Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/
Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol7-6
URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/70TVN615.pdf
DOI: 10.15862/70TVN615 (http://dx.doi.org/10.15862/70TVN615)

УДК 530.1

Кочетков Андрей Викторович
ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»
Россия, г. Пермь
Профессор
Доктор технических наук
E-mail: soni.81@mail.ru

Федотов Петр Викторович
ООО «Научно-исследовательский центр технического регулирования»
Россия, г. Саратов[1]
Инженер
E-mail: klk50@mail.ru

Метод решения задачи двух тел

[1] 410022, г. Саратов, ул. Азина, д. 38 «В», кв. 4

Аннотация. Движение небесных тел происходит под действием многочисленных и разнообразных по своему характеру и происхождению сил. Законы их действия известны не до конца, ограничиваются приближенным исследованием движения небесных тел. В первом приближении можно считать, что на небесные тела действуют только силы взаимных притяжений, определяемых законом всемирного тяготения Ньютона.

Несмотря на многочисленные упоминания об окончательном решении задачи двух тел в современной литературе, задача двух тел методом задачи Кеплера не может быть решена. Метод Кеплера дает решение движения одного тела в гравитационном поле неподвижного притягивающего тела. В статье приводится метод решения задачи двух тел, вращающихся вокруг неподвижного центра инерции системы, методом, аналогичным решению задачи Кеплера.

Ключевые слова: задача двух тел; задача Кеплера; параметры орбит; притягивающее тело; закон всемирного тяготения; силы инерции; центр масс системы; аналитическое решение; вращение; прямолинейное движение.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Кочетков А.В., Федотов П.В. Метод решения задачи двух тел // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/PDF/70TVN615.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/70TVN615

Статья опубликована 25.11.2015.

Том 7, №6 (ноябрь - декабрь 2015)
publishing@naukovedenie.ru

Введение.

Движение небесных тел происходит под действием многочисленных и разнообразных по своему характеру и происхождению сил. Законы их действия известны не до конца, ограничиваются приближенным исследованием движения небесных тел. В первом приближении можно считать, что на небесные тела действуют только силы взаимных притяжений, определяемых законом всемирного тяготения Ньютона.

Но даже в этом приближении задача остается не менее интересной.

«Закон Ньютона – самый простой из законов физики, но математически он выражается дифференциальным уравнением и нужно проинтегрировать это уравнение, чтобы получить координаты светил. Эта задача – одна из труднейших в математике и мы еще весьма далеки от ее решения, несмотря на настойчивые усилия ученых.

Как движутся n материальных точек, взаимно притягивающихся обратно пропорционально квадрату их расстояний и прямо пропорционально их массам? Когда $n = 2$, т.е. когда рассматривают Солнце и изолированную планету, пренебрегая возмущениями от других планет, интеграция легка: оба тела описывают эллипсы в соответствии с законами Кеплера.

Трудности начинаются тогда, когда число тел (n) равно трем; задача трех тел до сих пор не поддается никаким усилиям аналитиков.

Так как полная и точная интеграция, очевидно, невозможна, астрономы должны использовать последовательные приближения. Малость масс планет по сравнению с массой Солнца облегчает использование этого метода. Так пришли к разложениям координат светил в ряды по возрастающим степеням масс.

Этот метод до сих пор был вполне достаточен для нужд практики; массы действительно настолько малы, что чаще всего можно пренебречь их квадратами и ограничиться, таким образом, первым приближением.

Но нельзя надеяться, что так будет всегда. Действительно, дело не только в том, чтобы вычислить эфемериды светил на несколько лет вперед для нужд навигации или ради того, чтобы астрономы могли снова найти уже известные малые планеты. Конечная цель более глубокая: необходимо установить, и это очень важно, достаточен ли закон Ньютона, чтобы объяснить все астрономические явления? Единственный путь к достижению такой цели – делать наблюдения как можно точнее и в течение долгих лет или даже веков и затем сравнить их с результатами вычислений» [8, с. 445].

Классической задачей в небесной механике считается *задача двух тел,* про которую принято считать, что она решена до конца в наиболее общем виде.

Позволим себе возразить, что общая задача двух тел не решена до сих пор, а решена только частная задача двух тел (задача Кеплера), т.е. движение планеты вокруг неподвижного Солнца и тому подобное. При этом, совершенно не зря Пуанкаре постоянно говорил, что рассматривается задача о движении планет, масса которых пренебрежимо мала по сравнению с массой Солнца, в противном случае он бы не смог решать поставленные задачи.

Общая задача небесной механики формулируется как *задача n тел* (n>2), про эту задачу признано, что она не решена до сих пор.

О важности решения этой задачи говорит тот факт, данной задачей с момента ее постановки, которым можно считать момент открытия Ньютоном закона тяготения, занимались практически все математики и физики мира, например: Лагранж, Лаплас, Гаусс, Эйлер, Пуансо, Лиувиль, Ковалевская, Пуанкаре и другие.

Постановка задачи.

Замалчивание проблемы никогда не приводит к ее решению, поэтому мы сначала рассмотрим задачу двух тел и методы ее решения, которые предлагаются в настоящее время, для того, чтобы показать, что современными методами интегрирования дифференциальных уравнений движения задачи небесной механики решить невозможно.

«**115. Уравнения движения.**

Задача двух тел состоит в следующем. В пустом пространстве движутся две материальные точки, притягивающиеся одна к другой по закону всемирного тяготения Ньютона. Заданы начальные положения и их скорости. Требуется найти положения точек для любого последующего момента времени.

Замечательно то, что интегрирование дифференциальных уравнений движения в задаче двух тел сводится к квадратурам[2]. Для получения уравнения движения введем инерциальную систему координат $O_a\ X\ Y\ Z$; ее начало совпадает, например, с центром масс Солнечной системы, а оси направлены на неподвижные звезды. Положения материальных точек P и O задаются их радиус-векторами ρ и R соответственно (см. рисунок). С точкой O свяжем поступательно движущуюся систему координат[3] $O\ x\ y\ z$, оси которой параллельны соответствующим осям системы $O_a\ X\ Y\ Z$. Положение точки P относительно точки O задается радиусом-вектором $\boldsymbol{r}$.

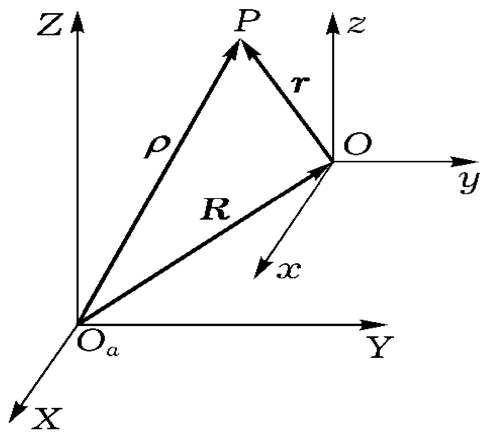

Рисунок. *[5, с. 234]*

Пусть M и m – массы точек O и P соответственно, а γ – универсальная гравитационная постоянная. Со стороны точки O на точку P действует сила $\boldsymbol{F}$, определяемая законом всемирного тяготения:

$$F = -\gamma \frac{Mm}{r^3} \bar{r} . \tag{4.1}$$

Со стороны же точки P на точку O действует сила – $\boldsymbol{F}$. Радиусы-векторы ρ и R удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = -\gamma \frac{M}{r^3} \bar{r} , \qquad \frac{d^2R}{dt^2} = \gamma \frac{m}{r^3} \bar{r} . \tag{4.2}$$

[2] Как будет показано в дальнейшем, этот оптимизм преждевременный. (Авт.)

[3] Это означает, что точка O может двигаться только прямолинейно. (прим. Авт.)

Так как $r = \rho - R$, то отсюда следует, что

$$\frac{d^2 r}{d t^2} = -\gamma \frac{M}{r^3}\bar{r} - \gamma \frac{m}{r^3}\bar{r} = -\gamma\,(M+m)\frac{\bar{r}}{r^3}. \tag{4.3}$$

Если ввести обозначение $k = \gamma\,(m+M)$, то получим

$$\frac{d^2 r}{d t^2} = -k\frac{\bar{r}}{r^3} \tag{4.3}$$

Эти уравнения определяют движение точки P относительно точки O. Если вектор-функция найдена, то определение движения относительно системы координат $O_a\ X\ Y\ Z$ не представляет труда. Действительно, пусть C – центр масс точек P и O. Так как точки P и O образуют замкнутую систему, то согласно теореме о движении центра масс точка C движется прямолинейно и равномерно; ее скорость полностью определяется начальными скоростями точек P и O. Если R_c – радиус-вектор центра масс, то

$$\bar{\rho} = \bar{R}_c + \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}}\bar{r}, \quad \bar{R} = \bar{R}_c - \frac{m}{m+M}\bar{r}$$ » [5, с. 235].

Предварительное обсуждение.

А теперь рассмотрим внимательнее некоторые моменты приведенного решения задачи двух тел.

Во-первых, точка O, с которой связана подвижная система координат, в общем случае движется непрямолинейно и неравномерно. Значит система координат $O\,X\,Y\,Z$ в общем случае неинерциальная. А в неинерциальной системе координат обязательно необходимо учитывать действие инерциальных сил (центробежную силу и силу Кориолиса), в этом случае уравнения (4.2) включают в правой части не только силу $\boldsymbol{F}$, но силы Кориолиса и центробежную, причем в выражение инерциальных сил входит величина угловой скорости вращения подвижной системы координат относительно неподвижной.

Таким образом, необходимо либо не вводить подвижную систему координат вообще, либо учитывать силы инерции при решении задачи двух тел.

Во-вторых, при выводе решения нет ни каких указаний по выбору точки привязки подвижной системы координат, т.е. неявно считается, что точка отсчета подвижной системы координат может быть выбрана произвольно либо P, либо O.

Так как точки P и O движутся в общем случае с разными скоростями, то и величина сил инерции, действующих на точки P и O, в подвижной системе координат, зависят от выбора с какой точкой P или O связана подвижная система координат.

Т.о. данная задача должна рассматриваться в неподвижной системе отсчета, единственное указание, которое может быть использовано, это закон движения центра масс. Который гласит, что центр масс замкнутой механической системы движется прямолинейно и равномерно. Поэтому не может быть никакого произвола в выборе точки отсчета**, это может быть только центр инерции системы материальных точек.**

Т.е. можно сказать, что задача двух тел в настоящее время решается некорректно, но дело, как кажется, можно поправить.

В действительности дело обстоит намного хуже. Для того, чтобы доказать это продолжим рассмотрение решения задачи двух тел.

«**116. Интеграл площадей. Второй закон Кеплера.** Дифференциальное уравнение (2.3) описывает движение точки *P* в подвижной системе координат *Oxyz*[4]. Это уравнение можно (а для дальнейшего очень удобно) интерпретировать как дифференциальное уравнение движения точки *P* относительно неподвижного притягивающего центра *O* под действием центральной силы, равной – $mk\mathbf{r}/r^3$.

Согласно теореме об изменении кинетического момента, момент количества движения точки *P* относительно точки *O* остается постоянным. Отсюда следует, что

$$\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v} = \boldsymbol{c}. \tag{4.4}$$

Это соотношение носит название *интеграла площадей*. В нем:

$\boldsymbol{v} = \dot{r}$ - скорость точки *P* относительно *O*,

$\boldsymbol{c}$ – векторная константа интеграла скоростей.

117. Интеграл энергии в задаче двух тел. Кинетическая и потенциальная энергия точки *P* в ее движении относительно притягивающего центра *O* определяется равенствами[5]

$$T = \frac{1}{2}mv^2, \qquad \Pi = -\frac{mk}{r}. \tag{4.5}$$

Так как других сил, помимо потенциальных, нет[6] и потенциал *П* не зависит от времени[7], то полная механическая энергия $E = T + \Pi$ постоянна. Таким образом, в задаче двух тел существует интеграл энергии, который мы запишем в виде

$$v^2 - \frac{2k}{r} = h = const. \tag{4.6}$$

Константа энергии *h* определяется начальным положением и скоростью точки *P*:

$$h = v_0^2 - \frac{2k}{r_0}. \tag{4.7}$$

118. Интеграл Лапласа. Из (2.3) и (2.4) следует равенство

$$c \times \ddot{r} = -\frac{k}{r^3}(r \times \dot{r}) \times r. \tag{4.8}$$

Но, так как

$$c \times \ddot{r} = \frac{d}{dt}(c \times v).$$

и

$$(\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \times \mathbf{r} = \dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) - \mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}) = \dot{\mathbf{r}}\, r^2 - \mathbf{r}\, r\, \dot{r} = r^3 \frac{r\dot{\mathbf{r}} - \mathbf{r}\dot{r}}{r^2} = r^3 \frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right),$$

равенство (4.8) можно представить в виде

---

[4] Заметим, неинерциальной системе координат (прим. Авт.).

[5] Легко показать, что данные выражения энергии действительны только в неподвижной системе координат (прим. Авт.).

[6] Если забыть о существовании сил инерции (прим. Авт.).

[7] Как будет показано далее, это тоже ошибка (прим. Авт.).

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{c}\times\mathbf{v}) = -k\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathrm{r}}\right).$$

Отсюда следует, что

$$\mathbf{c}\times\mathbf{v} + k\frac{\mathbf{r}}{r} = -\mathbf{f}\,. \tag{4.9}$$

Соотношение (2.9) называется *интегралом Лапласа,* а вектор f – *вектором Лапласа.* Знак минус в правой части (4.9) введен для удобства дальнейшего применения интеграла» [5, с. 197].

Если обобщить все пометки, сделанные по ходу представленного решения задачи двух тел, то получится, что в основном претензии состоят в том, что материальная точка *O* движется ускоренно и система координат, жестко связанная с точкой *O* будет неинерциальной и уравнения движения должны использоваться не в форме уравнений Ньютона, как в тексте, а в форме уравнений Даламбера.

Решение задачи.

Данное возражение можно частично снять, если за точку *O* принимать не материальную точку, а центр масс, используя постулат о движении центра масс. Но в этом случае, во-первых, необходимо четко оговаривать, какую точку мы принимаем за точку отсчета подвижной системы координат. Во-вторых, потенциал в точке *P* будет зависеть не только от координаты точки *P* в подвижной системе координат, а также от положения второй материальной точки относительно подвижной системы координат. Т.е. потенциал материальной точки *P в одной и той же точке пространства* будет меняться с течением времени в зависимости от движения другой материальной точки. А это, в свою очередь, означает, что потенциал в общем случае зависит от времени и интеграл энергии для задачи двух тел в общем случае не определенный.

Все возражения снимаются в случае решения задачи Кеплера или ограниченной задачи двух тел, которая является частным случаем общей задачи двух тел.

И. Кеплер рассматривал движение планеты вокруг Солнца. При этом, в предельном случае, масса планеты пренебрежимо мала по сравнению с массой Солнца. В этом случае приняв центр масс Солнца за точку *O*, получим движение планеты *P* вокруг неподвижной точки *O*.

Кроме ограниченной задачи двух тел или движения материальной точки в неподвижном поле тяготения приведенным выше методом можно решить также пропорциональную задачу двух тел.

Пропорциональная задача двух тел формулируется следующим образом: найти законы движения двух материальных точек, массы которых сравнимы по величине, как в общей задаче двух тел, но начальные условия таковы, что движение материальных точек происходит по пропорциональным орбитам вокруг общего центра масс.

Рассмотрим два конкретных примера движения двух масс.

Пример 1. Рассмотрим две материальные точки M_1 и M_2. Массы которых примем $M_1 = 1{,}0*10^{21}$ кг и $M_2 = 0{,}5*10^{21}$. Гравитационная постоянная $\gamma = 6{,}67*10^{-11}$ Н$*$м^2/кг$^{-2}$. Расстояние между точками R = $3{,}0 * 10^9$ м. Величины начальных скоростей $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Векторы скоростей антипаралельны и расположены в плоскости *xy*.

Решение. Для решения воспользуемся методом, приведенным в конспекте лекций, прочитанных в МГУ чл.-корр. АН СССР Охоцимским Д.Е. в 1968 г. [6, с. 7], как наиболее полно отражающими метод решения задачи.

Скорость точки M_1 относительно M_2 равна $v_{отн}$ = 3 м/с, в дальнейшем будем опускать индекс «отн» и введем обозначение:

$$\mu = \gamma\,(M_1 + M_2) = 6{,}67{*}10^{-11}\,(1{,}0{*}10^{21} + 0{,}5{*}10^{21}) = 10^{11}.$$

Определим константу в интеграле энергии:

$$h = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{R} = \frac{3^2}{2} - \frac{10^{11}}{3\cdot 10^9} \approx -30\,.$$

Т. к. $h < 0$, движение происходит в ограниченной области плоскости.

Константа закона площадей:

$$\bar{c} = \bar{R} \times \bar{v} = 3\cdot 10^9 \cdot 3 = 9\cdot 10^9\,.$$

Значение вектора Лапласа определяется по формуле:

$$\bar{f} = -\mu\frac{\bar{R}}{R} + [\bar{v}\times\bar{c}] = -10^{11} + 3\cdot 9\cdot 10^9 = -0{,}73\cdot 10^{11}.$$

Найденных постоянных достаточно для определения орбиты.

Введем обозначения:

$$p = \frac{c^2}{\mu} = \frac{(9\cdot 10^9)^2}{10^{11}} = 81\cdot 10^7\,,$$

$$e = \frac{f}{\mu} = \frac{-0{,}73\cdot 10^{11}}{10^{11}} = -0{,}73\,,$$

где p – фокальный параметр, e – эксцентриситет.

С учетом принятых обозначений уравнение орбиты

$$R = \frac{p}{1 + e\cos\nu}\,,$$

здесь ν – угол между радиус-вектором точки и большой осью[8].

Но полученное решение не дает возможности практически рассчитать орбиты реальных тел в поставленной задаче. Т.к. получено решение о движение, некоей гипотетической материальной точки, имеющей массу равную сумме масс двух тел, и скорость равную относительной скорости двух тел.

В действительности требуется рассчитать движение каждой точки в отдельности. Но обратный переход от совмещенной точки к реальным телам в литературе не описывается.

Хотя в литературе утверждается, что «в случае ньютоновского притяжения точки описывают вокруг их общего центра инерции конические сечения с фокусом в центре

[8] В литературе скорость и угол обозначаются похожими буквами, это не очень удобно, но так принято, поэтому необходимо быть внимательнее, чтобы их различать.

инерции» [2, с. 45]. Однако, каким образом получается подобное решение в литературе не указывается.

Таким образом, решение задачи двух тел не сводится к задаче Кеплера, в которой рассматривается движение планеты бесконечно малой массы вокруг Солнца, бесконечно большой массы. В этом случае, центр инерции совпадает с центром Солнца.

Прислушаемся к словам крупного авторитета в области небесной механики Г.Н. Дубошину, в книге, посвященной небесной механике, на с. 444 он пишет:

«Описанный в предыдущем параграфе способ получения общего решения невозмущенного движения[9] не является эффективным и представляет собой скорее конструктивное доказательство существования этого общего решения.

Выведем, прежде всего, уравнения, содержащие только три координаты x, y, z движущейся точки и представляющие собой уравнения той пространственной кривой, которую описывает точка M во время своего движения» [4].

В результате Дубошин получает решение задачи двух тел, которое описывает следующим образом:

«Отсюда заключаем, что *невозмущенная орбита движущейся точки есть плоская кривая второго порядка, один из фокусов которой находится в начале координат (в центре силы притяжения) и главная, или фокальная, ось которой совпадает с направлением вектора Лапласа*» [4, с. 447].

Центр притяжения (точка притяжения) находится в центре координат, если центр координат совпадает с центром инерции, а не с центром притяжения (второе тело), то решения нет.

Но в действительности можно предложить более общее решение задачи двух тел, которое решается подобно решению задачи Кеплера, но не сводится к ней. Покажем на предыдущем примере, как это делается.

Решение 2. В этом случае параметры орбит каждого тела относительно центра масс определяются по отдельности. В остальном, решение аналогично решению задачи Кеплера, приведенному выше.

Константа интеграла энергии системы:

$$h = \frac{M_1 v_1^{\ 2}}{2} + \frac{M_2 v_2^{\ 2}}{2} - \gamma \frac{M_1 M_2}{R} = \frac{1\cdot 10^{21}\cdot 1^2}{2} + \frac{0{,}5\cdot 10^{21}\cdot 2^2}{2} - \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 10^{21}\cdot 0{,}5\cdot 10^{21}}{3\cdot 10^9} \approx -9{,}6.$$

Так как $h > 0$, движение неограниченно, другими словами тела расходятся по гиперболической орбите в бесконечность. Здесь явно видно принципиальное отличие решений.

Относительно некоторой неподвижной системы координат рассмотрим движение двух материальных точек.

Введем обозначения:

$$\mu_1 = \gamma\cdot m_2 = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}0\cdot 10^{21} = 6{,}67\cdot 10^{10},$$

и

[9] Решение методом определения первых интегралов и нахождения из них параметров движения (прим. Авт.).

$$\mu_2 = \gamma \cdot m_2 = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{21} = 2{,}23 \cdot 10^{10}.$$

Константы интеграла энергии:

$$h_1 = \frac{v_1^{\ 2}}{2} - \frac{\mu_1}{R} = \frac{1^2}{2} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^9} \approx -21{,}8,$$

$$h_2 = \frac{v_2^{\ 2}}{2} - \frac{\mu_2}{R} = \frac{2^2}{2} - \frac{2{,}23 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^9} \approx -5{,}4.$$

В этом случае орбиты обоих тел ограничены.

Предложение авторов.

За начало неподвижной системы координат принимаем ц.м. системы. Положение ц.м. определим по известным формулам.

Таким образом, начальные радиусы орбит тел относительно ц.м.:

$$R_1 = 10^9 \quad \text{и} \quad R_2 = 2 \cdot 10^9.$$

Константы закона площадей:

$$\bar{c}_1 = \bar{R}_1 \times \bar{v}_1 = 10^9 \cdot 1 = 10^9,$$

$$\bar{c}_2 = \bar{R}_2 \times \bar{v}_2 = 2 \cdot 10^9 \cdot 2 = 4 \cdot 10^9.$$

Значение вектора Лапласа определяется по формуле:

$$\bar{f}_1 = -\mu \frac{\bar{R}_1}{R_2} + [\bar{v}_1 \times \bar{c}_2] = -6{,}67 \cdot 10^{10} + 1 \cdot 10^9 = -6{,}57 \cdot 10^{10},$$

$$\bar{f}_2 = -\mu \frac{\bar{R}_2}{R_2} + [\bar{v}_2 \times \bar{c}_2] = -2{,}23 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 4 \cdot 10^9 = -1{,}43 \cdot 10^{10}.$$

Найденных постоянных достаточно для определения орбиты.

Введем обозначения:

$$p_i = \frac{c_i^{\ 2}}{\mu_i},$$

$$e_i = \frac{f_i}{\mu_i}.$$

где p – фокальный параметр, e – эксцентриситет.

$$p_1 = \frac{c_1^{\ 2}}{\mu} = \frac{(10^9)^2}{6{,}67 \cdot 10^{10}} = 0{,}15 \cdot 10^8,$$

$$p_2 = \frac{c^2}{\mu} = \frac{(4 \cdot 10^9)^2}{2{,}23 \cdot 10^{10}} = 1{,}79 \cdot 10^8,$$

$$e_1 = \frac{f_1}{\mu} = \frac{-6{,}57 \cdot 10^{10}}{6{,}67 \cdot 10^{10}} = -0{,}985,$$

$$e_2 = \frac{f_2}{\mu} = \frac{-1{,}43 \cdot 10^{10}}{2{,}23 \cdot 10^{10}} = -0{,}641 .$$

С учетом принятых обозначений уравнение орбиты:

$$R_1 = \frac{p_1}{1 + e_1 \cos v} = \frac{0{,}15 \cdot 10^8}{1 - 0{,}985 \cdot \cos v} ,$$

$$R_2 = \frac{p_2}{1 + e_2 \cos v} = \frac{1{,}79 \cdot 10^8}{1 - 0{,}641 \cdot \cos v} .$$

Выводы.

1. В отличие от метода, изложенного в литературе, данный метод позволяет решить поставленную задачу, а именно рассчитать параметры орбит двух тел в случае гравитационного взаимодействия.

2. Сущность предлагаемого метода можно выразить следующей формулировкой: в задаче двух тел в общем случае, который не сводится к решению движения спутника в гравитационном поле неподвижного центрального светила (задача Кеплера), движение каждого тела происходит в т.о., как будто масса другого тела сосредоточена в центре инерции системы двух тел. Другими словами движение каждого из двух тел происходит вокруг центра инерции системы, как вокруг неподвижного центра притяжения.

3. При этом не нужно забывать, что Кеплер дал решение задачи движения планетарного тела в поле неподвижного тела (центрального светила), и подобные задачи, в частности задача о движении ИСЗ и т.д., прекрасно решаются методом Кеплера [1, 3, 7, 9, 10], при этом данный метод простой и очень наглядный.

Необходимо только помнить, что для решения задачи двух тел в общем случае метод Кеплера практически непригоден.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрович Н. Основы астрономии: Учебный курс на базе основ физики и математики. Электронный ресурс: http://hea.iki.rssi.ru/~nik/astro/.
2. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. - М.: Наука, 1989. 472 с.
3. Балк М.Б. Элементы динамики космического полета. - М.: 1965, 340 с.
4. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. - М.: 1968. 800 с.
5. Маркеев А.П. Теоретическая механика. - М: ЧеРо, 1999. 572 с.
6. Охоцимский Д.Е. Динамика космических полетов. Конспект лекций, прочитанных на механико-математическом факультете МГУ в 1962/1963 уч. г. - М.: МГУ, 1968. 157 с.
7. Охоцимский Д.Е., Сихуралидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. - М.: Наука, 1990. 448 с.
8. Пуанкаре А. Избранные произведения. в 3 т. Т. - М.: Наука. 1972. 999 с.
9. Рябов Ю.А. Движения небесных тел. - М.: 1977. 208 с.
10. Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. - Л.: Наука, 1965. 367 с.

Рецензент: Статья рецензирована членами редколлегии журнала.

Kochetkov Andrey Viktorovich
Perm national research polytechnical university
Russia, Perm
E-mail: soni.81@mail.ru

Fedotov Petr Viktorovich
JSC Research Center of Technical Regulation
Russia, Saratov
E-mail: klk50@mail.ru

Method of the solution of a problem of two bodies

Abstract. Celestial motion happens under the influence of numerous and various in character and to an origin of forces. Laws of their action are known not up to the end, are limited to approximate research of celestial motion. As a first approximation it is possible to consider that celestial bodies are affected only by forces of the mutual attractions determined by Newton's law of universal gravitation.

Despite numerous mentions of a final decision of a problem of two bodies in modern literature, the problem of two bodies can't be solved by method of a task of Kepler. Kepler's method gives solution of movement of one body in a gravitational field of the motionless attracting body. The method of solution of a problem of two bodies rotating round the motionless center of inertia of system, method similar to the solution of a task of Kepler is given in article.

Keywords: a problem of two bodies; Kepler's task; parameters of orbits; attracting body; the law of universal gravitation; inertia force; the center of mass of system; the analytical decision; rotation; the rectilinear movement.

REFERENCES

1. Aleksandrovich N. Osnovy astronomii: Uchebnyy kurs na baze osnov fiziki i matematiki. Elektronnyy resurs: http://hea.iki.rssi.ru/~nik/astro/.
2. Arnol'd V.I. Matematicheskie metody klassicheskoy mekhaniki. - M.: Nauka, 1989. 472 s.
3. Balk M.B. Elementy dinamiki kosmicheskogo poleta. - M.: 1965, 340 s.
4. Duboshin G.N. Nebesnaya mekhanika. Osnovnye zadachi i metody. - M.: 1968. 800 s.
5. Markeev A.P. Teoreticheskaya mekhanika. - M: CheRo, 1999. 572 s.
6. Okhotsimskiy D.E. Dinamika kosmicheskikh poletov. Konspekt lektsiy, prochitannykh na mekhaniko-matematicheskom fakul'tete MGU v 1962/1963 uch. g. - M.: MGU, 1968. 157 s.
7. Okhotsimskiy D.E., Sikhuralidze Yu.G. Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta. - M.: Nauka, 1990. 448 s.
8. Puankare A. Izbrannye proizvedeniya. v 3 t. T. - M.: Nauka. 1972. 999 s.
9. Ryabov Yu.A. Dvizheniya nebesnykh tel. - M.: 1977. 208 s.
10. Chebotarev G.A. Analiticheskie i chislennye metody nebesnoy mekhaniki. - L.: Nauka, 1965. 367 s.