

Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/vol9-2.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf>

Статья опубликована 28.03.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:

Шейн А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №2 (2017)

<http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 624.04.012

Шейн Александр Иванович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Россия, Пенза¹

Заведующий кафедрой

Доктор технических наук, профессор

E-mail: Shein-ai@yandex.ru

Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций

Аннотация. Статья посвящена решению задачи подбора параметров сечений железобетонных элементов: балок, колонн, каркасов. Расчет на основе теории предельного равновесия чрезвычайно удобен, но полное пренебрежение деформациями механической системы затрудняет его практическое проектное применение. Поэтому, в основу расчета названных конструкций предлагается поставить критерий ограничения деформаций в заданных зонах наиболее напряженных сечений композитных систем их предельными значениями для сжатия и растяжения при изгибе и внецентренном сжатии. Введение соответствующих ограничений позволяет определить, из условий равновесия сил в заданном сечении, один из основных геометрических параметров этого сечения (высоту, ширину, сечение рабочей арматуры) или максимально возможную нагрузку. Метод проиллюстрирован рядом примеров. Приведены символьные и численные решения задачи подбора сечений балок с ненапрягаемой и напрягаемой арматурой. Показан алгоритм решения задач подбора сечений статически неопределимых систем. Алгоритм проиллюстрирован численным примером. Данный подход предлагается назвать методом ограниченных деформаций (МОД). Метод может стать надежным инструментом проектирования железобетонных конструкций. Аналогичным образом может решаться и задача подбора сечений (толщины и параметров арматуры) композитных плит.

Ключевые слова: железобетонные конструкции; деформации; предельные деформации; балки; колонны; подбор сечений; метод расчета

Введение

Расчет на основе теории предельного равновесия чрезвычайно удобен, но полное пренебрежение деформациями механической системы затрудняет его практическое проектное применение. Кроме того, в реальных конструкциях не должно образовываться ни одного пластического шарнира даже в условиях статического нагружения, а тем более при

¹ 440028, Пенза, ул. Титова 28

знакопеременной динамической работе системы [1-5]. Автору длительное время приходилось заниматься обследованием зданий и сооружений [6-11]. При этом наличие трещин в железобетонных элементах всегда рассматривалось как обстоятельство, обязывающее, как правило, проводить дополнительные исследования конструкций (анализ агрессивности среды, оценку огнестойкости, оценку возможности и величины динамических воздействий и т.п.) и выполнять разработку проекта усиления. В связи с этим возникло намерение поставить деформационный признак в основу проектирования железобетонных конструкций. В данной статье предлагается простой и надежный метод расчета композитных систем, основанный на заданном ограничении развития трещин - метод ограниченных деформаций (МОД).

Идея и основные предпосылки метода

В изгибаемых железобетонных элементах бетон можно рассматривать как хрупкопластический материал, в котором даже в условиях статического нагружения реализуются два внутренних переменных состояния - хрупкое разрушение в растянутой зоне и пластическое деформирование (в пределе заканчивающееся дроблением) в сжатой зоне. В связи с этим решение задачи о напряженно-деформированном состоянии железобетонных элементов необходимо выполнять в рамках единых понятий механики твердого деформируемого тела и механики разрушения.

Хрупкое разрушение бетона в растянутых зонах железобетонных элементов связано с образованием и развитием трещин. При принятии аппроксимирующих зависимостей воспользуемся понятиями предельной сжимаемости $[\varepsilon^-]$ и предельной растяжимости бетона $[\varepsilon^+]$ (рис. 1), т.е. деформаций бетона в момент разрушения. Предельную сжимаемость бетона при изгибе и внецентренном сжатии можно принять $[\varepsilon^-] \approx (2,0 \div 3,5) \cdot 10^{-3}$; а предельную растяжимость $[\varepsilon^+] \approx (1,5 \div 3) \cdot 10^{-4}$, т.е. на порядок меньше.

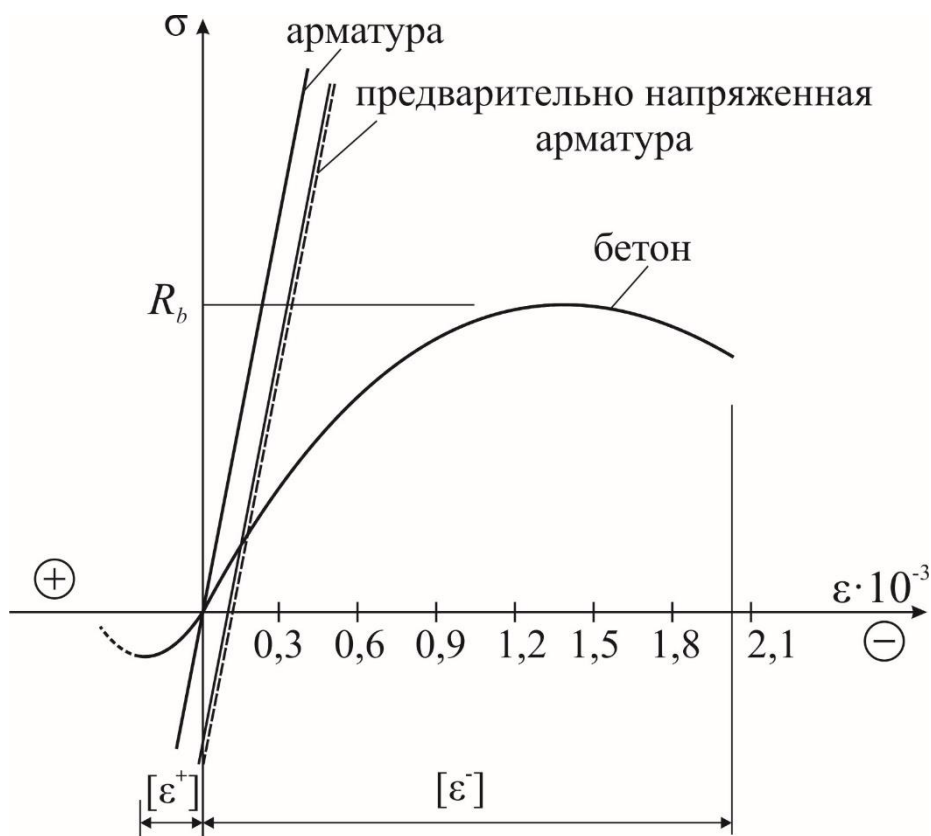


Рисунок 1. Диаграмма деформаций бетона и арматуры

Аппроксимацию зависимости σ - ε для бетона удобно осуществлять при помощи полинома с целыми нечетными показателями, например, с помощью кубической зависимости, обеспечивающей знакопеременность диаграммы относительно растяжения-сжатия

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon - A_3 \cdot \varepsilon^3, \quad (1)$$

где E_b - начальный модуль упругости материала;

$$A_3 = \frac{4}{27} \frac{E_b^3}{\sigma_{\text{пп}}^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{пп}} = R_b. \quad (3)$$

Как известно, арматурные стали подразделяются на мягкие, с развитой площадкой текучести и твердые, низколегированные стали, которые нормируются по пределу прочности. В качестве рабочей арматуры колонн, ригелей и плит перекрытий обычно используют твердые стали. Поэтому диаграммы работы арматурных сталей представим линейными зависимостями

$$\sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_a. \quad (4)$$

До достижения в крайних волокнах растягивающими напряжениями (или деформациями) некоторых предельных значений, внутреннюю статическую неопределенность будем раскрывать на основе обычной гипотезы плоских сечений и условий равновесия твердого нелинейно напряженного композита. При трещинообразовании в сечении j гипотезу плоских сечений будем считать справедливой за пределами границы трещины (рис. 2).

Предположим в данном железобетонном элементе i известно наиболее напряженное сечение j . Поставим для этого сечения условие:

$$t_{ij} \leq [t_{ij}], \quad (5)$$

где: t_{ij} - глубина трещины в сечении j элемента i ; $[t_{ij}]$ - допустимая глубина трещины в сечении j элемента i . В проектных задачах целесообразно принять

$$0 \leq [t_{ij}] \leq a, \quad (6)$$

где a - толщина защитного слоя i элемента. Тогда деформация растянутой зоны композита на границы трещины будет равна $[\varepsilon^+]$. В этом же сечении за пределами границы трещины деформации распределяются линейно.

Аналогичным образом вводится ограничение на глубину зоны дробления. Однако здесь целесообразно вводить ограничения вида:

$$\left. \begin{array}{l} [t_{ij}^-] = 0, \\ t_{ij}^- \geq 0. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Для изгибаемых элементов деформация волокон на расстоянии z от нейтральной оси (рис. 2) определяется соотношением:

$$\varepsilon = z \cdot w'' \quad (8)$$

где w'' - кривизна оси элемента. На границе трещины деформация равна:

$$[\varepsilon^+]_{ij} = (h_p)_{ij} \cdot (w'')_{ij} \quad (9)$$

где h_p – высота растянутой зоны. В любой же другой точке сечения деформация может быть вычислена по формуле:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{z}{h_p} \right) \cdot [\varepsilon^+]_{ij} \quad (10)$$

Отметим, что предельная сжимаемость может быть достигнута только при высоте сжатой зоны

$$z = h_c > 10h_p \quad (11)$$

что чаще реализуется в колоннах, чем в ригелях.

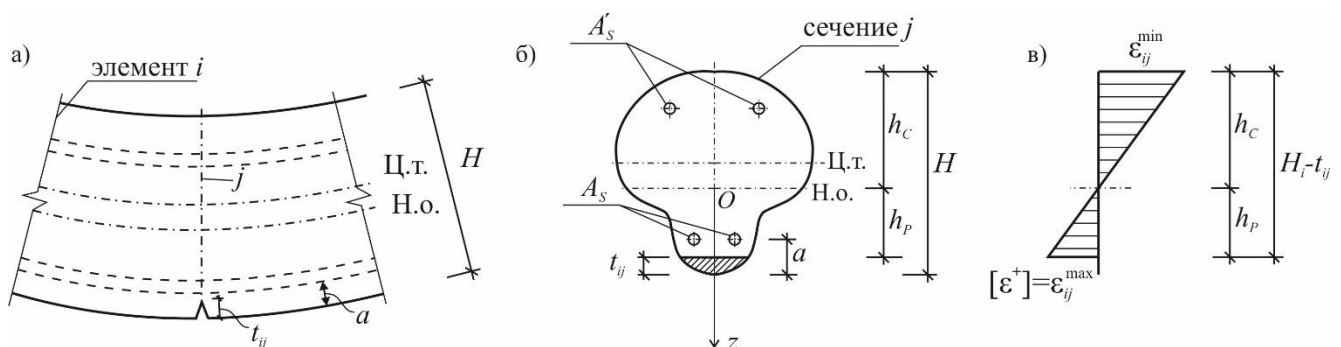


Рисунок 2. Фрагмент железобетонного элемента

Пусть продольная сила N_{ij} и изгибающий момент M_{ij} внешних сил в сечении j соответствуют заданной деформации и обобщенной нагрузке P . Подчиним эффективные размеры (не затронутые трещиной) сечения условиям:

$$\left. \begin{aligned} \int_{A_s} \sigma \cdot dA_s &= N_{ij}, \\ \int_{A_s} \sigma z \cdot dA_s &= M_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где искомой неизвестной является либо один из размеров, определяющих площадь поперечного бетонного сечения A , либо сечение растянутой арматуры, либо обобщенная нагрузка P .

Наиболее рациональные размеры сечений железобетонных элементов получаются при выполнении предварительного натяжения арматуры. При этом усилие в напрягаемом арматурном стержне в расчетном сечении равно алгебраической сумме усилия без учета предварительного напряжения N_1 , соответствующего деформации $\varepsilon_a(z)$, и усилия натяжения арматуры с учетом потерь N_0 (N_0 соответствует недеформированному бетону с учетом потерь).

Примеры расчетов методом ограниченных деформаций

Рассмотрим железобетонную балку (рис. 3), для которой необходимо подобрать прямоугольное поперечное сечение. Положим, максимально возможному изгибающему моменту в сечении соответствует трещина, глубиной развития равной защитному слою бетона балки $t=a$. Тогда деформации бетона непосредственно над трещиной и деформации арматуры будут равны $[\varepsilon^+]$. Предположим в первом решении, что напряжения и деформации бетона связаны линейной зависимостью $\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon$.

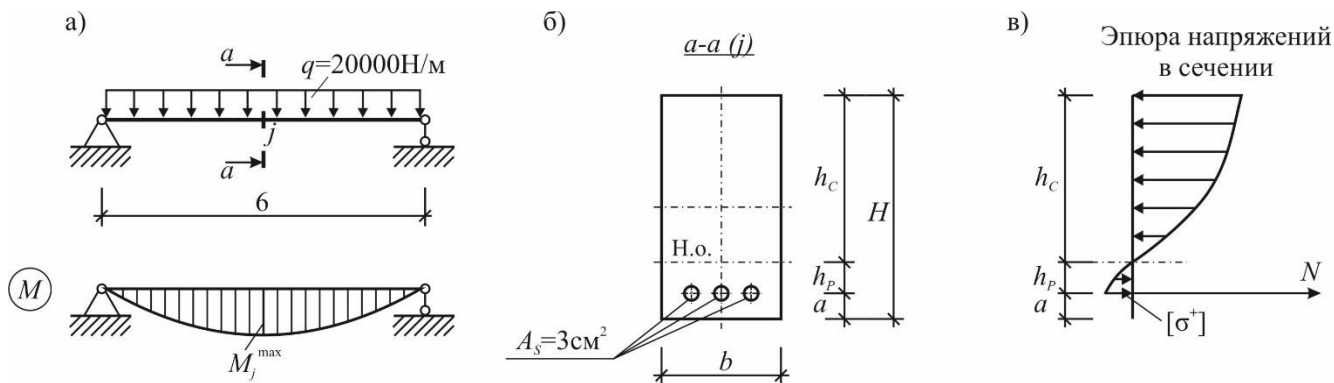


Рисунок 3. Подбор сечения железобетонной балки

Составим уравнения равновесия внешних и внутренних сил (12) в наиболее напряженном среднем сечении. Положим, высота балки является свободной переменной.

При помощи математического пакета Maple получаем замкнутое (символьное) решение относительно высоты балки H и эффективной высоты растянутой зоны бетона h_p :

без предварительного натяжения:

$$H = \frac{-2n[\varepsilon^+]E_a F_a + E_b ab[\varepsilon^+] + \sqrt{4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M}}{E_b b[\varepsilon^+]} \quad (13)$$

$$h_p = \left(\frac{2E_a F_a}{E_b b} \cdot \left(2n[\varepsilon^+]E_a F_a - E_b ab[\varepsilon^+] - \sqrt{4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M} \right) n + \right. \\ \left. + 2E_a F_a an[\varepsilon^+] + 3M \right) / \left(n[\varepsilon^+]E_a F_a - 2n[\varepsilon^+]E_a F_a + \sqrt{4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M} \right) \quad (14)$$

Здесь: n - число арматурных стержней; $[\varepsilon^+]$ - предельная деформация растяжения бетона; E_a - модуль упругости арматуры; E_b - модуль упругости бетона; F_a - площадь арматурного стержня; a - толщина защитного слоя бетона, равная, в данном случае, длине трещины; b - ширина балки; M - максимальный изгибающий момент.

При $n=3$, $[\varepsilon^+] = 0.00015$, $E_a = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ H} / \text{м}^2$, $E_b = 2.7 \cdot 10^{10} \text{ H} / \text{м}^2$, $F_a = 0.0003 \text{ м}^2$, $a = 0.03 \text{ м}$, $b = 0.2 \text{ м}$, $M = 90000 \text{ H} \cdot \text{м}$, получим:

$$H = 0.7795 \text{ м}; h_p = 0.358 \text{ м}.$$

При учете предварительного натяжения арматуры N_0 :

$$H = - \frac{2n[\varepsilon^+]E_a F_a - E_b ab[\varepsilon^+] + 2nN_0 - \sqrt{8n^2[\varepsilon^+]E_a F_a N_0 + 4N_0^2 n^2 + 4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M}}{E_b b[\varepsilon^+]}; \quad (15)$$

$$h_p = \left(\frac{2E_a F_a n[\varepsilon^+] + 2N_0 n}{[\varepsilon^+]E_b b} \cdot \left(2n[\varepsilon^+]E_a F_a - E_b ab[\varepsilon^+] + 2nN_0 - \sqrt{8n^2[\varepsilon^+]E_a F_a N_0 + 4N_0^2 n^2 + 4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M} \right) + 2E_a F_a an[\varepsilon^+] + 2N_0 an + \right. \\ \left. + 3M \right) / \left(-n[\varepsilon^+]E_a F_a - nN_0 + \sqrt{8n^2[\varepsilon^+]E_a F_a N_0 + 4N_0^2 n^2 + 4n^2[\varepsilon^+]^2 E_a^2 F_a^2 + 6E_b b[\varepsilon^+]M} \right). \quad (16)$$

При $N_0=20000$ Н, получим: $H = 0.657$ м; $h_p = 0.267$ м.

Для этой же балки произведены символьные вычисления высоты сечения H с использованием в (12) кубической зависимости (1). Полученные формулы чрезвычайно громоздки, чтобы их можно было привести в статье. Численные же расчеты с учетом (1) показали, что разница в результатах расчетов с линейной и нелинейной диаграммами бетона составляет менее 1%, т.е. в практических расчетах целесообразно использовать линейную зависимость «напряжение-деформация».

Алгоритм метода

Алгоритм метода ограниченной деформации расчета статически неопределимых систем состоит из следующих действий:

1. Предварительно назначаются размеры элементов.
2. Выполняются расчеты МКЭ с построением огибающей эпюры моментов.
3. По $M_{ij \max}$ из уравнений (12) подбираются сечения i -ых элементов.
4. Вводятся уточненные значения приведенных жесткостей. Выполняется перерасчет МКЭ с вычислением усилий.
5. Уточняются $M_{ij \max}$ и сечения i -ых элементов.
6. Вводятся уточненные значения приведенных жесткостей. Выполняется контрольный расчет.

Приведем пример расчета статически неопределимой системы (рис. 4а), выполненный по данному алгоритму. Искомой переменной здесь считалась ширина сечения b_1 или b_2 .

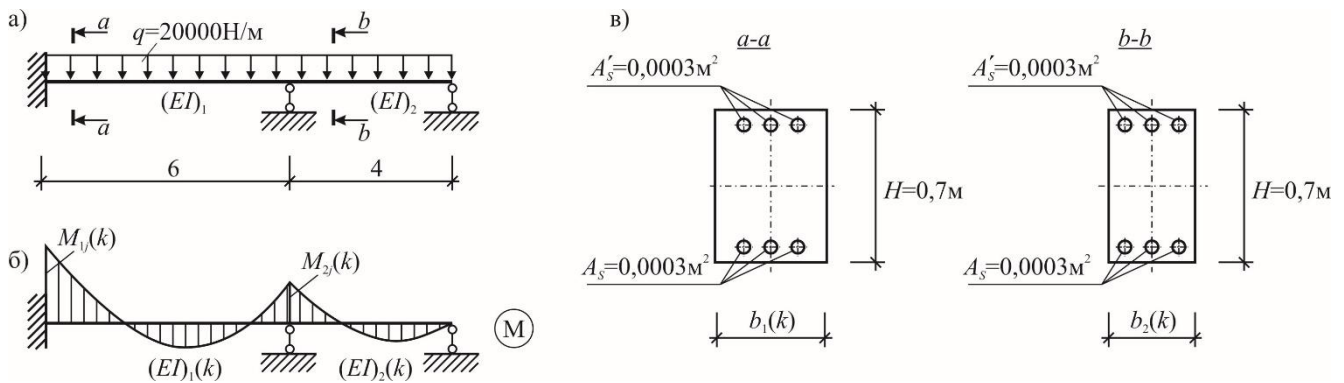


Рисунок 4. Подбор сечения статически неопределимой системы

Характеристики бетона и арматуры те же, что и в предыдущем примере. Расчеты сведены в таблицу 1.

Таблица 1

№ расчета <i>k</i>	Соотношение жесткостей		Усилия M_{ij} Н·м		Размеры сечения	
	$(EI)_1$	$(EI)_2$	M_{1j}	M_{2j}	b_1	b_2
1	1	1	64707	50588	155	109
2	1,289	1	65339	49323	157	104
3	1,343	1	65444	49117	157	104

Выводы

Приведены основные положения метода ограниченных деформаций. В основу расчета поставлен критерий ограничения деформаций в заданных зонах наиболее напряженных сечений композитных конструкций. На основе метода выполнены решения задач подбора параметров сечений железобетонных балок с предварительно ненапрягаемой и напрягаемой арматурой. Приведен и численно реализован алгоритм метода по расчету статически неопределимых систем. Метод может стать надежным инструментом проектирования железобетонных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шейн А.И. Метод сеточной аппроксимации элементов в задачах строительной механики нелинейных стержневых систем // М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Пенз. гос. ун-т арх. и стр-ва. - Пенза, - 2005. - 248 стр.
2. Шейн А.И. Расчёт стержневых систем на основе уточнённой теории и метода сеточной аппроксимации элементов // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века, №1, 2003, с. 38-39.
3. Шейн А.И. Решение многопараметрической задачи динамики стержневых систем методом сеточной аппроксимации элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2002. №2. С. 27.

4. Шейн А.И., Завьялова О.Б. Расчет монолитных железобетонных каркасов с учетом последовательности возведения, физической нелинейности и ползучести бетона. Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №5. С. 64-69.
5. Zavyalova O.B.1, Shein A.I.2, Application of Grid Approximation Method for the Calculation of Monolithic Reinforced Concrete Frame Taking into Account Construction Sequence and Concrete Creep // International Conference on Advanced Engineering and Technology (ICAET 2014), December 19-21, 2014, Incheon, South Korea. Applied Mechanics and Materials Vols. 752-753, 2015, p. 617-623.
6. Зернов В.В., Зайцев М.Б., Гераськин В.И. Усиление железобетонных перекрытий с сосредоточенными нагрузками нагрузкой [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no1/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/usilenie-zhelezobetonnyh-perekrytii-s-sosredotochennymi-nagruzkami/view>.
7. Зернов В.В., Зайцев М.Б., Азимова Я.А. Способ усиления железобетонной рамы под нагрузкой [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnye-konstrukciizdaniya-i-sooruzheniya/sposob-usileniya-zhelezobetonnoi-ramy-pod-nagruzkoi/view>.
8. Шейн А.И., Подшивалов С.Ф. Особенности крепления железобетонной диафрагмы жесткости к колонне при реконструкции [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no2/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/2.12/view>.
9. Зернов В.В., Зайцев М.Б., Азимова Я.А. Поэтапное усиление строительных конструкций надземной части галереи подачи песка и щебня РБУ [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no3/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/3.24/at_download/file.
10. Шейн А.И., Зернов В.В., Зайцев М.Б. Восстановление работоспособности железобетонных карнизных плит в совмещенных крышах [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no4/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/4.16/at_download/file.
11. Артюшин Д.В., Шумихина В.А., Азимова Я.А. Экспериментальноаналитические исследования монолитных узлов сопряжения железобетонных балок [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no3/stroitelnye-konstrukciizdaniya-i-sooruzheniya/3.15/at_download/file.

Shein Alexander Ivanovich

Penza state university of architecture and construction, Penza, Russia

E-mail: shein-ai@yandex.ru

Method of limited deformation in solving design problems for reinforced concrete structures

Abstract. The article is devoted to solving the problem of selection of the parameters of sections of concrete elements: beams, columns, carcasses. Calculation based on the limit equilibrium theory is extremely easy to use, but the complete disregard for the deformations of the mechanical system makes it difficult to design a practical application. Therefore, the basis for the calculation of these structures is proposed to place restrictions strain criterion specified in the most stressed areas of the cross sections of composite systems of limit values for the compression and tension during bending and eccentric compression. The introduction of appropriate restrictions to determine the conditions of the balance of power in a given section, one of the basic geometrical parameters of this section (height, width, cross-section of the working valves) or the maximum possible load. The method is illustrated by several examples. Results symbolic and numerical solution of the problem of selection of sections and beams Free of tension tendons. The algorithm of solving problems of selection of sections of statically indeterminate systems. The algorithm is illustrated by a numerical example. This approach is proposed to be called the method of limited deformation (MOU). The method can be a reliable tool for the design of reinforced concrete structures. Similarly, it can be solved and the problem of selection of cross-sections (thickness and reinforcement parameters) composite plates.

Keywords: reinforced concrete structures; the deformation limit strain; beams; columns; selection of cross-sections; the calculation method