

Интернет-журнал «Наукоедение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 8, №4 (2016) <http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol8-4>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/71TVN416.pdf>

Статья опубликована 26.08.2016.

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Митрев Р.П. Набор дополнительных показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны гидравлического экскаватора // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №4 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/71TVN416.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**УДК**

**Митрев Росен Пешев**

Технический университет, Болгария, София<sup>1</sup>

Доцент кафедры «Инженерная логистика, подъемно-транспортная и строительная техника»

Кандидат технических наук

E-mail: [rosenm@tu-sofia.bg](mailto:rosenm@tu-sofia.bg)

РИНЦ: [http://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=575796](http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=575796)

## **Набор дополнительных показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны гидравлического экскаватора**

**Аннотация.** В работе предложен набор показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны гидравлического экскаватора, которые дополняют широко используемые и приводимые производителями в технической документации геометрические характеристики экскаватора - максимальные высота и глубина копания, высота погрузки и разгрузки, радиус копания на уровне стоянки экскаватора и др. Упомянутые геометрические характеристики позволяют получить основное представление о возможностях экскаватора, но не дают никакой информации о распределении площади или объема рабочей зоны ниже или выше уровня стоянки экскаватора или относительно выбранных координатных осей. Для вычисления значений предложенных дополнительных показателей, реальный осевой профиль рабочей зоны замещается многоугольником. Используя координаты точек многоугольника, с помощью компьютерно-ориентированных алгоритмов вычисляются геометрические моменты разного порядка многоугольника - площадь, статические и инерционные моменты, а также связанные с ними показатели - центр тяжести и радиус инерции. Также вычисляются объем и поверхность рабочей зоны. Разработанный численный пример показывает, что предложенный набор показателей можно успешно использовать для количественной оценки различий между рабочими зонами, для которых стандартно используемые геометрические характеристики одинаковы. Введенные показатели можно использовать для оценки возможностей новоспроектированных или существующих машин или для проведения сравнительного анализа нескольких машин одного или разных типоразмеров.

**Ключевые слова:** гидравлический экскаватор; рабочая зона; площадь; инерционные моменты; объем; центр тяжести; Монте-Карло

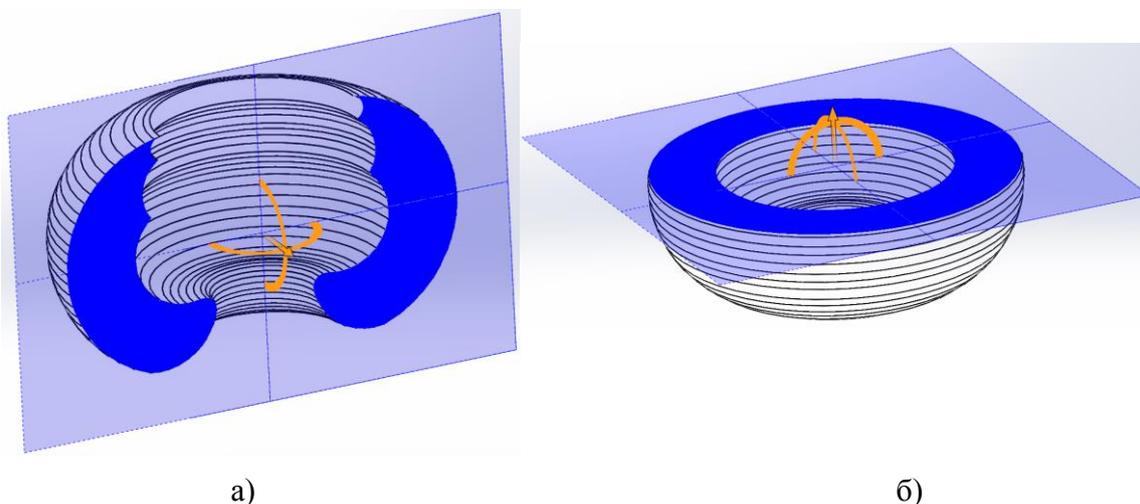
---

<sup>1</sup> Болгария, София, 1000, бул. Климент Охридски №8

## 1. Введение

Один стандартный подход к оценке функциональных возможностей новоспроектированных или существующих гидравлических экскаваторов, а также других строительных манипуляторов, состоит в количественной оценке их технологических и технических возможностей с помощью абсолютных и относительных показателей.

По своей кинематической структуре, рабочее оборудование типового гидравлического экскаватора представляет собой трехзвенный манипулятор, основными геометрическими характеристиками которого являются кинематические длины звеньев (стрелы, рукояти и ковша) и их относительные углы поворота. Числовые значения этих параметров определяют форму и размеры рабочей зоны, которая представляет собой геометрическое место точек, которые могут быть достигнуты вершиной зуба ковша при соблюдении ограничения в углах поворота звеньев. По своей геометрической форме, рабочая зона представляет ограниченное тороидальной поверхностью трехмерное пространство, а ее вертикальное радиальное сечение (осевой профиль рабочей зоны) представляет собой замкнутую плоскую фигуру, состоящую из дуг разного радиуса – рис. 1а).



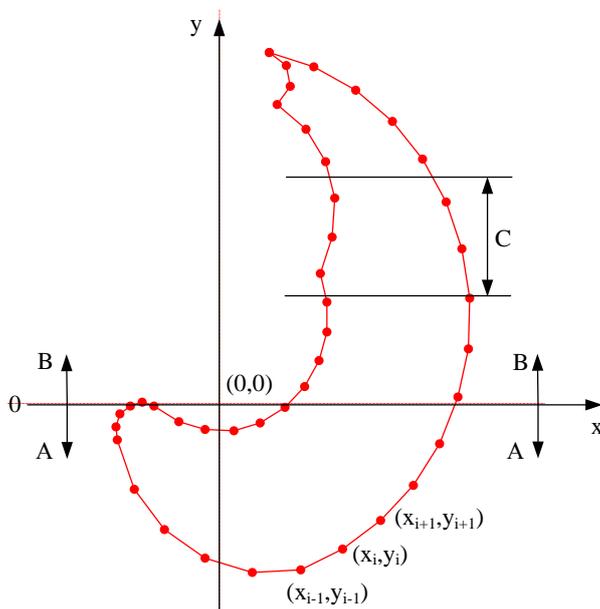
**Рисунок 1.** Рабочая зона трехзвенного манипулятора и ее: 1) вертикальное сечение; 2) горизонтальное сечение (разработано автором)

Форма и размеры рабочей зоны и ее сечения в большой степени влияют на технологические возможности машины. По осевому профилю рабочей зоны могут быть определены такие важные геометрические параметры экскаватора как максимальные высота и глубина копания, высота погрузки и разгрузки, радиус копания на уровне стоянки экскаватора и др. Обычно эти параметры приводятся производителями экскаваторов числовом или графическом виде в специализированной литературе [8].

Упомянутые геометрические параметры позволяют получить основное представление о геометрических возможностях экскаватора, но не дают никакой информации о распределении площади или объема рабочей зоны ниже или выше уровня стоянки или относительно выбранных координатных осей. Более полную характеристику рабочей зоны можно получить использованием дополнительных показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны гидравлического экскаватора. В последние годы круг используемых показателей расширился [7, 10], позволяя провести более точный количественный анализ характеристик экскаваторов.

## 2. Набор дополнительных показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны

Если посмотреть на осевой профиль рабочей зоны как на геометрический объект, то он представляет плоскую фигуру с определенной формой, размерами и расположением в вертикальной плоскости. Кроме вышеперечисленных специфических для экскаваторов геометрических характеристик, в качестве дополнительных показателей для оценки ее свойств подходить использовать геометрические моменты разного порядка - площадь, осевые, полярные, центробежные инерционные моменты, а также связанные с ними геометрические характеристики – центр тяжести и инерционный радиус. Эти характеристики дают дополнительное представление о распределении площади в сечении рабочей зоны и их можно вычислить как для целого сечения, так и для ее частей ниже (рис. 2А) и выше уровня (рис. 2В) стоянки или для определенных характерных зон, например, зоны погрузки и разгрузки (рис. 2С). Аналогично, для рабочей зоны используются объем и поверхность как всей рабочей зоны, так и ее частей (рассмотренных как тела вращения – рис. 1).



*Рисунок 2. Многоугольник, замещающий осевой профиль рабочей зоны (разработано автором)*

Зная размеры и углы поворота звеньев рабочего оборудования, осевой профиль может быть построен [6] и получены координаты  $(x_i, y_i)$  определенного числа точек его контура. В практике очень распространен случай, когда в наличии только бумажное или электронное изображение осевого профиля, а геометрические характеристики рабочего оборудования неизвестны. В этом случае рационально произвести дигитализацию контура и получить координаты его составляющих точек. Связывая последовательно соседние точки, реальный осевой профиль, состоящий из дуг, замещается многоугольником (полигоном) – рис. 2. Очевидно, что количество точек будет влиять на точность аппроксимации осевого профиля и, следовательно, на точность последующих вычислений. Характерным для этого многоугольника является то, что при отсутствии препятствия, он представляет собой замкнутую ломаную линию без самопересечения.

## 3. Расчет показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны

Для определения численных значений дополнительных геометрических показателей возможно использовать несколько аналитических и вычислительных подходов. Так как

осевой профиль рабочей зоны представляет собой несимметрическую, неправильную и сложную фигуру, то аналитическое определение ее геометрических характеристик затруднительно, а в части случаев нерационально или невозможно.

### 3.1. Определение площади осевого профиля рабочей зоны

Для практического вычисления площади осевого профиля рабочей зоны или его частей под и над уровнем стоянки экскаватора можно использовать следующие перечисленные методы.

- 1) Расчет площади с помощью:
  - а) Интегрирования при известном уравнении кривой [1];
  - б) Разделения сложной фигуры на более простые (прямоугольники, треугольники, квадраты и др., чьи площади могут быть определены теоретически) и суммирование их площадей [1];
  - в) Формулы Пика [3]. Для использования этой формулы многоугольник нужно построить на сетке и расположить его вершины в узлах сетки. Тогда площадь многоугольника вычисляется по следующей формуле:

$$S = \left( m + \frac{n}{2} - 1 \right) S_1 \quad (1)$$

где:  $m$  – число узлов, которые попадают внутри многоугольника, а  $n$  – число узлов, находящихся на его контуре, включая и вершины,  $S_1$  – площадь одной ячейки сетки.

2) Механического или электронного устройства – планиметра [4], которым производится обход контура осевого профиля и с соответствующих скал отчитывается значение площади.

- 3) Матрицы Якоби  $\mathbf{J}$  [9], которая для трехзвенного манипулятора имеет вид:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -L_1 s_1 - L_2 s_{12} - L_3 s_{123} & -L_2 s_{12} - L_3 s_{123} & -L_3 s_{123} \\ L_1 c_1 + L_2 c_{12} + L_3 c_{123} & L_2 c_{12} + L_3 c_{123} & L_3 c_{123} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

где через  $s_1, c_1, s_{12}$  и т.д. обозначены  $\sin\theta_1, \cos\theta_1, \sin(\theta_1+\theta_2)$ . Через  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  обозначены текущие значения относительных углов поворота звеньев, а через  $L_1, L_2$  и  $L_3$  - их кинематические длины. Площадь фигуры, описанной вершиной зуба ковша вычисляется так:

$$\int_{\theta_{3 \min}}^{\theta_{3 \max}} \int_{\theta_{2 \min}}^{\theta_{2 \max}} \int_{\theta_{1 \min}}^{\theta_{1 \max}} (\det J) d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = L_1 L_2 (\theta_{3 \max} - \theta_{3 \min}) (\theta_{1 \max} - \theta_{1 \min}) (\cos \theta_{2 \min} - \cos \theta_{2 \max}) \quad (3)$$

где:  $\det J = L_1 L_2 \sin \theta_2$ , а через  $\min$  и  $\max$  обозначены минимальные и максимальные углы поворота звеньев:  $\theta_{1 \min} \leq \theta_1 \leq \theta_{1 \max}$ ,  $\theta_{2 \min} \leq \theta_2 \leq \theta_{2 \max}$  и  $\theta_{3 \min} \leq \theta_3 \leq \theta_{3 \max}$ .

4) Метод, основывающийся на интеграле Грина [1,11]. Этот метод универсален и является подходящим для определения геометрических моментов разного порядка не самопересекающихся многоугольников. При наличии ограничения в рабочей зоне (или

запрещенных участков) возможно появление самопересекающихся многоугольников и тогда метод неприменим.

Расчет геометрических моментов  $v_{p,q}$  осуществляется с помощью теоремы Грина, которая дает связь между криволинейным интегралом по замкнутому контуру  $C$  и двойного интеграла по области  $D$ , ограниченной этим контуром. Принимается что  $C$  – это положительно ориентированная гладкая замкнутая кривая в плоскости, а  $D$  - это область, ограниченная этой кривой. Если функции  $P=P(x,y)$  и  $Q=Q(x,y)$  определены в области  $D$  и имеют непрерывные частные производные  $\partial P / \partial y$  и  $\partial Q / \partial x$ , то математически теорема Грина записывается так:

$$\int_C Pdx + Qdy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy \quad (4)$$

Если принять, что

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = x^p y^q, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

и тогда из (5) следует, что:

$$P(x, y) = 0; \quad Q(x, y) = \frac{x^{p+1}}{p+1} y^q \quad (6)$$

В (2) чрез  $(p,q)$  обозначен порядок геометрического момента. Подставляя (6) в (4) получается:

$$v_{p,q} = \iint_D x^p y^q dxdy = \int_C \frac{x^{p+1} y^q}{p+1} dy \quad (7)$$

Если принять, что замкнутая кривая  $C$  представляет собой совокупность из  $n$  связанных линейных сегментов, образующих многоугольник и заменить интегрирование суммированием, то после дополнительных допущений и переработки (7) принимает вид:

$$v_{p,q} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n (x_{i-1} y_i - x_i y_{i-1}) \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^q C_l^{k+l} C_{q-l}^{p+q-k-l} x_i^k x_{i-1}^{p-k} y_i^l x_{i-1}^{q-l} \quad (8)$$

где  $(x_i, y_i)$  и  $(x_{i-1}, y_{i-1})$  являются координатами двух последовательных точек стороны

многоугольника,  $R = (p+q+2)(p+q+1)C_p^{p+q}$ , а чрез  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$  обозначены биномиальные коэффициенты.

Так как площадь  $A$  представляет геометрический момент нулевого порядка, т.е.  $p=0$  и  $q=0$ , и тогда из (8) получается следующая формула для вычисления площади:

$$A = v_{0,0} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_{i-1} y_i - x_i y_{i-1}) \quad (9)$$

Как видно, с помощью  $n$  полученных при вычислении или дигитализации координат точек  $(x_i, y_i)$ , контура сечения рабочей зоны можно легко подсчитать ее площадь. При использовании формулы (8) нужно учитывать направление обхода контура, так как при

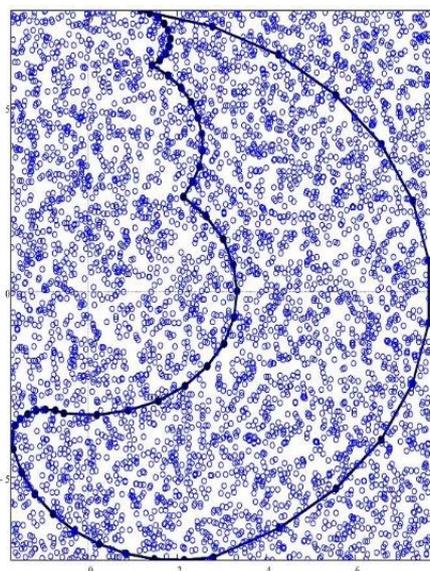
разных направлениях получаются одинаковые по абсолютному значению, но разные по знаку значения геометрических моментов.

5) Метод, основанный на вероятностном методе Монте-Карло [2]. По отношению вычисления площади этот метод универсален, так как позволяет определить, как площадь не самопересекающихся, так и самопересекающихся многоугольников.

Метод Монте-Карло в приложении к вычислению площадей основывается на генерировании точек с случайными координатами в прямоугольной области с известными размерами  $a$  и  $b$ , загораживающей многоугольник. Тогда искомая площадь многоугольника  $S_{mn}$  будет пропорциональна числу точек  $N_{mn}$ , попавших в его внутренность:

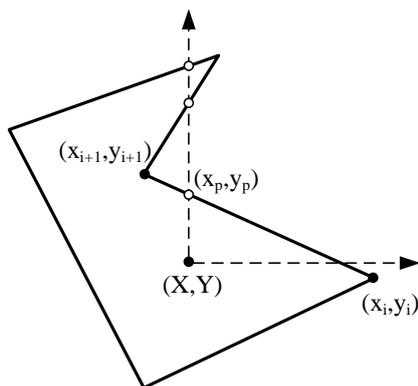
$$S_{mn} \approx S_{np} \cdot \frac{N_{mn}}{N_{np}} \quad (10)$$

где  $S_{np}=ab$  - известная площадь прямоугольной области, а  $N_{np}$  общее число точек в прямоугольной области, т.е. общее число сгенерированных точек. На рис. 3 показан осевой профиль рабочей зоны и 5000 сгенерированных точек с случайными координатами в прямоугольнике.



**Рисунок 3.** Осевой профиль рабочей зоны и 5000 сгенерированных точек  
(разработано автором)

Ключевой проблемой здесь является определение числа точек, попадающих в многоугольник. Один из признаков, по которому можно судить лежит ли рассматриваемая точка внутри многоугольника с произвольным количеством сторон - это провести через точку вертикальный или горизонтальный луч и посчитать сколько раз он пересекает (только в одном из направлении) стороны многоугольника [12]. Если число пересечений является нечетным, то точка лежит внутри многоугольника, если является четным – точка лежит вне многоугольника – рис. 4.



**Рисунок 4.** Схема для определения лежит ли точка в многоугольнике (разработано автором)

Если провести вертикальный луч, то алгоритм для определения лежит ли точка с координатами  $(X, Y)$  внутри многоугольника имеет несколько шагов. Для каждой из  $N$  сторон многоугольника делаются следующие проверки:

- 1) Если  $x$  координаты двух концов стороны меньше координаты  $X$  (т.е. концы стороны лежат левее проверяемой точки), то вертикальный луч не пересекает сторону и приступается к проверке следующей стороны;
- 2) Если  $x$  координаты двух концов стороны больше координаты  $X$  (т.е. концы стороны лежат правее проверяемой точки), то вертикальный луч не пересекает сторону и приступается к проверке следующей стороны;
- 3) Если  $y$  координаты двух концов стороны меньше координаты  $Y$  (т.е. концы стороны лежат ниже проверяемой точки), то вертикальный луч не пересекает сторону и приступается к проверке следующей стороны;
- 4) Если ни одно из перечисленных условий не выполнено, то один или оба конца стороны лежат выше проверяемой точки и возможно пересечение вертикального луча и стороны. В этом случае следует определить  $y_p$  координату точки пересечения вертикального луча и стороны. Для этого уравнение стороны с координатами концов  $(x_i, y_i)$  и  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  задается в виде:

$$\det \begin{bmatrix} x_{i+1} - x_i & y_{i+1} - y_i \\ x - x_{i+1} & y - y_{i+1} \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

а уравнение вертикального луча, проходящего через точку с координатами  $(X, Y)$  задается в виде:

$$x = X \quad (12)$$

Совместное решение (11) и (12) дает  $y_p$  координату точки пересечения двух прямых – рис. 4:

$$y_p = y_{i+1} + (y_i - y_{i+1}) \left( \frac{X - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \right) \quad (12)$$

и тогда, если  $y_p > Y$ , то луч пересекает сторону многоугольника. Для проверяемой точки алгоритм применяется для всех сторон и определяется число пересечений луча с сторонами. Если через  $c$  обозначить число пересечений, то с помощью функции  $mod(c, 2)$ , возвращающей остаток от деления числа  $c$  на 2, определяется число  $c$  четное или нечетное. Если остаток деления равен 1, то число нечетное и точка находится внутри многоугольника, если остаток

равен 0, то число четное и функция находится вне многоугольника. Для проведения большого количества вычислений разработана Mathcad функция, которая для каждой точки с координатами  $(X_k, Y_k)$  из массива всех сгенерированных точек возвращает 1 или 0 в зависимости от того лежит ли точка в многоугольнике или нет.

```

Point_state := for k ∈ 0..Np - 1
    c ← 0
    for i ∈ 0..last(x) - 1
        continue if Xk ≥ xi ^ Xk > xi+1
        continue if Xk ≤ xi ^ Xk < xi+1
        continue if Yk ≥ yi ^ Yk > yi+1
        yc ← yi+1 + (yi - yi+1) ·  $\frac{X_k - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}$ 
        c ← c + 1 if yc - Yk > 0
    remk ← mod(c, 2)
rem
    
```

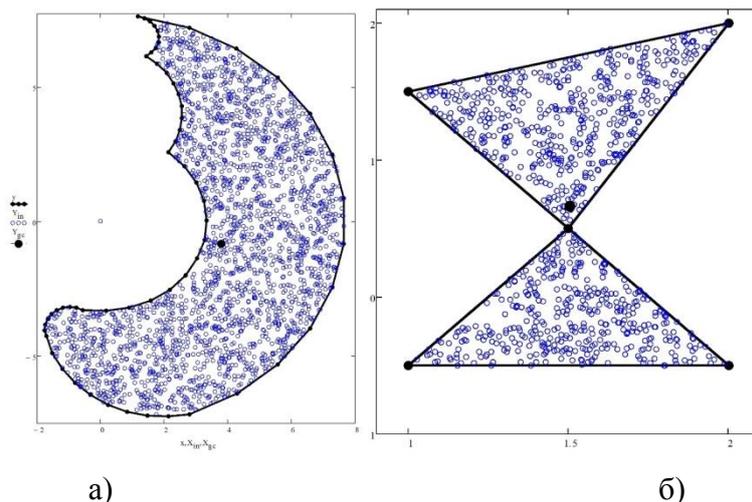
**Рисунок 5.** Mathcad функция, возвращающая 1 или 0 в зависимости от расположения точки (разработано автором)

Для рассматриваемого примера с помощью функции определено, что 2437 точек попадают в многоугольник. Площадь загораживающего прямоугольника равна 139.7 м<sup>2</sup>, следовательно площадь многоугольника равна 68.1 м<sup>2</sup>. С увеличением числа сгенерированных точек увеличивается точность определения площади по (10).

Координаты центра тяжести  $(x_g, y_g)$  многоугольника вычисляются по формулам:

$$x_g = \frac{\sum_{i=1}^r x_r}{r}, \quad y_g = \frac{\sum_{i=1}^r y_r}{r} \tag{13}$$

где  $r$  – число точек, попавших в многоугольник, а  $(x_r, y_r)$  – их координаты. На рис. 6а) показан осевой профиль рабочей зоны и точки, попавшие в ней, а также ее центр тяжести. На рис. 6б) показано определение центра тяжести по методу Монте-Карло произвольной самопересекающейся фигуры.



**Рисунок 6.** Точки, попавшие в многоугольник (разработано автором)

### 3.2. Определение статических и инерционных моментов осевого профиля рабочей зоны

Другие геометрические характеристики осевого профиля рабочей зоны, которые дают дополнительное представление о распределении площади в сечении рабочей зоны – это геометрические моменты первого порядка – статический момент и геометрические моменты второго порядка – инерционные моменты относительно вертикальной и горизонтальной осей. Радиус инерций, который связан с площадью и с инерционным моментом, также может служить геометрической характеристикой.

Используя формулу (8) статический момент  $S_x$  относительно оси  $x$  вычисляется при  $p=1$  и  $q=0$ , а статический момент  $S_y$  относительно оси  $y$  вычисляется при  $p=0$  и  $q=1$ :

$$\begin{aligned}
 S_x = v_{1,0} &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(x_{i-1} + x_i) \\
 S_y = v_{0,1} &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(y_{i-1} + y_i)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Когда известна площадь (9) и статические моменты (14) можно вычислить и координаты центра тяжести многоугольника:

$$x_g = \frac{S_y}{A}, \quad y_g = \frac{S_x}{A}
 \tag{15}$$

Осевые моменты инерции  $J_x$  и  $J_y$  относительно осей  $x$  и  $y$  получаются из (8) при  $p=0$ ,  $q=2$  и  $p=2$ ,  $q=0$  соответственно:

$$\begin{aligned}
 J_x = v_{0,2} &= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(y_{i-1}^2 + y_{i-1}y_i + y_i^2) \\
 J_y = v_{2,0} &= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(x_{i-1}^2 + x_{i-1}x_i + x_i^2)
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Полярный момент инерций  $J_p$  вычисляется как суммой двух осевых моментов инерций. Когда площадь и инерционные моменты известны, можно вычислить радиусы инерций многоугольника:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}, \quad i_\rho = \sqrt{\frac{J_\rho}{A}} = \sqrt{i_x^2 + i_y^2} \quad (16)$$

Окружности с вычисленными радиусами инерций могут служить для визуального сравнения сечений рабочих зон различных экскаваторов.

#### 4. Объем и поверхность рабочей зоны

Если известна площадь сечения рабочей зоны  $A$ , периметр сечения рабочей зоны  $L_s$  и известно расстояние  $\bar{x}_g$  от центра тяжести этого сечения до оси вращения платформы, то легко можно вычислить объем и поверхность рабочей зоны. Это возможно сделать с помощью двух теорем Гюльдена [5]:

- 1) Первая теорема. Поверхность тела вращения, полученного вращением плоской ломанной вокруг оси, лежащей в плоскости этой ломанной, но не пересекающей ее, равна длине ломанной, умноженной на длину окружности, описанной ее центром тяжести:

$$S_{ок.} = 2\pi \bar{x}_g L_s \quad (17)$$

где  $L_s$  – периметр сечения рабочей зоны, который вычисляется по следующей формуле:

$$L_s = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (18)$$

- 2) Вторая теорема. Объем тела вращения, полученного вращением плоской замкнутой ломанной вокруг оси, лежащей в плоскости этой ломанной, но не пересекающей ее, равен произведению площади, ограниченной этой ломанной на длину окружности, описанной ее центром тяжести:

$$V = 2\pi \bar{x}_g A \quad (19)$$

#### 5. Числовой пример

Для выполнения практических расчетов по вычислению геометрических характеристик осевого профиля рабочей зоны в программе Mathcad составлен пакет программ. Рассмотрим приложение предложенного набора показателей к трем гипотетическим рабочим зонам, для которых принято, что сумма длин стрелы и рукоятки постоянна, т.е.  $L_1 + L_2 = const = 7m$ . Для первой рабочей зоны принимается:  $L_1 = 4m$ ,  $L_2 = 3m$ ; для второй рабочей зоны принимается:  $L_1 = 3.5m$ ,  $L_2 = 3.5m$ ; для третьей рабочей зоны принимается  $L_1 = 3m$ ,  $L_2 = 4m$ . Для трех вариантов углы поворотов звеньев имеют одинаковые значения:  $-60^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ$ ,  $-110^\circ \leq \theta_2 \leq -20^\circ$ ,  $-130^\circ \leq \theta_2 \leq 10^\circ$ , а кинематическая длина ковша одинакова и равна  $L_3 = 0.8m$ . Также задано и расстояние от уровня стоянки до точки подвеса стрелы  $H = 2.5m$ . На рис. 7 показаны осевые профили трех рабочих зон – 1, 2 и 3. Как видно, хотя форма и размеры трех профилей неодинаковые, но максимальная высота копания  $H_{max}$ , максимальная глубина копания  $H_{min}$  и радиус копания на уровне стоянки  $R_k$  одинаковы. Сравнение трех машин только по этим геометрическим показателям не дает достаточной количественной информации о различиях между их геометрическими возможностями.

Для трех рассматриваемых профилей рабочих зон вычисляются следующие характеристики: 1) для целого сечения рабочей зоны -  $A$ ,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $i_x$ ,  $i_y$ ,  $i_\rho$ ; 2) те же характеристики, но для частей сечения ниже (индекс “н”) и выше (индекс “в”) уровня стоянки экскаватора.

Результаты вычислений в абсолютных значениях величин показаны в таблице 1. Для удобства сравнения между тремя вариантами, в таблице 2 значения характеристик показаны в относительных значениях относительно характеристик сечения рабочей зоны 1.

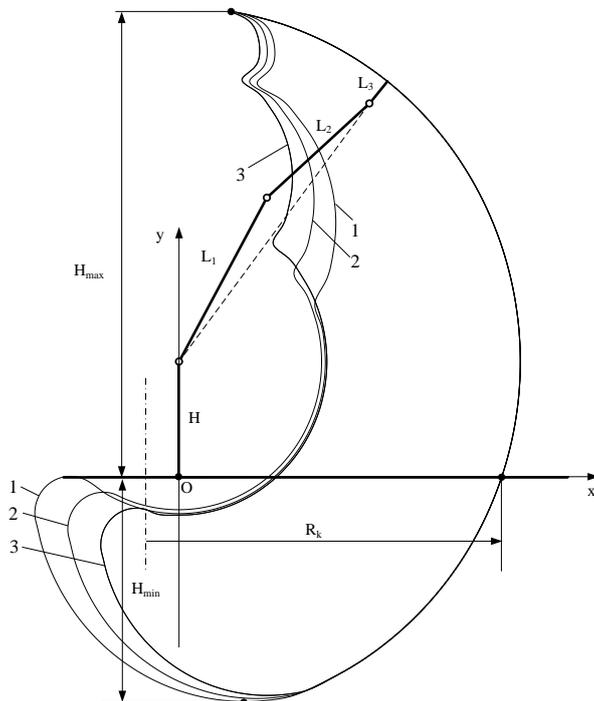


Рисунок 7. Осевые профили рабочих зон (разработано автором)

Таблица 1

Геометрические характеристики сечений рабочих зон – абсолютные значения

Вариант	$A, m^2$	$A_b, m^2$	$A_n, m^2$	$J_x, m^4$	$J_{xb}, m^4$	$J_{xn}, m^4$	$J_y, m^4$	$J_{yb}, m^4$	$J_{yn}, m^4$
р.з. 1	69.1	39.58	29.53	1222.2	1046.1	176.1	1314.2	984.9	329.3
р.з. 2	71.1	38.2	32.9	1159.6	961.6	197.9	1314.6	977	337.6
р.з. 3	71.5	35.7	35.8	1092.8	872.5	220.3	1309.3	955.2	354.1

Вариант	$i_x, m$	$i_y, m$	$i_p, m$	$i_{xn}, m$	$i_{yn}, m$	$i_{pn}, m$	$i_{xb}, m$	$i_{yb}, m$	$i_{pb}, m$
р.з. 1	4.21	4.36	6.06	2.44	3.33	4.13	5.14	4.99	7.16
р.з. 2	4.04	4.30	5.9	2.45	3.2	4.03	5.02	5.06	7.13
р.з. 3	3.91	4.28	5.79	2.48	3.14	4	4.94	5.17	7.15

Таблица 2

Геометрические характеристики сечений рабочих зон – относительные значения

Вариант	$A$	$A_b$	$A_n$	$J_x$	$J_{xb}$	$J_{xn}$	$J_y$	$J_{yb}$	$J_{yn}$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1.03	0.97	1.11	0.95	0.92	1.12	1	0.99	1.03
3	1.03	0.9	1.21	0.89	0.83	1.25	1	0.97	1.08

Вариант	$i_x$	$i_y$	$i_p$	$i_{xn}$	$i_{yn}$	$i_{pn}$	$i_{xb}$	$i_{yb}$	$i_{pb}$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0.96	0.99	0.97	1	0.96	0.97	0.98	1.01	1
3	0.93	0.98	0.96	1.02	0.94	0.97	0.96	1.04	1

Как видно из таблицы 2, площадь общего сечения  $A$  изменяется очень слабо (на 3%), но характеристики части сечения ниже уровня стоянки - площадь  $A_n$  и момент инерции  $J_{xn}$ , увеличиваются соответственно на 11% и 12% для зоны 2 и на 21% и 25% соответственно для зоны 3. Характеристики части сечения выше уровня стоянки - площадь  $A_v$  и момент инерции  $J_{xv}$  уменьшаются соответственно на 3% и 8% для зоны 2 и с 10% и 17% соответственно для зоны 3. Это показывает, что при переходе от зоны 1 к зонам 2 и 3 геометрические возможности машины увеличиваются ниже уровня стоянки и уменьшаются выше уровня стоянки.

## 6. Выводы

Предложенный набор показателей для оценки геометрических свойств рабочей зоны может успешно служить для дополнительного исследования геометрических возможностей гидравлического экскаватора и других строительных манипуляторов. Количественные значения показателей возможно использовать для количественной оценки возможностей новоспроектированных или существующих машин или для проведения сравнительного анализа нескольких машин одного или разных типоразмеров. Применение предложенных алгоритмов при использовании компьютера не вызывает особых трудностей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бронштейн И., Семендяев К. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1986. - 544 с.
2. Бусленко Н. Метод статистического моделирования. - М.: Статистика, 1970. - 113 с.
3. Вавилов В., Устинов А. Многоугольники на решетках. - М.: Издательство Московского центра непрерывного математического образования, 2006. - 70 с.
4. Кривонос Л.М. Планиметр // Какими бывают корабли. - М.: Просвещение, 1974. - С. 63-64.
5. Моденов П. Сборник задач по математике с анализом решений. М.: Советская наука, 1959. - 480 с.
6. Побегайло П. Один из возможных способов построения осевого профиля рабочей зоны // Българско списание за инженерно проектиране, - 2013.-№18-с. 7-13.
7. Побегайло П.А. Некоторые геометрические свойства рабочего оборудования одноковшовых гидравлических экскаваторов. М.: Горная книга, Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). Отдельные статьи (специальный выпуск). - 2014. - №1. - 28 с.
8. Caterpillar performance handbook. Caterpillar inc., Edition 46, January 2016.
9. Megahed S. Principles of robot modeling and simulation. John Wiley&Sons, 1993.- 312 p.
10. Patel D., Patel B., Patel M. A Critical Review on Kinematics of Hydraulic Excavator Backhoe Attachment // International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, - 2015.-Vol.4.-№2.-p. 188-203.
11. Soerjadi R. On the Computation of the Moments of a Polygon, with some Applications. Delft University of Technology, HERON, - 1968.-Vol.16.-№5.-p. 43-58.
12. <http://alienryderflex.com/polygon/>.

**Mitrev Rosen Peshev**

Technical university, Bulgaria, Sofia  
E-mail: [rosenm@tu-sofia.bg](mailto:rosenm@tu-sofia.bg)

## **A set of complementary indicators for assessment of the geometrical properties of the hydraulic excavator workspace**

**Abstract.** In this paper we propose a set of indicators for assessment of the geometrical properties of the hydraulic excavator workspace, which complement the widely used and adduced by the manufacturer's geometrical characteristics of the excavators - the maximum height and digging depth, the maximum dumping height, the maximum reach on ground and so on. By the mentioned geometrical characteristics one can receive only a basic idea for excavator capabilities, but it is not possible to evaluate the area or volume distribution of the workspace below and above the terrain or according to defined coordinate system. To calculate the values of the proposed complementary indicators, the real radial planar section of the workspace is replaced by a polygon. Computer oriented algorithms use the coordinates of the polygon points for computation of the geometrical moments of different order of the polygon - the area, static and inertial moments and related parameters - the center of gravity and radius of gyration. Also, volume and area of the workspace are calculated. A numerical example shows that the proposed set of indicators can be successfully used for quantitative assessment of the differences between the workspaces for which the standard geometrical characteristics are the same. Introduced indicators can be used to assess the capabilities of new or existing machines or to conduct a comparative analysis of several machines of the same or different sizes.

**Keywords:** hydraulic excavator; workspace; area; inertial moments; volume; center of gravity; Monte-Carlo

## REFERENCES

1. Bronshteyn I., Semendyaev K. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov. - M.: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1986. - 544 s.
2. Buslenko N. Metod statisticheskogo modelirovaniya. - M.: Statistika, 1970. -113 s.
3. Vavilov V., Ustinov A. Mnogougol'niki na reshetkakh. - M.: Izdatel'stvo Moskovskogo tsentra nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya, 2006. - 70 s.
4. Krivonosov L.M. Planimetr // Kakimi byvayut korabli. - M.: Prosveshchenie, 1974. - S. 63-64.
5. Modenov P. Sbornik zadach po matematike s analizom resheniy. M.: Sovetskaya nauka, 1959. - 480 s.
6. Pobegaylo P. Odin iz vozmozhnykh sposobov postroeniya oseвого profilya rabochey zony // B"lgarsko spisanie za inzhenerno proektirane, - 2013.-№18-с. 7-13.
7. Pobegaylo P.A. Nekotorye geometricheskie svoystva rabochego oborudovaniya odnokovshovykh gidravlicheskih ekskavatorov. M.: Gornaya kniga, Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal). Otdel'nye stat'i (spetsial'nyy vypusk). - 2014. - №1. - 28 s.
8. Caterpillar performance handbook. Caterpillar inc., Edition 46, January 2016.
9. Megahed S. Principles of robot modeling and simulation. John Wiley&Sons, 1993.- 312 p.
10. Patel D., Patel B., Patel M. A Critical Review on Kinematics of Hydraulic Excavator Backhoe Attachment // International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, - 2015.-Vol.4.-№2.-p. 188-203.
11. Soerjadi R. On the Computation of the Moments of a Polygon, with some Applications. Delft University of Technology, HERON, - 1968.-Vol.16.-№5.-p. 43-58.
12. <http://alienryderflex.com/polygon/>.