Кочетков Андрей Викторович
Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Доктор технических наук, профессор
Kochetkov Andrey Viktorovich
Perm national research polytechnical university
Professor
E-Mail: soni.81@mail.ru

Федотов Петр Викторович
ООО «Научно-технический центр технического регулирования»
Инженер
Fedotov Petr Viktorovich
Open Company «Research center of technical regulation»
Engineer
E-Mail: klk50@mail.ru

01.02.01 Теоретическая механика

Некоторые вопросы теории удара

Some questions of the theory of blow

Аннотация: Представлены теоретические обобщения современной теории удара. Проведены сравнительные исследования коэффициента различных материалов в теории удара. Предлагаемая модель упругого тела совершенно правильно предсказывает поведение упругих тел при ударе. Согласно предлагаемой теории коэффициент восстановления характеризует не упругость тел, а их твердость. Коэффициент возвращения меньше у упругой резины и больше всего у твердого стекла.

Abstract: Theoretical generalizations of the modern theory of blow are presented. Comparative researches of coefficient of various materials in the blow theory are conducted. The offered model of an elastic body perfectly predicts behavior of elastic bodies at blow. According to the offered theory the coefficient of restoration characterizes not elasticity of bodies, and their hardness. The return coefficient is less at elastic rubber and most of all at firm glass.

Ключевые слова: Удар; коэффициент возвращения; твердость; упругость.

Keywords: Blow; return coefficient; hardness; elasticity.

***

Введение

Под ударом понимают совокупность явлений, возникающих при столкновении тел и сопровождающихся полным или частичным переходом кинетической энергии в их деформации. Изучать удар начали со времен Леонардо да Винчи; этим занимались Галилей, Ньютон, Гюйгенс, Декарт, Марион, Лейбниц. Они рассматривали процесс динамического взаимодействия двух тел как мгновенный процесс и оценивали лишь конечный результат удара – изменение скоростей тел. Декарт ввел понятие количества движения. Ньютон сформулировал основные законы механики, рассмотрел упругий и неупругий удар, ввел понятие коэффициента восстановления энергии при ударе. Гюйгенс сформулировал закон сохранения импульса при контактном взаимодействии тел.

«Удар есть процесс, при котором в течение очень малого промежутка времени действуют очень большие силы. Промежуток времени часто равен тысячным и даже десятитысячным долям секунды. В теории удара классической механике вводится следующая идеализация этого процесса – совершается предельный переход к бесконечно большим силам, действующим бесконечно малое время (мгновенные силы) и имеющим конечный импульс». [1, с. 546]. Другая цитата. «Удар твёрдых тел, совокупность явлений, возникающих при столкновении движущихся твёрдых тел, а также при некоторых видах взаимодействия твёрдого тела с жидкостью или газом (удар струи о тело, удар тела с поверхностью жидкости, действие взрывной или ударной волны на твёрдое тело и др.). Промежуток времени, в течение которого длится удар, обычно очень мал (на практике ~10^{-4}—10^{-5} с), а развивающиеся на площадках контакта соударяющихся тел силы (т. н. ударные или мгновенные) очень велики. За время удара они изменяются в широких пределах и достигают значений, при которых средние величины давления (напряжений) на площадках контакта имеют порядок 10^4 и даже 10^5 атм. Действие ударных сил приводит к значительному изменению за время удара скоростей точек тела» [2, с. 777].

В теории удара современной теоретической механики приняты следующие постулаты: время действия ударных сил бесконечно мало; за время удара перемещения соударяющихся поверхностей равны нулю; импульс, полученный телом в результате удара, имеет конечную величину; действием не мгновенных сил во время удара можно пренебречь.

Отдается приоритет воззрениям Декарта, Ньютона, Гюйгенса о мгновенности процесса удара. Такой взгляд не может ответить на вопрос, что происходит в процессе удара, лишь отвечает, что произойдет, после того как удар уже закончился. Хотя современная наука и признает, что удар это процесс, обладающий длительностью, но развития эти воззрения не получают. «Процесс соударения двух тел можно разделить на две фазы. Первая начинается с момента соприкосновения точек A к B тел (рис.1), имеющих в этот момент скорость сближения v_{An}-v_{Bn}, где v_{An} и v_{Bn} — проекции скоростей v_A и v_B на общую нормаль n к поверхности тел в точках A и B, называемой «линией удара». К концу первой фазы сближение тел прекращается, а часть их кинетической энергии переходит в потенциальную энергию деформации.

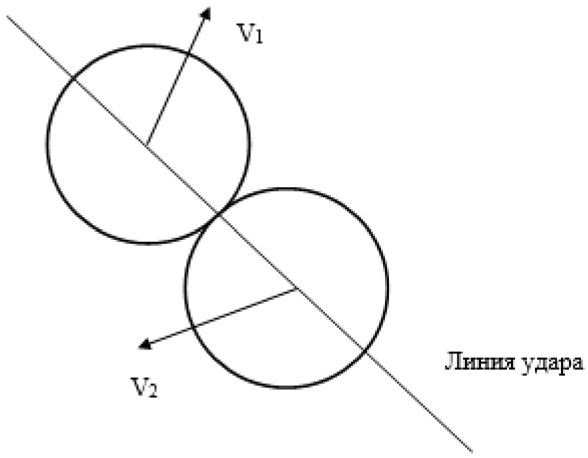


Рис. 1. *Схема удара двух тел*

Во второй фазе происходит обратный переход потенциальной энергии упругой деформации в кинетическую энергию тел; при этом тела начинают расходиться и к концу второй фазы точки A и B будут иметь скорость расхождения V_{An}-V_{Bn}. Для совершенно упругих тел механическая энергия к концу удара восстановилась бы полностью, и было бы $|V_{An}\text{-}V_{Bn}|=|v_{An}\text{-}v_{Bn}|$; наоборот, удар совершенно неупругих тел закончился бы на первой фазе $V_{An}\text{-}V_{Bn}=0$. При ударе реальных тел механическая энергия к концу удара восстанавливается лишь частично вследствие потерь на образование остаточных деформаций, нагревание тел и др.: $|V_{An}\text{-}V_{Bn}|<|v_{An}\text{-}v_{Bn}|$.

Изменение скоростей точек тела за время удара определяется методами общей теории удара, где в качестве меры механического взаимодействия тел при ударе вместо самой ударной силы P вводится её импульс за время удара τ, т. е. величина $S=\int_0^\tau Pdt=P_{\text{ср}}\tau$, называется «ударным импульсом». Ввиду малости τ, импульсами всех неударных сил, таких, как сила тяжести, а также перемещениями точек тела за время удара пренебрегают. Основные уравнения общей теории удара вытекают из теорем об изменении количества движения и кинетического момента системы при ударе. С помощью этих теорем, зная приложенный ударный импульс и скорости в начале ударе, определяют скорости в конце удара [2, с 777]. Если центры масс тел C_1 и C_2 лежат на линии удара, то удар называется центральным; в противном случае – нецентральным. Если скорости v_1 и v_2 центров масс в начале удара направлены параллельно линии удара, то удар называется прямым; в противном случае — косым. При прямом центральном ударе двух гладких тел (шаров) 1 и 2:

$$V_1=v_1-\frac{(1+k)M_2}{M_1+M_2}(v_1-v_2);\quad V_2=v_2+\frac{(1+k)M_2}{M_1+M_2}(v_1-v_2) \tag{1}$$

$$\dot{S}=(1+k)\frac{M_1M_2}{M_1+M_2}(v_1-v_2)\ ;\ \Delta T=\frac{(1-k^2)}{2}\frac{M_1M_2}{M_1+M_2}(v_1-v_2)^2 \tag{2}$$

где ΔT — потерянная за время удара кинетическая энергия системы, M_1 и M_2 — массы шаров, S – ударный импульс.

В предельных случаях при совершенно упругом ударе $k=1$, а при совершенно не упругом $k=0$. Зная скорости в начале и коэффициент k, можно найти скорости в конце удара и действующий в точках соударения ударный импульс S. В частном случае при $k=1$ и $M_1=M_2$ получается $V_1=v_2$ и $V_2=v_1$, т. е. шары одинаковой массы при совершенно упругом ударе обмениваются скоростями; при этом $\Delta T=0$.

Возникает вопрос, почему удар считается мгновенным и насколько правомерно представление удара, как мгновенного акта воздействия ударных сил. Ответы на эти вопросы даются в литературе, например, «Для определения времени удара, ударных сил и вызванных ими в телах напряжений и деформаций необходимо учесть механические свойства материалов тел и изменения этих свойств за время удара, а также характер начальных и граничных условий. Решение проблемы существенно усложняется не только из-за трудностей чисто математического характера, но и ввиду отсутствия достаточных данных о параметрах, определяющих поведение материалов тел при ударных нагрузках, что заставляет делать при расчётах ряд существенных упрощающих предположений [2, с. 777].

Цель данной работы по возможности объединить различные теории удара, основываясь на разных исходных гипотезах. «Наиболее разработана теория удара совершенно упругих тел, в которой предполагается, что тела за время удара подчиняются законам упругого деформирования и в них не появляется остаточных деформаций. Деформация, возникшая в месте контакта, распространяется в таком теле в виде упругих волн со скоростью, зависящей от физических свойств материала. Если время прохождения этих волн через всё тело много меньше времени удара, то влиянием упругих колебаний можно пренебречь и считать характер контактных взаимодействий при ударе таким же, как в статическом состоянии. На этом основывается контактная теория удара Г.Герца. Если же время прохождения упругих волн через тело сравнимо со временем удара, то для расчётов пользуются волновой теорией удара» [2]. Неявно проводится гипотеза, что деформация, придя в определенную точку упругого тела, остается там. Упругая волна имеет передний фронт, но не имеет заднего фронта и распространяется не как волна, которая набегает и проходит дальше, оставив возможные разрушения, а как наводнение, которое затапливает всерьез и надолго. «Однако теория Герца применима лишь, когда продолжительность удара значительно превышает время прохождения упругих волн в прямом и обратном направлениях через соударяющиеся тела» [3, с. 7]. Создается впечатление, что чем выше скорость упругих волн, тем меньше влияние локальных эффектов, т.к. при этом теория Герца уже не работает. Непонятно, почему при одинаковой скорости и силе удара сталь в основном разрушается в зоне контакта, а стекло по всему телу образца. Было бы понятно, если бы скорость звука (упругих волн) стали была намного ниже, чем скорость звука в стекле, но это не так. Скорость звука стали – 5030 м/с, а в стекле – 4550 …3490 м/с [4, с. 86]. Получается, что в стекле теория Герца более применима, чем в стали, а на практике наоборот.

В литературе упоминается теория Герца, причем утверждается, что Г. Герц развил новую теорию удара, не совпадающую с классической теорией, развитой Ньютоном, Гюйгенсом и Лейбницем. Например, в [3, с. 7] написано: «В противоположность классической теории теория Герца основана на предположении доминирующего значения локальных эффектов, возникающих в зоне касания соударяющихся тел. Приняв допущение, что зависимость между местным упругим перемещением и контактным усилием при ударе имеет такой же вид, как в статике, пренебрегая силами инерции и считая тела абсолютно твердыми, он впервые раскрыл закономерности упругого удара».

Однако, это совершенно не так. Г. Герц в своих работах [5, с. 275] решал задачу определения уравнений движения системы тел после удара, если известны уравнения движения тел до удара. Уравнения движения он брал в виде обычных уравнений динамики абсолютно твердых тел (механика Ньютона–Лагранжа), а удар Герц определял как мгновенное изменение скоростей тел на конечную величину. Герц не рассматривал деформации тел в процессе удара, считая соударяющиеся тела абсолютно твердыми. Новой теории удара Герц не разрабатывал, а пользовался классической теорией удара. Г. Герц ввел в теорию удара понятие энергии и работы удара и обоснование перехода кинетической энергии в потенциальную в самый момент удара, хотя при этом он не упоминал термин «потенциальная энергия». Он объяснял ситуацию с энергией введением третьей скрытой системы, к двум соударяющимся. «Примечание. Особые отношения, которые необходимы для определения движения при соударении и которые не вытекают из общих законов механики, определяются особенностями третьей скрытой системы, осуществляющей кратковременное соединение между двумя соударяющимися системами.

Именно эта скрытая система воспринимает энергию, которую теряют соударяющиеся системы и которая является источником энергии, приобретаемой системами после соударения». [5, с. 291]. Хотя теория носит имя Генриха Герца, идея о преимущественном влиянии локальных напряжений при ударе и статических напряжениях в остальном теле образца принадлежит Сен-Венану, принцип которого рассматривается далее в рамках волновой теории. Волновая теория удара начала развиваться благодаря работам Бусинеску и Сен-Венана. Бусинеску впервые была рассмотрена теоретическая задача о поперечном ударе двух твердых тел в предположении, что полный период удара определяется временем, необходимым для прохождения через тело и возвращения обратно волны упругого сжатия.

Теория Бусинеску не учитывает пластические деформации при ударе, а предназначена только для упругого удара.

В 1855 г. Сен-Венан сформулировал принцип в рамках теории упругости, согласно которому, если усилия, действующие на небольшую часть поверхности упругого тела заменить другой статически эквивалентной системой усилий (имеющей ту же равнодействующую и главный момент), действующую на ту же часть поверхности тела, то изменения в напряженном состоянии произойдет только в непосредственной близости от места контакта. Этот принцип позволяет заменять одни граничные условия (действующие силы) на другие (удобные для статических расчетов). Это называется метод смягчения граничных условий. Принцип Сен-Венана вытекает из общего свойства решения задач теории упругости. Если в какой-то малой по сравнению с размерами всего тела части А приложена статически уравновешенная система сил, то она вызывает напряжения, быстро убывающие по мере удаления от А [6, с. 349].

Существует эмпирический критерий применимости формул классической механики и волновой теории: $\beta = \frac{t_y}{T}$, где t_y – время удара; T – период собственных колебаний при ударе; $T = 2l\sqrt{\frac{v}{E}}$, здесь l – длина образца; v – скорость распространения упругих волн напряжения; E – модуль Юнга. При $\beta > 3...5$ для расчета применяют формулы классической механики, при $\beta < 3...5$ – формулы волновой теории. Принцип решения уравнений волновой теории удара основывается на решении задачи колебаний упругого стержня, после того как свободный конец стержня получил мгновенно импульс конечной величины.

Рассмотрим тело после возбуждения упругих волн, например, посредством удара по одному из концов, в данном случае при рассмотрении процессов надо учитывать, что внешние силы, воздействующие на тело равны нулю, т.к. они воздействовали в прошлом и после возбуждения упругих колебаний прекратили свое воздействие, т.е. $F = ma = 0$. По первому закону Ньютона тело либо движется равномерно прямолинейно, либо покоится на месте.

Предположим, что тело неподвижно в какой-то системе координат. В курсе динамики системы материальных точек доказывается теорема о движении центра масс, согласно которой если на систему материальных точек не действуют внешние силы, то центр масс, либо неподвижен, либо движется прямолинейно равномерно. Надо принять, что в случае возбуждения волн сжатия в упругом теле его центр масс неподвижен. Значит, в случае граничных условий обоих свободных концов колебаться будет не центр масс, а геометрический центр тела (рис.2). Подобная ситуация проиллюстрирована на рис. 2.

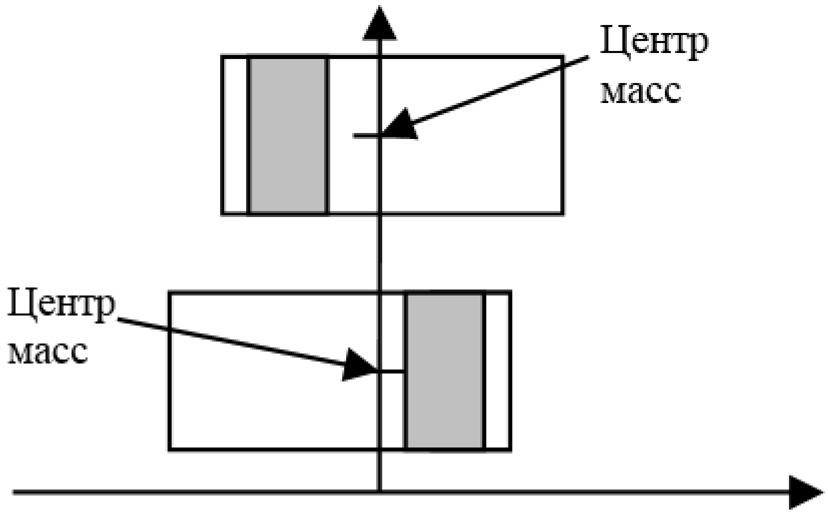


***Рис. 2.** Колебания геометрического центра тела*

На рис. 2 заштрихована область повышенной плотности при прохождении волны упругого сжатия. Пользуясь свойствами инерциальных систем отсчета легко перейти к подвижной системе координат и рассмотреть случай, когда центр масс движется со скоростью v.

В общем случае, когда тело после удара движется равномерно и прямолинейно, центр масс будет двигаться прямолинейно равномерно, а геометрический центр тела будет двигаться волнообразно, то, обгоняя центр масс, то, отставая от него.

На практике происходит интересный эффект. Нельзя определить положение центра масс движущегося тела, а только его геометрические форму и центр, будет казаться, что нарушается первый закон Ньютона. При полном отсутствии внешних сил тело движется прямолинейно, но неравномерно. Первый закон Ньютона не нарушается, потому, что он относится к движению центра масс тела, а не к его геометрической фигуре.

Упругие деформации при ударе обычно не учитываются, считая, что достаточно назвать тело абсолютно упругим, чтобы все упругие деформации (потенциальные) переходили во внешнюю кинетическую энергию и обратно. «В расчетах по теории удара пренебрегают импульсами неударных сил. В процессе удара не учитывают также деформации твердых тел, полагая, что перемещения точек в зоне удара незначительны. Перемещения точек в зоне деформации имеют такой же порядок малости, как и время удара, т.к. $\Delta l = V_{ср}\tau$, где $V_{ср}$ – средняя скорость за время удара»[7, с. 9].

На практике легко убедиться, что существование упругих деформаций тел при ударе приводит к некоторым эффектам, которые необъяснимы, если эти деформации не учитывать. Возьмем шарик на невесомой нерастяжимой нити (математический маятник) и возбудим колебания двумя способами: в первом случае, оттянем шарик на малый угол и отпустим; во втором – однократно ударим по шарику, неподвижно висящему в точке равновесия.

В обоих случаях шарик будет гармонически колебаться с определенной амплитудой и частотой. Можно подобрать такие начальные условия, например силу удара, чтобы гармонические колебания после удара совершались с той же частотой и амплитудой, что и в первом случае. В первом случае, мы сообщаем маятнику потенциальную энергию оттягивая шарик на угол φ. Потенциальная энергия после отпускания шарика переходит в кинетическую, максимум которой наблюдается в точке равновесия, когда потенциальная энергия полностью переходит в кинетическую, продолжая движение по инерции, шарик отклоняется на угол и т.о. кинетическая энергия переходит в потенциальную и т.д. Во втором

Главный редактор - д.э.н., профессор К.А. Кирсанов
тел. для справок: +7 (925) 853-04-57 (с 11^{00} – до 18^{00})
Опубликовать статью в журнале - http://publ.naukovedenie.ru

случае, мы сообщаем в точке равновесия кинетическую энергию (ударом). Получив начальную скорость, шарик начинает отклоняться от положения равновесия, и кинетическая энергия переходит в потенциальную, максимум которой наблюдается при максимальном отклонении шарика на угол φ, когда кинетическая энергия полностью переходит в потенциальную. Далее все происходит по вышеуказанному сценарию.

Простой эксперимент убеждает, что процессы принципиально различаются. Воспользуемся публикацией в Интернете [8]:

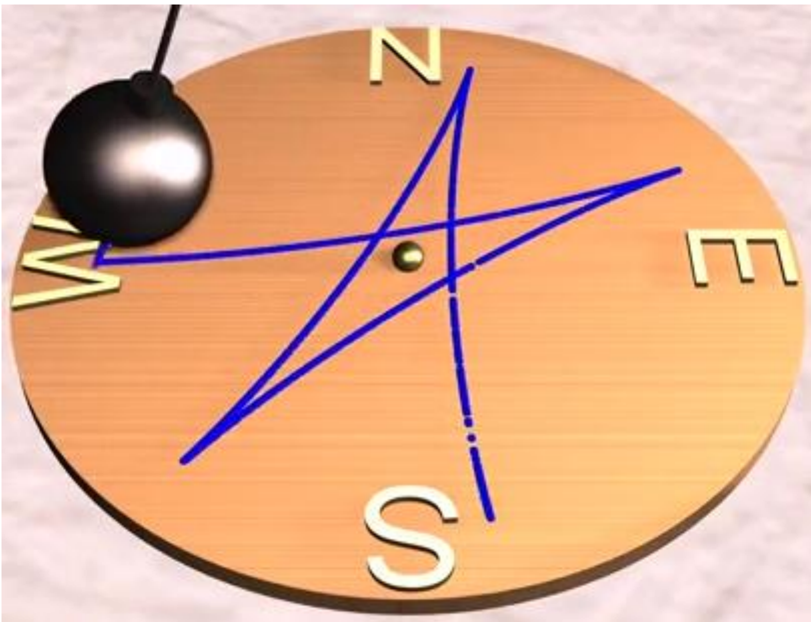


Рис. 3. *траекторию маятника в случае, если он был отклонён в крайнее положение и затем отпущен*

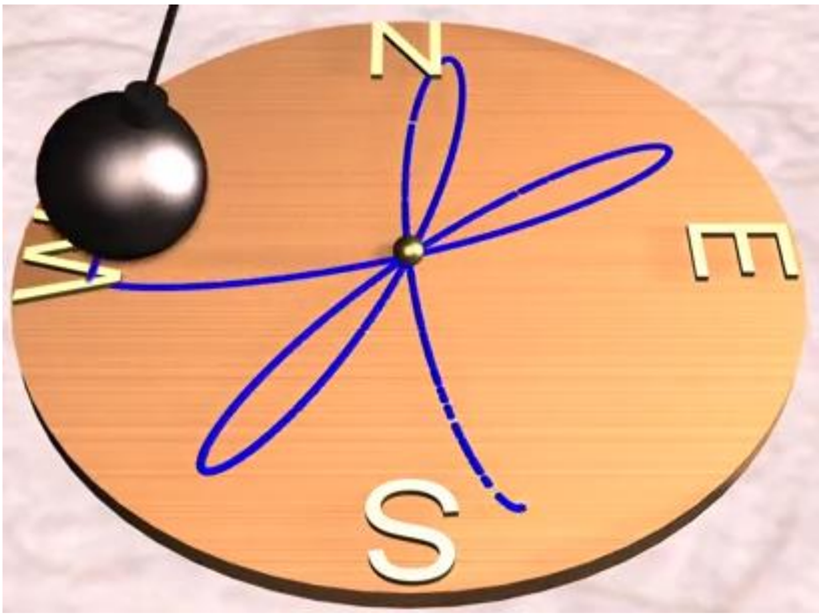


Рис. 4. *Несколько иной характер траектории получится, если маятник приводится в движение коротким толчком из положения равновесия*

Необходимо обратить внимание на поведение маятника в крайних положениях. В первом случае концы кривой острые, т.е. маятник начинает попятное движение сразу, как только достигает крайнее положение. Во втором случае кривая больше напоминает розетку с округленными вершинами. Маятник зависает в крайних положениях, и Земля успевает повернуться на некоторый угол, отсюда и округления вершин кривой. Подобное поведение при ударе объясняется просто: при ударе, кроме внешнего качания маятника наблюдается еще одно колебание: волны упругой деформации, смещающие геометрический центр маятника. Суперпозиция двух колебаний и дает эффект зависания в крайних точках.

Классическая и волновая теории удара в результате приводят к одинаковым выводам и решения представленные в обеих теориях идентичны. В общей теории удара, все сложнее. В ней классическая и волновая теории дают правильные предсказания, но при этом существуют экспериментальные области, в которых применение той или иной теории предпочтительнее.

Можно сравнить, что отличий двух теорий всего два. В классической теории вводится коэффициент возвращения, как коэффициент потери импульса при ударе, в волновой теории аналогичных потерь не предусматривается. В волновой теории существуют упругие волны сжатия, которых нет в классической теории. У обеих теорий много общего. Так, время удара считается бесконечно малым, а действием не мгновенных сил пренебрегают в обеих теориях.

Первый вопрос, который мы попытаемся осветить, это скорость механических деформаций, как отражение времени удара.

Скорость механических деформаций при ударе

Согласно волновой теории удара скорость распространения упругих деформаций в теле зависит от механических свойств материала и равна скорости звука в материале. Но, этому постулату явно противоречат экспериментальные данные по разрушению при ударе. «При скоростях соударения, превышающих критические, наблюдается разрушение тел в месте удара. Критические скорости для металлов имеют порядок 15 м/с (медь) — 150 м/с и более (высококачеств. стали)» [2]. Деформации и разрушения наступают вследствие того, что нагрузки превышают критические напряжения деформации (разрушения).

При ударе, деформации и разрушения наступают при объемных нагрузках меньше статических, вследствие, того, что нагрузки не перераспределяются на весь объем тела из-за конечности скорости передачи механических деформаций. Принято считать, что деформации распространяются в материале со скоростью звука. [4, с. 86] Сравним данные, в таблице 1 приведены скорость звука и скорость разрушения в различных материалах.

Таблица 1

Сравнение критических скоростей разрушения и скорости звука

Скорость звука:	Критическая скорость разрушения
Медь В стержне – 3710 м/с, Продольная – 4700 м/с, Поперечная – 2260 м/с	15 м/с
Сталь В стержне – 5050 м/с Продольная – 6100 м/с Поперечная – нет данных	150 м/с и более (высококачеств. стали)

Сравнительные данные показывают, что разрушения материала при ударе наступают при скоростях намного ниже скорости звука в данном материале. Постулат, что скорость упругой деформации равен скорости звука в материале, не выдерживает критики. В действительности она (скорость деформации) намного (в 20 – 400 раз) меньше скорости звука в материале. Это происходит из-за зернистого строения материалов. Металлы, как известно, имеют зернистое, поликристаллическое строение. Образец представляет собой мельчайшие гранулы кристаллов (зерна) связанных между собой твердым раствором. Так, скорость звука из справочников – это скорость звука в кристаллах. А разрушение идет по межкристаллическому пространству, в котором скорости звука и, соответственно, скорости деформации намного ниже. Исходя из этого, следует сказать, что, не зная точно строение образца невозможно исходя, только из скорости звука в материале, указать точно характерные скорости разрушения образца. Именно поэтому на практике пользуются эмпирическими данными по разрушению.

Коэффициент восстановления

При частично упругом ударе импульс системы соударяющихся тел после удара меньше чем был до удара. «Следствиями удара могут быть также остаточные деформации, звуковые колебания, нагревание тел, изменение механических свойств их материалов (в частности, их упрочнение), полиморфные и хим. превращения и др.» [2]. Для учёта этих потерь вводится т. н. коэффициент восстановления *k*, который считается зависящим только от физических свойств материалов тел:

$$k=|V_{An}-V_{Bn}|/|v_{An}-v_{Bn}|=-(V_{An}-V_{Bn})/(v_{An}-v_{Bn}).$$

В случае удара по неподвижному телу $V_{Bn}=v_{Bn}=0$ *и* $k=-V_{An}/v_{An}$. Значение *k* определяется экспериментально, например измерением высоты h, на которую отскакивает шарик, свободно падающий на горизонтальную плиту из того же материала, что и шарик, с высоты *H;* в этом случае $k=\sqrt{(h/H)}$.

Коэффициент восстановления – в теории удара, величина, зависящая от физических свойств соударяющихся тел и определяющая, какая доля начальной относительной скорости этих тел восстанавливается к концу удара. Коэффициент характеризует потери механической энергии соударяющихся тел вследствие появления в них остаточных деформаций и их нагревания [2]. Вопрос. Каким образом энергия движения переходит в тепло? Проведем простой и хорошо всем известный опыт: отскок упругого шарика от пола. Исходные данные: материал – резина, масса – 0,1 кг. Рассмотрим данные приведенные в таблице 2.

Таблица 2

Результаты отскока упругого шарика от пола

Высота сброса	1 м	*k*	75 см	*k*	50 см	*k*	25 см	*k*
1 отскок	42 см	0,42	30 см	0,4	30 см	0,6	20 см	0,8
2 отскок	25 см	0,6	18 см	0,6	25 см	0,83	18 см	0,9
3 отскок	18 см	0,72	10 см	0,55	20 см	0,8	10 см	0,55

Первое, что бросается в глаза это то, что коэффициент восстановления величина не постоянная. При втором и следующих отскоках коэффициент восстановления увеличивается против значения при первом отскоке. Получается, что шарик аккумулирует энергию, которая при последующих отскоках превращается в кинетическую энергию движения. Коэффициент увеличивается при увеличении высоты сброса. Так как при увеличении высоты сброса увеличивается скорость по формуле $v=\sqrt{mgh}$, то можно говорить, что коэффициент восстановления пропорционален скорости деформации.

Полученные данные хорошо укладываются в справочные данные, «Модуль упругости резины различных типов при малых деформациях составляет 1–10 МПа, что на 4–5 порядков ниже, чем для стали; коэффициент Пуассона близок к 0,5. Упругие свойства резины не линейны и носят резко выраженный релаксационный характер: зависят от режима нагружения, величины, времени, скорости (или частоты), повторности деформации и температуры». [9, с. 225] Для резины остаточная деформация равна нулю. Именно из резины делают мячи для спорта. Поэтому, первый возможный источник убыли упругой деформации исключается. Переход кинетической энергии в тепло часто реализуется на практике, но вот обратный переход не наблюдался никогда, кроме специальных тепловых машин. Это означает, что введенный априори коэффициент восстановления для упругих тел (резины) не удовлетворяет фактам. Тем более что коэффициент восстановления вводится как постоянный коэффициент, зависящий только от свойств материала, а не от условий проведения эксперимента по его определению.

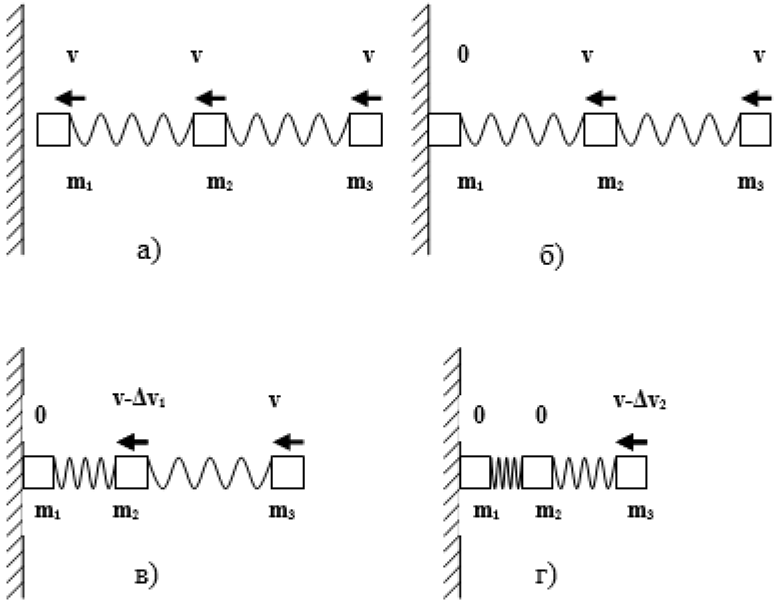
Контактная теория удара не может удовлетворять запросам построения непротиворечивой теории удара, потому, что в ней принимается, что время прохождения этих волн через всё тело много меньше времени удара, значит влиянием упругих колебаний можно пренебречь и считать характер контактных взаимодействий при ударе таким же, как в статическом состоянии. В подобной теории не понятно, куда девается часть кинетической энергии при ударе, если не учитываются упругие колебания.

Значит единственный путь - это прямой переход потенциальной энергии деформации в тепло, но тогда, почему тело упруго восстанавливает свою форму. Теряется только часть поступательной кинетической энергии тела, но не потенциальная энергия деформации. Не понятно, что такое коэффициент возвращения, если для упругих материалов, как резина, он меньше чем, для материалов, которые не подходят под определение «упругие».

Такие как, закаленная сталь, стекло и т.д. С другой стороны, приравнивая скорость упругих деформаций скорости звука невозможно объяснить, почему критическая скорость деформации (скорость при которой наблюдается неупругое разрушение образца) намного (в десятки и сотни раз ниже скорости звука)? Отсюда следует необходимость новой теории удара, основанной на новой модели упругого тела и модели контактного взаимодействия при ударе.

Модель упругого тела

Стоит принять, что при малых скоростях упругое тело ведет себя как при статическом упругом нагружении. Все законы упругого статического взаимодействия считаются действующими при малых скоростях взаимодействия. В упругом теле всегда наблюдаются упругие волны. Даже при малых скоростях взаимодействия. Импульс силы, приложенный на одном конце тела, передается на другой конец не мгновенно, а с какой-то скоростью деформации. В отличие от волновой теории удара будем считать, что скорость деформации не равна скорости звука в материале, а какой-то другой величине, которая намного ниже скорости звука и подлежит рассмотрению. Для определения скорости деформации рассмотрим модель удара упругого тела о неподвижную абсолютно жесткую стену. Модель упругого тела представим как отдельные материальные ячейки, имеющие массу и ограниченные, хотя и весьма малые размеры, соединенные невесомыми пружинками рис.5.



а) до удара; б), в), г) упругая деформация в момент удара;

Рис. 5. *Модель упруго тела*

На рис. 3а видно, что до момента удара три массы составляющих тело m_1, m_2 и m_3 движутся с одинаковой скоростью *v*. В начале удара, когда первая масса m_1 соприкасается с неподвижной стенкой, она останавливается. Вторая и третья массы продолжают движение по инерции. Пружина, соединяющая точки тела m_1 и m_2, деформируется со скоростью v движения второй материальной точки. При этом пружина, соединяющая m_2 и m_3, остается недеформированной. Поэтому, первый постулат формулируется следующим образом: 1) скорость деформации упругого тела при ударе не может быть выше скорости, с которой тело налетает на препятствие. В противном случае, трудно поверить, что при соприкосновении первой точки тела m_1 со стенкой, вторая и третья точки начинают двигаться со скоростью звука.

Теперь рассмотрим вопрос о степени деформации, т.е., до какой степени деформируется тело при ударном воздействии. В современной теории упругости негласно принято считать, что упругое тело бесконечно упруго. Деформации тела могут быть сколь угодно велики. Нигде в литературе по теории упругого удара не указано, что существует предел упругих деформаций. Но, для любого, даже самого эластичного и упругого тела существует предел упругости, выше которого наступает разрушение тела.

Рассмотрим рис. 3б, на нем показан момент начала удара, когда первая точка уже соприкоснулась со стенкой, но пружина еще не сжата. Следующий этап деформации тела при ударе показан на рис. 3в. В этот момент первая пружина полностью сжата и больше не может упруго реагировать на продолжающееся воздействие. Наступает период хрупкого разрушения тела в месте максимума деформации, т.е. в месте контакта.

Второй постулат формулируется так:

2) Существует предел деформации тела, до которого тело ведет себя вполне упруго, а выше которого наступает пластические деформации или хрупкое разрушение. Рассмотрим упругую деформацию тела, при условии, что упругие деформации не превышают предела упругости. При рассмотрении скорости деформации мы считали, что скорость деформации равна скорости при ударе. Это происходит только до тех пор, пока вторая точка движется со скоростью удара по инерции. Как только пружина начинает деформироваться, то она

воздействует на вторую точку тела с силой упругости, которая противодействует смещению точки m_2, под действием инерции движения. После того, как вся кинетическая энергия точки m_2 перейдет в потенциальную энергию упругой пружины, точка m_2 остановится. Но движение тела не прекратиться, из-за того, что остановилась какая-то часть тела. Так на рис. 3г показано, что в момент, когда остановились точки m_1 и m_2, точка m_3 продолжает двигаться и остановиться она только тогда когда её кинетическая энергия полностью перейдет в потенциальную энергию сжатия и т.д. Отсюда постулат 3:

3) Деформация тела при ударе наступает не сразу во всем теле, а постепенно по мере достижения предела деформации элементарных упругих элементов составляющих тело.

4) Общая деформация упругого тела при ударе оказывается такая же, как при статическом нагружении. Величина деформации определяется из обобщенного закона Гука, при условии, что вся кинетическая энергия налетающего тела переходит в упругую энергию сжатия.

Жесткое тело отличается от мягкого (согласно предложенной модели) жесткостью связей. Поэтому, при одной и той же первоначальной кинетической энергии мягкое тело деформируется в большем объеме, а жесткое меньше, т.к. пружина большей жесткости при одинаковой величине деформации запасает больше потенциальной энергии. А значит, для более жесткого тела возможен вариант, когда деформируется только первый слой атомов, а в мягком теле при тех же условиях деформируются и более глубокие слои.

Остался вопрос о звуковых возмущениях при ударе. Какую роль играют звуковые колебания в процессе ударной деформации упругого тела. Звуковые колебания в упругом теле возникают в момент соприкосновения соударяющихся тел. Возмущения от звуковых колебаний распространяются в теле со скоростью звука, практически намного выше скорости ударных упругих колебаний. Так как скорость звуковых колебаний намного выше обычной скорости тел при ударе, к звуковым колебаниям полностью можно применить постулаты волновой теории удара. Нужно помнить, что звуковые деформации являются не единственным, а вспомогательным процессом при упругом деформировании.

5) При ударе наблюдается два вида деформации сжатия – это упругие деформации со скоростью удара и «звуковые» деформации со скоростью звука. В упругом теле развиваются два вида деформации, это можно установить, если рассмотреть процесс разрушения материала при критических скоростях. Для этого рассчитаем напряжения в образце развиваемых при ударе с критической скоростью. Потенциальная энергия сжатия равна $\Pi = F_У * \Delta l$, где $F_У$ – сила упругости; Δl – деформация. С другой стороны, потенциальная энергия сжатия равна кинетической энергии с которой образец налетает на стенку: $\Pi = \dfrac{mv^2}{2}$, где m – масса образца, кг; v – скорость удара. Силу упругости определим из обобщенного закона Гука $F_У = ES\dfrac{\Delta l}{l}$, где E – модуль Юнга; S – площадь образца; l – длина образца.

Преобразуя $\Pi = F_У * \Delta l = \dfrac{mv^2}{2}$, получим: $\dfrac{mv^2}{2} = ES\dfrac{\Delta l}{l} * \Delta l = ES\dfrac{(\Delta l)^2}{l}$, далее $m = \rho\, S\, l$ здесь m – масса; ρ – плотность материала образца; S – площадь образца; l – длина образца.

Получим $\dfrac{\rho\, S\, l\, v^2}{2} = ES\dfrac{(\Delta l)^2}{l}$. Из полученного уравнения вычислим деформацию образца Δl :

$$\Delta l = \sqrt{\frac{\rho\, l^2\, v^2}{2ES}} = l\, v\sqrt{\frac{\rho}{2E}} \ .$$

Так как потенциальная энергия сжатия равна работе произведенной силой упругости на длине *Δl*, то разделив потенциальную энергию на *Δl*, получим значение силы упругости действующей на образец. Так как потенциальная энергия равна кинетической:

$$F_У = \frac{П}{\Delta l} = \frac{mv^2}{2\,\Delta l} = \frac{\rho\, S\, l\, v^2}{2\, l\, v}\sqrt{\frac{2E}{\rho}} = S\, v\sqrt{\frac{E\rho}{2}} \ .$$

Напряжение в образце равно отношению силы давления на площадь, получим формулу упругих напряжений в образце при ударе со скоростью *v:* $\sigma = \frac{F_У}{S} = v\sqrt{\frac{E\rho}{2}}$, здесь σ – напряжения в образце при ударе; *v* – скорость при ударе; *E* – модуль Юнга; ρ – плотность материала образца. Из справочников [4, с. 38] для сталей Е ≈ $20{*}10^{10}$ Н/м², ρ ≈ $7{,}8{*}10^3$ кг/м³. Подставив эти значения, а также значение критической скорости при ударе v = 150 м/с [2].

$$\sigma = v\sqrt{\frac{E\rho}{2}} = 150{*}\sqrt{\frac{20{*}10^{10}{*}7{,}8{*}10^3}{2}} \approx 420{*}10^7\ Па\ .$$

Напряжения разрушения для качественных закаленных сталей [4] $\sigma_{вр}$ ≈ (120…150)$*10^7$ Н/м². Это в три раза ниже полученных значений, необходимо учитывать два момента. Напряжения разрушения в литературе приводятся для условий растяжения, а при ударе в основном реализуется напряжение сжатия, которое металлов и сплавов примерно в два–три раза выше, чем напряжение разрушения при растяжении. При расчетах не учитывались «звуковые» деформации, а из практики известно, что при ударе по металлу возбуждаются сильные звуковые колебания, которые отбирают энергию удара, уменьшая тем самым напряжения упругих деформаций. Порядок величин полученных расчетным путем совпадают с экспериментами. Проведем расчет для меди. Из справочников [4, с. 38] для сталей *E* ≈ $11{,}2{*}10^{10}$ Н/м², *ρ* ≈ $8{,}3{*}10^3$ кг/м³. Используем эти значения, а также значение критической скорости при ударе *v* = 15 м/с [2]:

$$\sigma = v\sqrt{\frac{E\rho}{2}} = 15{*}\sqrt{\frac{11{,}2{*}10^{10}{*}8{,}3{*}10^3}{2}} \approx 102{*}10^7\ Па\,.$$

Напряжения разрушения для меди [4] $\sigma_{вр}$ ≈ (20 … 25)$*10^7$ Н/м². Порядок расчетных величин совпадает с экспериментами, хотя уже расчетные значения в четыре - пять раз выше экспериментальных. Но медь лучше звенит: звуковые колебания при ударе о медь намного интенсивнее, чем при ударе о сталь. Не зря колокола отливают из медных сплавов, а не из железных. При ударе медного образца отбор энергии удара на звуковые колебания выше, а значит и напряжения упругих деформаций ниже, чем при ударе железного образца при той же скорости. Исходя из общих представлений о процессе удара, он состоит из двух фаз: сжатия и растяжения (восстановления формы).

Динамика упругого тела. Рассмотрим динамику упругого тела. Как бы ни была мала сила, движущая подобное тело она обязательно сожмет тело благодаря его упругости. Упругое тело не только движется поступательно под действием внешней силы, но и сжимается под действием той, же силы. Если сила действует непрерывно, то в принципе это не важно, т.к. единожды сжавшись, упругое тело в дальнейшем движется под действием внешней силы, так же как и недеформируемое тело. Другое дело, если внешняя сила действует кратковременно. Пока сила действует, она ускоряет тело и сжимает его. После того, как внешняя сила прекращает действовать центр масс тела продолжает движение по инерции, так же как и несжимаемое тело, но при этом еще в нем возбуждаются и свободные колебания с собственной частотой, зависящей только от физических свойств самого тела.

Главный редактор - д.э.н., профессор К.А. Кирсанов
тел. для справок: +7 (925) 853-04-57 (с 11^{00} – до 18^{00})
Опубликовать статью в журнале - http://publ.naukovedenie.ru

В этом принципиальное отличие упругих и абсолютно твердых тел. На возбуждение собственных колебаний затрачивается энергия, которая берется из энергии, затраченной на разгон тела. Под действием внешнего импульса упругое тело всегда получает меньшую скорость, чем это было бы возможно, если бы тело было не упругим, а абсолютно жестким.

Исторически сложилось, что коэффициент потерь скорости при ударе называется коэффициентом возвращения k. А тело, для которого k=1, называется абсолютно упругим. Это принципиальная ошибка, т.к. показано, что для упругих тел k не может равняться 1, из-за потерь на собственные колебания. На самом деле, коэффициент возвращения характеризует жесткость (деформируемость) тела.

Напомним данные по коэффициентам возвращения для различных материалов. «По данным опытов, при соударении тел из дерева k ≈ 0,5, из стали - 0,55, из слоновой кости - 0,89, из стекла - 0,94» [2]. Для резины на основе различных каучуков справочные данные следующие: «Натуральная и изопреновые 0,35–0,75, бутадиеновые 0,44–0,58, уретановые 0,2–0,55» [9, с 441]. Приведенные данные выглядят не логично. Совершенно упругие материалы как резины имеют согласно современной терминологии весьма посредственные упругие свойства. Неупругие материалы, как сталь, дерево, слоновая кость – напротив, имеют высокие упругие свойства. Совсем удивительны свойства стекла, материала, который ну ни как не может быть назван упругим, те не менее имеет наивысший балл упругости по коэффициенту возращения (удар стекла по стеклу самый упругий по современной теории).

Все вышесказанное приводит к выводу, что коэффициент возвращения характеризует не упругие свойства, как это принято в современной литературе, а твердость. Чем материал тверже, тем меньше он деформируется в момент удара, а значит меньше диссипативные потери на деформацию, как результат меньше потерь при ударе (выше коэффициент возвращения). Звуковые же колебания играют второстепенную роль и забирают существенно меньше энергии, чем упруго-пластичные деформации. Поэтому, хотя в меди и стали звук при ударе сильнее, чем в резине, коэффициент возвращения у меди и стали выше чем у резины.

Заключение

Предлагаемая модель упругого тела вполне содержательно предсказывает поведение упругих тел при ударе. Согласно предлагаемой теории коэффициент восстановления характеризует не упругость, а твердость. Коэффициент возвращения меньше у упругой резины и больше всего у твердого стекла. Можно предположить, что максимально возможный для реальных тел коэффициент возвращения будет у алмаза – самого твердого вещества.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2. – М.: Наука. 1966. – 664 с.
2. Физический энциклопедический словарь / Под гл. ред. А.М. Прохорова. - М. : Большая российская энциклопедия, 1995. - 928 с.
3. Виноградов В.Н., Сорокин Г.М., Албагачиев А.Ю. Изнашивание при ударе. – М.: Машиностроение.1982. – 193 с.
4. Таблицы физических величин / под ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат. 1976. – 1007 с.
5. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. – М.: АН СССР. 1959. — 387 с.
6. Седов Л.И. Механика сплошной среды – том 2. М.: Наука. 1970 г. – 568 с.
7. Тарасов В.Н., Бояркин Г.Н. Теория удара в теоретической механике и ее приложение в строительстве.
8. Интернет-ресурс http://physics.nad.ru/Physics/Cyrillic/mech.htm.
9. Химическая энциклопедия // в 5 т. том 4 – М.: Большая Российская Энциклопедия. 1995. – 640 с.

Рецензент: Захаров Олег Владимирович, профессор, доктор технических наук, эксперт Поволжского отделения Российской академии транспорта.