экспериментальное определение всех этих функций весьма непросто из-за технических трудностей проведения необходимых экспериментов. Это касается классических опытов на релаксацию статического типа и тем более опытов осцилляционного типа. Поэтому целесообразно применить осреднение вязкоупругих свойств однонаправленного резинокордного композита (резинокордного слоя) при условии, что вязкоупругие свойства резины и корда известны. В этом случае вместо (1) имеем отдельно определяющие соотношения для резины и корда

$$\begin{gathered}\mathbf{s}(\mathrm{t})=\int_0^t R_{sh}(t-\tau):d\mathbf{e}(\tau),\quad \sigma(\mathrm{t})=\int_0^t R_{vol}(t-\tau):d\theta(\tau),\\ \sigma_L(\mathrm{t})=\int_0^t R_c(t-\tau):d\varepsilon_L(\tau)\end{gathered}\tag{2}$$

В формулах (2) обозначено: $\mathbf{s}$, $\mathbf{e}$ – девиаторы напряжений и деформаций, σ, θ – среднее гидростатическое напряжение и объемная деформация, σ_L, ε_L – одномерные напряжения в корде.

Рассмотрим модель Максвелла. Для нее функции релаксации, входящие в (2), записываются в виде

$$\begin{gathered}R_{sh}(t)=c_{sh}^0+\sum_{n=1}^N c_{sh}^n exp\left(-\frac{t}{t_{sh}^n}\right),\quad R_{vol}(t)=c_{vol}^0+\sum_{n=1}^N c_{vol}^n exp\left(-\frac{t}{t_{vol}^n}\right),\\ R_c(t)=c_c^0+\sum_{n=1}^N c_c^n exp\left(-\frac{t}{t_c^n}\right),\end{gathered}\tag{3}$$

Материальные параметры c_{sh}^n, c_{vol}^n, c_c^n, $n=0,1,\ldots N$, N – определяются из экспериментов. Для демонстрации методики осреднения рассмотрим простую модель Максвелла, для которой $N=1$. Как известно, в этом случае определяющие соотношения (2), (3) можно записать в виде дифференциальных соотношений:

$$\dot{\mathbf{e}}=\frac{\dot{\mathbf{s}}}{G}+\frac{\mathbf{s}}{\Gamma_{sh}},\quad \dot{\theta}=\frac{\dot{\sigma}}{K}+\frac{\sigma}{\Gamma_{vol}},\quad \dot{\varepsilon}_L=\frac{\dot{\sigma}_L}{E}+\frac{\sigma_L}{\Gamma_c}\tag{4}$$

где: G, K – мгновенные сдвиговой и объемный модули резины, E – мгновенный модуль Юнга корда, Γ_{sh}, Γ_{vol}, Γ_c – соответствующие вязкости. Точка обозначает производную по времени. Связь этих величин с параметрами модели Максвелла, входящими в (3), следующая

$$G=R_{sh}(0)=\frac{1}{c_{sh}^n},\quad \Gamma_{sh}=c_{sh}^n t_{sh}^n,\quad K=R_{vol}(0)=\frac{1}{c_{vol}^n},\quad \Gamma_{vol}=c_{vol}^n t_{vol}^n,\quad E=R_c(0)=\frac{1}{c_c^n},\quad \Gamma_c=c_c^n t_c^n\ .\tag{5}$$

Однонаправленный композиционный материал удобно рассматривать в специально выбранной декартовой системе координат. Будем считать, что в ней волокна корда в резинокордном слое направлены в вдоль оси x_3. При этом $\sigma_{33}=\sigma_L,\ \varepsilon_{33}=\varepsilon_L$ и, следовательно, $\sigma_{33}=A_3^i A_3^j\sigma_{ij},\quad \varepsilon_{33}=A_3^i A_3^j\varepsilon_{ij}$. Здесь использованы матрицы $\mathbf{A}$, перехода от произвольной системы координат к системе координат, в которой волокна направлены вдоль оси 3. Подставляя эти формулы в последнее соотношение (4), получим определяющее соотношение для корда, записанное в тензорном виде

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=\frac{\dot{\sigma}_{ij}}{E}+\frac{\sigma_{ij}}{\Gamma_c}\tag{5}$$

Первые два соотношения (4) можно переписать в следующим образом

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{G}\left[\frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right) - \left(1 - \frac{G}{3K}\right)\delta_{ij}\delta_{kl}\right]\dot{\sigma}_{kl} + \frac{1}{\Gamma_{sh}}\left[\frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right) - \left(1 - \frac{\Gamma_{sh}}{3\Gamma_{vol}}\right)\delta_{ij}\delta_{kl}\right]\sigma_{kl} \quad (6)$$

Соотношение (5), (6) запишем одинаковым образом

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A^r_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} + B^r_{ijkl}\sigma_{kl}, \qquad \dot{\varepsilon}_{ij} = A^c_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} + B^c_{ijkl}\sigma_{kl} \quad (7)$$

где

$$A^r_{ijkl} = \frac{1}{G}\left[\frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right) - \left(1 - \frac{G}{3K}\right)\delta_{ij}\delta_{kl}\right], \quad B^r_{ijkl} = \frac{1}{\Gamma_{sh}}\left[\frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right) - \left(1 - \frac{\Gamma_{sh}}{3\Gamma_{vol}}\right)\delta_{ij}\delta_{kl}\right],$$

$$A^r_{ijkl} = \frac{1}{2E}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right), \quad B^r_{ijkl} = \frac{1}{2\Gamma_c}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right).$$

Наконец, соотношения (7) перепишем так, чтобы подчеркнуть зависимость тензорных коэффициентов от координат

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A_{ijkl}(\mathbf{x})\dot{\sigma}_{kl} + B_{ijkl}(\mathbf{x})\sigma_{kl}, \quad (8)$$

где A_{ijkl} и B_{ijkl} являются разрывными функциями и принимают значения, соответствующие резине, в области резины и значения, соответствующие корду, в области корда. В следующей секции будет проведено осреднение соотношений (8). Вся проведенные преобразования определяющих соотношений были нужны именно для того, чтобы пояснить процедуру осреднения.

Осреднение определяющих соотношений

Под осреднением определяющих соотношений мы понимаем построение эффективных определяющих соотношений, эквивалентных исходным соотношениям по энергии в смысле Хила [8]. Средние напряжения и деформации определяются как средние по представительной области [4]

$$\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle = \frac{1}{V_{RVE}}\int_{V_{RVE}} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})dV, \quad \langle\boldsymbol{\varepsilon}\rangle = \frac{1}{V_{RVE}}\int_{V_{RVE}} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})dV$$

где угловые скобки означают осреднение находящейся в них функции координат. Применяя осреднение к соотношению (8), получим

$$\langle\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\rangle = \langle\mathbf{A}(\mathbf{x}):\dot{\boldsymbol{\sigma}}\rangle + \langle\mathbf{B}(\mathbf{x}):\boldsymbol{\sigma}\rangle.$$

Согласно определению эффективными тензорами для тензоров $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x})$, являющихся функциями координат, служат тензоры-константы $\mathbf{A}^{eff}$ и $\mathbf{B}^{eff}$ такие, что $\langle\mathbf{A}(\mathbf{x}):\dot{\boldsymbol{\sigma}}\rangle = \mathbf{A}^{eff}:\langle\dot{\boldsymbol{\sigma}}\rangle$ и $\langle\mathbf{B}(\mathbf{x}):\boldsymbol{\sigma}\rangle = \mathbf{B}^{eff}:\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle$. Конкретный вид этих тензоров для однонаправленного волокнистого композита может быть найден приближенно. Точнее говоря, известны различные аппроксимации для компонент тензоров, обратных к тензорам $\mathbf{A}^{eff}$ и $\mathbf{B}^{eff}$.

Рассмотрим сначала тензор $\mathbf{A}^{eff}$. По механическому смыслу он представляет собой тензор упругих податливостей. Обратным к нему является тензор эффективных упругих модулей $\mathbf{C}^{eff}$. Для этого тензора часто используют приведенные ниже приближенные формулы, которые просто записываются в системе координат, в которой ось x_3 направлена вдоль волокна [1, 9]

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{E_1^{eff}} = \frac{\gamma_c}{E_c} + \frac{\gamma_r}{E_r} - \gamma_c\gamma_r \frac{\left(\dfrac{\nu_r}{E_r} - \dfrac{\nu_c}{E_c}\right)^2}{\dfrac{\gamma_r}{E_r} + \dfrac{\gamma_c}{E_c}}, \quad E_2^{eff} = E_1^{eff} = E_T^{eff}, \\
&\frac{1}{G_{13}^{eff}} = \frac{\gamma_c}{G_c} + \frac{\gamma_r}{G_r}, \quad G_{23}^{eff} = G_{13}^{eff} = G_{LT}^{eff}, \\
&\frac{1}{G_{12}^{eff}} = \frac{\gamma_c}{G_c} + \frac{\gamma_r}{G_r}, \; E_3^{eff} = \gamma_c E_c + \gamma_r E_r, \; \gamma_r = 1 - \gamma_c
\end{aligned} \tag{9}$$

Таким образом, процедура вычисления эффективного тензора $\mathbf{A}^{eff}$ выглядит следующим образом. По известным упругим константам для резины и корда вычисляются эффективные модули упругости с использованием формул (9). Формулы (9) предполагают, что эффективный материал является трансверсально-изотропным и имеет пять независимых констант. Вместо (9) можно использовать другие приближенные формулы известные в литературе. При этом для резинокордного слоя можно использовать модель ортотропного материала. Исходя из эффективных упругих констант, определяемых формулами (9), можно найти компоненты тензора $\mathbf{C}^{eff}$ в любой системе координат, а затем и компоненты тензора эффективных податливостей $\mathbf{A}^{eff}$ просто как тензор, обратный к $\mathbf{C}^{eff}$: $\mathbf{A}^{eff} = \left(\mathbf{C}^{eff}\right)^{-1}$.

Теперь обратимся к тензору $\mathbf{B}^{eff}$, являющемуся обратным к тензору эффективных вязкостей $\mathbf{D}^{eff}$. Формулу $\langle \mathbf{B}(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\sigma} \rangle = \mathbf{B}^{eff} : \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ следует рассматривать как определение оператора $\mathbf{B}^{eff}$, который воздействует на $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ и дает результат, записанный в левой части. Этот оператор зависит от структуры вязких свойств, определимых тензорным полем $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ точно также, как $\mathbf{A}^{eff}$ зависит от $\mathbf{A}(\mathbf{x})$. Поэтому вычисление тензора $\mathbf{B}^{eff}$ дословно повторяет процедуру нахождения тензора $\mathbf{A}^{eff}$. Именно, сначала по известным константам вязкости резины и корда вычисляются эффективные модули вязкости с использованием формул, аналогичных формулам (9). В этих формулах нужно только заменить упругие константы на аналогичные константы вязкости. Используя эффективные константы, определяемые формулами аналогичными (9), можно найти компоненты тензора $\mathbf{D}^{eff}$ в любой системе координат, а затем и компоненты тензора эффективных податливостей $\mathbf{B}^{eff}$ как тензор, обратный к $\mathbf{D}^{eff}$: $\mathbf{B}^{eff} = \left(\mathbf{D}^{eff}\right)^{-1}$.

Таким образом, для резинокорда получаем эффективное определяющее соотношение

$$\langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \mathbf{A}^{eff} : \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rangle + \mathbf{B}^{eff} : \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle \tag{10}$$

если известны аналогичные соотношения для резины и корда (7). Конечно, при вычислении эффективных тензоров, входящих в (9) целесообразно в ряде случаев использовать упрощения. Например, если резинокорд представляет собой слой брекера, то корд является металлическим и его вязкостью можно пренебречь. Также может быть следует пренебречь объемной вязкостью резины. При этом, вычисление $\mathbf{A}^{eff}$ и $\mathbf{B}^{eff}$ упрощается.

Экспериментальное определение параметров модели Максвелла

Результат предыдущей секции показывает, для вычисления вязких свойств резинокорда достаточно определить вязкие свойства резины и корда, если используется модель Максвелла. В данной секции рассмотрим вопрос о точности модели Максвелла для брекерной резины.

Определяющее соотношение для резины в одномерном опыте можно записать в виде

$$\begin{gathered}\sigma(\mathrm{t}) = \int_0^t R(t-\tau)\,d\varepsilon(\tau), \quad R(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{N} c_n exp\left(-\frac{t}{t_n}\right), \\ c_0 = R(\infty),\ c_n = (R(0) - R(\infty))w_n,\ \sum_{n=1}^{N} w_n = 1\end{gathered} \tag{11}$$

Для экспериментального определения функции релаксации резины, входящей в (11) проводились опыты с пластинами из брекерной резины размером $200мм \times 80мм \times 2мм$. «Брекерная» означает, что это тип резины, которая используется для изготовления слоев брекера радиальных шин.

Важным является вопрос о достаточном количестве членов суммы N. Для нахождения материальных параметров, входящих в (11), будем использовать осцилляционные опыты [1-3], в которых реализуются процессы вида

$$\varepsilon(t) = \left[\varepsilon_0 + \varepsilon_A \sin(\omega \mathrm{t})\right] h(t) \tag{12}$$

где: (12) – функция Хевисайда, ω – частота колебаний.

Будем оценивать точность аппроксимации функции релаксации $R(t)$ в норме, которая суть работа деформации за цикл, соответствующей осцилляционному члену в (12),

$$\mathrm{A}(T) = \int_t^{t+T} \sigma(\tau)\,d\varepsilon(\tau),$$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, где T – период колебаний при качении шины, а ω – частота.

Опыты проводились в НИИ Механики МГУ на простой построенной установке кинематического типа, позволяющей реализовывать процессы деформирования вида.

Вопрос о числе членов в сумме (11) первоначально исследовался в статическом опыте [10]. Было обнаружено, что для вычисления выделяемой энергии достаточно аппроксимации экспериментальной кривой релаксации двумя или тремя членами. В таблице 1 это подтверждается численным расчетом для различных скоростей движения автомобиля. К двум членам суммы (11) с параметрами, найденными в статическом опыте на релаксацию, добавлен третий член со временем релаксации в 10 раз больше t_2. Причем весовой коэффициент поправочного члена равен полусумме весовых коэффициентов первых двух членов. В первой строке таблицы 1 записаны скорости движения автомобиля, во второй – вычисленные разницы в энергии, выделяемой за цикл колебаний. Имеется в виду относительная разница в энергии при аппроксимации двумя или тремя членами.

Таблица 1

скорость (км/ч)	0.1	0.5	1	2	5	10	30	100
$\Delta A / A$(%)	300	27	11	4.3	2	1.5	1.4	1.4

Составлена авторами

Из таблицы видно, что для практически важных скоростей движения легкового автомобиля добавление третьего члена несущественно изменяет вычисленное значение выделяемой энергии. Однако если у третьего члена время релаксации меньше по сравнению с первыми двумя, то возникает существенная ошибка. Следовательно, вопрос экспериментального определения наименьшего времени релаксации важен и требует использования осцилляционного опыта.

Осцилляционный опыт

При деформационном процессе типа (12) максимальный вклад в выделяемую энергию дает член суммы, для которого $t_n\omega \approx 1$. Это видно из выражения (13) для работы за период колебаний, соответствующей n-му члену суммы (11)

$$A_n(\omega) = \pi c_n \varepsilon_A^2 \frac{t_n\omega}{\left[(t_n\omega)^2 + 1\right]} \quad (13)$$

.

Функция $A_n(\omega)$ достигает максимума при $t_n\omega = 1$. Поэтому при качении с частотой ω желательно иметь в (11) член с $t_n \approx 1/\omega$. Следовательно, для большой частоты требуется экспериментально находить малые времена релаксации.

Осцилляционная методика состоит в следующем [2]. Осуществляется деформирование согласно (12). Осциллирующая составляющая напряжения равна

$$\sigma(\mathrm{t}) = \sum_{n=1}^{N} \sigma_n \sin(\omega \mathrm{t} + \delta_n), \quad \sigma_n = \varepsilon_A c_n \frac{t_n\omega}{\sqrt{(t_n\omega)^2 + 1}}, \quad \cos\delta_n = \frac{t_n\omega}{\sqrt{(t_n\omega)^2 + 1}}$$

Из (13) следует, что вся выделяемая за цикл работа равна

$$A(\omega) = \pi\varepsilon_A^2 \sum_{n=1}^{N} c_n \frac{t_n\omega}{\left[(t_n\omega)^2 + 1\right]} \quad (14)$$

Вычисляя по экспериментальным данным работу $A(\omega)$ для разных частот ω, можно получить значения параметров c_n, t_n, приближая экспериментальную зависимость $A(\omega)$ выражением (14).

Рассмотрим эксперимент, проведенный в НИИ Механики МГУ, для частот ω от 0.3 до 15 рад/сек. Результаты измерения времен релаксации показаны в таблице 2. В столбцах с второго по четвертый приведены времена релаксации, полученные: для верхней части указанного выше диапазона частот (второй столбец), для нижней части (третий столбец) и, наконец, для всего диапазона (последний столбец). Следует отметить, что диапазон с низкими частотами приводит к обнаружению времен релаксации, близких к тем, что удается определить из статического опыта на релаксацию. Для получения меньших времен релаксации требуется использование более высоких частот или температурно-временной аналогии.

Таблица 2

времена релаксации	осцилляционные опыты		
	N=2	N=2	N=3
t1	0.038	–	0.050
t2	0.333	0.354	0.481
t3	–	3.6	4.030

Составлена авторами

Проведенные вычисления показали, что выделяемая за цикл энергия при аппроксимации суммой (11) при $N=2$ и $N=3$ отличаются не более, чем на 5 % в диапазоне скоростей качения от 30 до 150 км/час. При $N=1$ ошибка существенно больше.

Выводы

Таким образом, результатом проведенных теоретико-экспериментальных исследований является следующее. Построена установка, позволяющая осуществлять осуществлять осцилляционные эксперименты. Из измерения времен релаксации для монослоя резины можно сделать вывод, что построенная установка позволяет определить времена релаксации, достаточные для вычисления энергии деформации для реальных скоростей движения легкового автомобиля. Обнаружено, что для надежной аппроксимации кривой релаксации требуется обобщенная модель Максвелла с использованием двух-трех членов суммы Прони. Построена методика вычисления осредненных упругих и вязких свойств резинокордного слоя на основе осреднения свойств резины и корда. Обобщение развитой методики осреднения на случай обобщенной модели Максвелла будет представлено в следующей работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Кристенсен. Введение в теорию вязкоупругости. Мир. 1974. 339 с.
2. Baumgaertel M.; Winter H. H. Determination of discrete relaxation and retardation time spectra from dynamic mechanical data // RheologicaActa. 28. 1989. P.p. 511-519.
3. Nasdala L., Kaliske M., Becker A., Rothert H. An efficient viscoelastic formulation for steady-state rolling structures // Computational Mechanics. 22. 1998. P.p. 395-403.
4. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов.
5. Адамов А. А., Матвеенко В. П., Труфанов Н. А., Шардаков И. Н. Методы прикладной вязкоупругости. УрО РАН. 2003. 412 с.
6. Ломакин Е. В., Белякова Т. А., Зезин Ю. П. Нелинейное вязкоупругое поведение наполненных эластомерных материалов // Известия Саратовского университета. 2008. Т.8. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып.3.
7. Белкин А. Е., Семенов В. К. Теоретический и экспериментальный анализ контакта массивной шины с беговым барабаном // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 3. С. 71-82.
8. Хилл Р. Упругие свойства составных сред: некоторые теоретические принципы // Механика. Сб. переводов. 1964. № 5. С. 127-143.
9. Шешенин С. В., Демидович П. В., Чистяков П. В., Муравлев А. В. Упругие свойства резинокорда. Учебное пособие по механическому практикуму. Изд-во мех-мат МГУ, Москва, 2009, 28 с.
10. Шешенин С. В., Чистяков П. В., Вакулюк В. В. Исследование вязкоупругих свойств брекерной резины // Упругость и неупругость. Изд-во Моск. Ун-та. 2016. С. 430-435.

Sheshenin Sergey Vladimirovich
Lomonosov Moscow state university, Russia, Moscow
E-mail: sergey.sheshenin@mail.ru

Chistyakov Petr Vladimirovich
Lomonosov Moscow state university, Russia, Moscow
E-mail: chist206@yandex.ru

Zakalyukina Irina Mikhailovna
Moscow state university of civil engineering, Russia, Moscow
E-mail: irina.zakalyukina@mail.ru

Application of Maxwell's viscoelasticity model for a rubber-cord composite

Abstract. Rubber and rubber-cord structural elements produce heat, thus exhibiting viscoelastic properties. The accuracy in calculating the heat release depends on the accuracy in the approximation of the relaxation function. Since heat is generated during the periodic deformational process, it is desirable to determine the relaxation function in an experiment reproducing cyclic deformation. Such a technique is well known. It makes possible to determine the basic parameters of the relaxation function, given in the form of a linear combination of exponentials, by means of harmonic deformation. In addition, the generalized Maxwell model has a number of other advantages. For example, it is convenient for numerical implementation.

However, the experimental determination of the generalized Maxwell model fitting parameters for a rubber-cord ply is difficult due to anisotropy. It is more convenient to determine the fitting parameters for rubber. The material parameters of the Maxwell model for the rubber-cord ply can be determined using averaging. The method of averaging is presented in the paper. It is shown that homogenization of the constitutive relations by the Maxwell model is not a difficult procedure. This is one more advantage of the model.

Experiments using the oscillation technique were carried out with breaker rubber plies, typical for car’s pneumatic tires at Lomonosov Moscow State University Institute for Mechanics. It was revealed that two or three members of the Prony series are sufficient to provide sufficient accuracy for calculating the heat generation. The static relaxation experience does not allow to determine the parameters of the Maxwell model with the required accuracy, but it can be used to measure the long-term modulus.

Keywords: rubber-cord ply; linear viscoelasticity; Maxwell model; tire rolling; heat emission; homogenization; effective viscosity