

УДК 534.222:629.127.4

Нагаева Марина Витальевна

Военный учебно-научный центр Военно-Морского флота «Военно-морская академия
имени Адмирала Флота Советского Союза Н.Г. Кузнецова»
филиал Владивосток
Россия, Владивосток¹
Преподаватель кафедры физики (и общетехнических дисциплин)
E-Mail: marinchik_nag_67@mail.ru

Стародубцев Павел Анатольевич

Военный учебно-научный центр Военно-Морского флота «Военно-морская академия
имени Адмирала Флота Советского Союза Н.Г. Кузнецова»
филиал Владивосток
Россия, Владивосток
Заведующий кафедрой Физики (и ОТД)
Доктор технических наук, профессор
E-Mail: spa1958@mail.ru

Алифанов Роман Николаевич

ФГБОУ ВПО «Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет»
Россия, Владивосток
Кандидат технических наук, доцент
E-Mail: gidra_518@mail.ru

**Новое в вопросах исследования движения
шарнирного механизма с двумя степенями свободы**

¹ 690087, Владивосток Ул. Луговая 52В - 501

Аннотация. Формирование любого механизма, соединение отдельных его частей в единую систему, сопровождается наложением определенных связей. Правильное алгоритмическое и технологическое их распределение в строении механизма в сильной степени предопределяет его надежную эксплуатацию. Поэтому создание новых образцов техники с улучшенными параметрами в кратчайшие сроки и с минимальными затратами возможно только при условии автоматизации проектирования машин. Процедура структурирования схем и исследования кинематики рычажных механизмов, лежащих в основе большинства механических систем, сложна и трудоёмка. Обобщённые структурные модули позволяют автоматизировать и многократно ускорить процесс создания схем рычажных механизмов и их исследование на начальном этапе проектирования. В статье представлены математические модели для определения кинематических характеристик шарнирного механизма с двумя степенями свободы, на основе которых разработаны алгоритмы для расширения функций системы MS&KL - Modeling of the schemes kinematics of linkages (Моделирование схем и исследование кинематики рычажных механизмов). Компьютерное моделирование схем механизмов в системе MS&KL позволяет выполнять исследования механизмов любой степени сложности с любой необходимой степенью точности, выводить на экран визуализацию схемы механизма, получать таблицы и графики движения, анализировать полученные результаты, оценить влияние конструкции механизма на их кинематические характеристики.

Ключевые слова: схема; механизмы; структурирование; исследование кинематики; обобщённый структурный модуль; степени свободы; визуализация; автоматизация проектирования.

Идентификационный номер статьи в журнале 111TVN414

Введение

В составе машинных агрегатов в качестве рабочих органов применяются различные механизмы с несколькими степенями свободы. При этом, кинематическая схема механизма является «скелетом» реальной конструкции любой машины.

Строением механизма определяются такие его важнейшие характеристики, как виды осуществляемых движений, способы их преобразования и число степеней свободы. Формирование механизма, т.е. соединение отдельных его частей в единую систему, сопровождается наложением связей. Правильное их распределение в строении механизма в сильной степени предопределяет его надежную эксплуатацию. При исследовании существующих механизмов возникает необходимость в определении его кинематических параметров его точек и звеньев: положения, скорости, ускорения, зависящих от закона движения входных звеньев. При проектировании новых механизмов требуется получение заданных кинематических параметров, особенно для выходных (рабочих) звеньев.

На начальном этапе исследования механизмов, однако, неизвестны законы движения входных звеньев, поэтому целесообразно оперировать с кинематическими характеристиками: положения точек и звеньев, аналоги скоростей и ускорений, которые определяются как функции обобщенных координат φ_1 и φ_2 .

Кинематические характеристики, зависят от структурной схемы механизма, от его геометрических параметров и используются при решении задач динамического анализа и синтеза механизмов. По кинематическим характеристикам делается вывод о том, насколько успешно выполнена одна из основных задач проектирования механизма – выбор структурной схемы и определение размеров звеньев.

Основная часть

1. Геометрические аналоги кинематических параметров

В статье представлены математические модели для определения кинематических характеристик шарнирного механизма с двумя степенями свободы (рис. 1).

В данном механизме имеется два входных звена 1 и 2, положение которых определяется углами φ_1 и φ_2 , зависящими от времени движения t , т.е. $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ и $\varphi_2 = \varphi_2(t)$. Положение звеньев и точек механизма зависит от углов поворота входных звеньев φ_1 и φ_2 , которые являются обобщенными координатами механизма с двумя степенями подвижности.

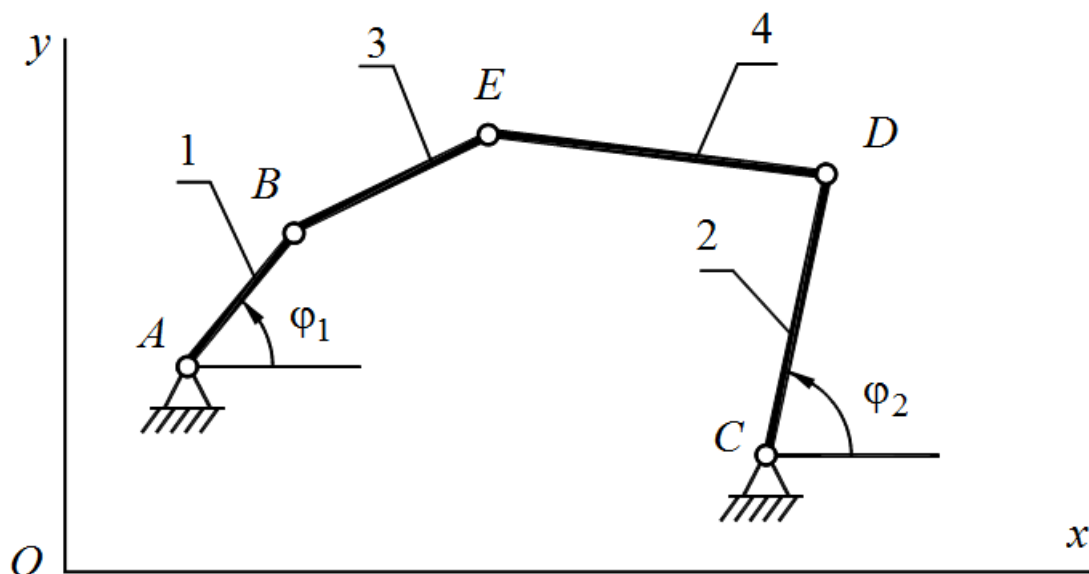


Рис. 1. Структурная схема плоского шарнирного механизма с двумя степенями свободы

Положение звеньев 3 и 4 относительно положительного направления оси Ox определяется углами φ_3 и φ_4 , т.е.

$$\begin{cases} \varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1; \varphi_2); \\ \varphi_4 = \varphi_4(\varphi_1; \varphi_2). \end{cases} \quad (1)$$

Положение любой произвольной точки M звеньев 3 и 4 (например, точка E на рис. 1) определяется уравнением

$$\bar{r}_M = \bar{r}_M(\varphi_1; \varphi_2). \quad (2)$$

Для определения угловых скоростей звеньев 3 и 4 про дифференцируем уравнения (1) по времени t и получим:

$$\begin{cases} \omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_1 + \omega_{3\varphi_2} \cdot \omega_2; \\ \omega_4 = \frac{d\varphi_4}{dt} = \omega_{4\varphi_1} \cdot \omega_1 + \omega_{4\varphi_2} \cdot \omega_2, \end{cases} \quad (3)$$

где ω_1 и ω_2 – угловые скорости звеньев 1 и 2;

$\omega_{3\varphi_1}$; $\omega_{3\varphi_2}$; $\omega_{4\varphi_1}$; $\omega_{4\varphi_2}$ – первые передаточные функции, или аналоги угловых скоростей звеньев 3 и 4 по обобщенным координатам φ_1 и φ_2 соответственно.

С помощью второй производной функций положения звеньев 3 и 4 определим угловые ускорения этих звеньев механизма:

$$\begin{cases} \varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_{3\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + 2\varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 + \varepsilon_{3\varphi_2^2} \cdot \omega_2^2 + \omega_{3\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 + \omega_{3\varphi_2} \cdot \varepsilon_2; \\ \varepsilon_4 = \frac{d\omega_4}{dt} = \varepsilon_{4\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + 2\varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 + \varepsilon_{4\varphi_2^2} \cdot \omega_2^2 + \omega_{4\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 + \omega_{4\varphi_2} \cdot \varepsilon_2, \end{cases} \quad (4)$$

где ε_1 и ε_2 – угловые ускорения звеньев 1 и 2;

$\varepsilon_{3\varphi_1^2}$; $\varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}$; $\varepsilon_{3\varphi_2^2}$; $\varepsilon_{4\varphi_1^2}$; $\varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2}$; $\varepsilon_{4\varphi_2^2}$ – вторые передаточные функции, или аналоги угловых ускорений звеньев 3 и 4 по обобщенным координатам φ_1 и φ_2 соответственно.

Аналогично определим уравнения для линейных скоростей и ускорений любой произвольной точки M звеньев 3 и 4.

Линейная скорость точки M может быть найдена из равенства:

$$\bar{v}_M = \frac{d\bar{r}_M}{dt} = \bar{v}_{M\varphi_1} \cdot \omega_1 + \bar{v}_{M\varphi_2} \cdot \omega_2. \quad (5)$$

Дифференцируя уравнение (5) по времени t , получим величину ускорения любой точки M звеньев 3 и 4:

$$\bar{a}_M = \frac{d\bar{v}_M}{dt} = \bar{a}_{M\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + 2\bar{a}_{M\varphi_1\varphi_2} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 + \bar{a}_{M\varphi_2^2} \cdot \omega_2^2 + \bar{v}_{M\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 + \bar{v}_{M\varphi_2} \cdot \varepsilon_2. \quad (6)$$

Из уравнений (3) – (6) видно, что линейные скорости и ускорения точек звеньев механизма и угловые скорости и ускорения звеньев механизма можно определить через некоторые передаточные функции первого и второго порядков, которые зависят только от структуры и геометрии механизма и не зависят от закона движения входного звена.

2. Исследование кинематики шарнирного механизма на основе обобщенных структурных модулей

Структурную схему плоского рычажного механизма любой сложности можно получить методом последовательного наслаения кинематических цепей, называемых структурными группами, или группами Ассур, которые относительно элементов ее внешних пар имеют нулевую подвижность [1, 2, 3, 5].

В большинстве механизмов присоединяемыми группами являются двухповодковые группы второго класса с тремя кинематическими парами. Звенья имеют самые разнообразные конструктивные формы, зависящие от массы звена и ее распределения. Целесообразно уже на этапе структурирования учесть их возможные варианты. Такие группы назовем обобщенными структурными модулями.

В основе алгоритмов структурного и геометрического синтеза механизмов и определения кинематических параметров обобщенных структурных модулей лежит метод замкнутых векторных контуров, разработанный В.А. Зиновьевым [2].

Любой структурный модуль механизма можно представить в виде замкнутого векторного контура, при этом каждое звено представляется в виде вектора \bar{l}_i , модуль которого соответствует длине звена, а угол Φ_i , измеряемый против часовой стрелки от положительного направления оси Ox до совпадения с направлением вектора (\bar{l}_i), определяет положение звена.

Направление вектора при этом можно выбирать произвольно, но целесообразно его принимать исходящим из неподвижных точек, если они имеются в структуре механизма. В общем случае уравнение замкнутости контура выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \bar{l}_i = 0, \quad (7)$$

где \bar{l}_i – вектор, соответствующий i -му звену, входящему в рассматриваемый контур;

n – число векторов, входящих в контур.

При составлении уравнения замкнутости можно произвольно выбирать направление обхода контура, но в уравнении (7) вектор \bar{l}_i записывается со знаком «+», если его направление совпадает с направлением обхода, и со знаком «-», если оно противоположно.

Для реализации процедуры синтеза механизмов в режиме автоматизированного проектирования предлагаются обобщенные структурные модули, позволяющие автоматизировать процедуру структурирования схем сложных рычажных механизмов с учетом конструктивных особенностей звеньев. Конструктивная форма звена определяется длиной \bar{l}_i , массой звена m_i и распределением массы звена (положением центра масс S_i и моментом инерции звена I_{S_i}).

Введение в известные структурные группы Ассура дополнительных параметров, определяющих положение центра масс звена, и дополнительных точек позволяет описать параметрически конструктивную форму звеньев машин на самом начальном этапе их проектирования.

Структурные модули описываются линейными и угловыми параметрами:

\bar{l}_i – вектор длины i -го звена;

\bar{c}_i – вектор, определяющий положение центра масс i -го звена;

μ_0 – угол ориентации направляющей движения ползуна при поступательном движении, измеряемый от положительного направления оси x против часовой стрелки;

\bar{l}_{i0} – вектор, определяющий положение дополнительной точки на i -м звене;

μ_i – угол ориентации вектора \bar{c}_i центра масс относительно вектора длины i -го звена, измеряемый против часовой стрелки;

μ_{i0} – угол ориентации вектора \bar{l}_{i0} дополнительной точки относительно вектора длины i -го звена, измеряемый против часовой стрелки от базового звена.

На каждом звене может быть бесконечное число дополнительных точек. Наличие дополнительных точек усложняет конструкцию звеньев, но расширяет диапазоны возможных схем синтезируемых механизмов. Подробно обобщенные структурные модули описаны в работах [2, 4, 5, 6].

3. Обобщенный структурный модуль начального механизма первого класса

В большинстве механизмов входными (начальными) звеньями, определяющими движение остальных, являются звенья, совершающие вращательное движение относительно неподвижной точки. На рис. 2 это звено AB с центром масс S_1 , на рис. 3 – звено CD с центром масс S_2

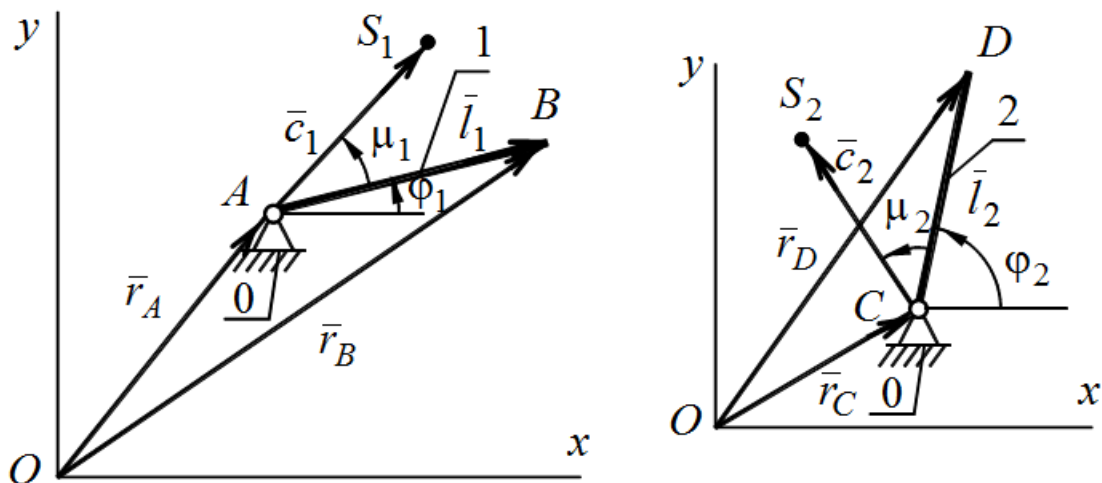


Рис. 2. Начальный механизм $I_1(0,1)$ Рис. 3. Начальный механизм $I_1(0,2)$

Согласно классификации Ассура – Артоболевского группа звеньев (входное звено и стойка) называется начальным механизмом первого класса с вращательным движением входного звена.

Для определения положения точек и их кинематических характеристик необходимо выбрать произвольно систему координат xOy и составить уравнения замкнутости соответствующих векторных контуров [2, 5].

Уравнение замкнутости векторного контура $OABO$ для определения параметров точки B обобщенного структурного модуля $I_1(0,1)$ с учетом уравнения (7) будет иметь вид

$$\bar{r}_A + \bar{l}_1 - \bar{r}_B = 0. \quad (8)$$

Спроецируем уравнение (8) на оси координат Ox и Oy и найдем координаты точки B :

$$\begin{cases} x_B = x_A + l_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ y_B = y_A + l_1 \cdot \sin \varphi_1. \end{cases} \quad (9)$$

Положение входного звена 1 определяется обобщенной координатой φ_1 , поэтому для определения аналогов линейных скоростей и ускорений точки B необходимо уравнения системы (9) про дифференцировать по параметру φ_1 . Проекции на оси Ox и Oy аналогов скорости точки B опишутся уравнениями

$$\begin{cases} v_{Bx\varphi_1} = -l_1 \cdot \sin \varphi_1; \\ v_{By\varphi_1} = l_1 \cdot \cos \varphi_1. \end{cases} \quad (10)$$

Продифференцировав уравнения системы (10) по параметру φ_1 второй раз, получим

$$\begin{cases} a_{Bx\varphi_1} = -l_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ a_{By\varphi_1} = -l_1 \cdot \sin \varphi_1. \end{cases} \quad (11)$$

Кинематические параметры центра масс S_1 определяются по тем же уравнениям, что и для точки B , но для контура OAS_1O , в уравнениях (8) – (11) следует заменить индекс B на S_1 , длину l_1 на c_1 , угол φ_1 на угол $(\varphi_1 + \mu_1)$.

Получим уравнения

$$\bar{r}_A + \bar{c}_1 - \bar{r}_{S_1} = 0; \quad (12)$$

$$\begin{cases} x_{S_1} = x_A + c_1 \cdot \cos(\varphi_1 + \mu_1); \\ y_{S_1} = y_A + c_1 \cdot \sin(\varphi_1 + \mu_1); \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} v_{S_1, x\varphi_1} = -c_1 \cdot \sin(\varphi_1 + \mu_1); \\ v_{S_1, y\varphi_1} = -c_1 \cdot \cos(\varphi_1 + \mu_1); \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} a_{S_1, x\varphi_1} = -c_1 \cdot \cos(\varphi_1 + \mu_1); \\ a_{S_1, y\varphi_1} = -c_1 \cdot \sin(\varphi_1 + \mu_1). \end{cases} \quad (15)$$

Кинематические параметры точки D и центра масс S_2 обобщенного структурного модуля $I_1(0,2)$ (см. рис. 3) будут определяться по уравнениям аналогично уравнениям (8) – (15) для точки B и центра масс S_1 обобщенного структурного модуля $I_1(0,1)$ [2, 5].

4. Обобщенный структурный модуль $II_1(3;4)$ второго класса первого вида

Обобщенный структурный модуль $II_1(3;4)$ (группа Ассур второго класса первого вида) представлен на рис. 4.

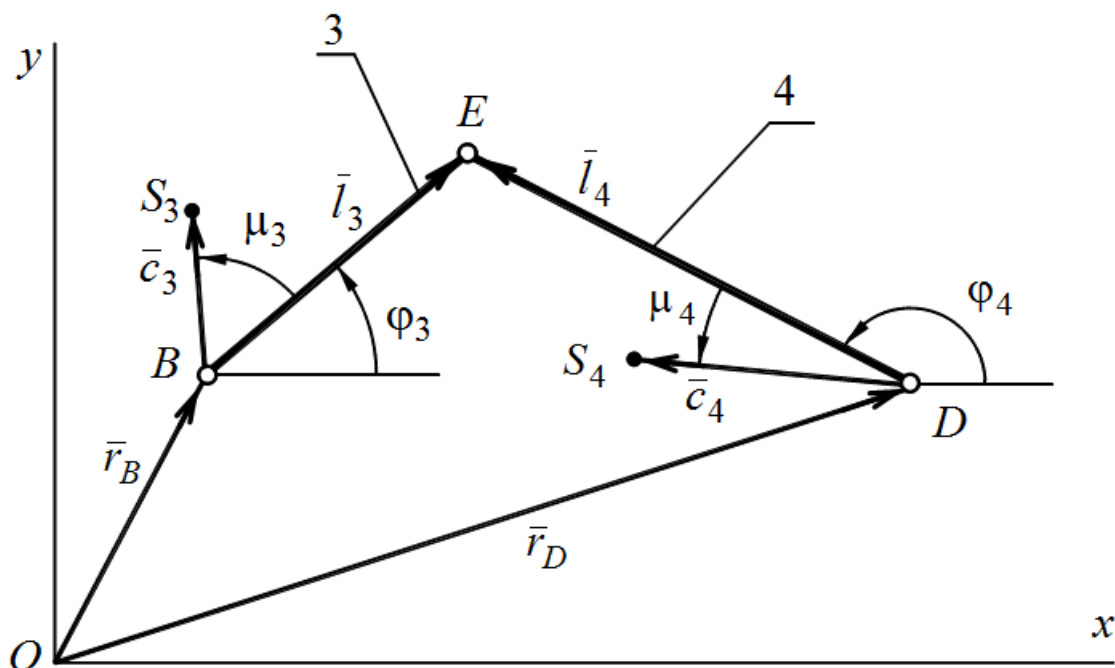


Рис. 4. Обобщенный структурный модуль $II_1(3;4)$

Рассмотрим контур $OBEDO$. Векторное уравнение замкнутости контура с учетом формулы (7):

$$\bar{r}_B + \bar{l}_3 - \bar{l}_4 - \bar{r}_D = 0. \quad (16)$$

В проекциях на оси координат Ox и Oy получим:

$$\begin{cases} x_B + l_3 \cdot \cos \varphi_3 - l_4 \cdot \cos \varphi_4 - x_D = 0; \\ y_B + l_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_4 \cdot \sin \varphi_4 - y_D = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Для определения углов φ_3 и φ_4 , определяющих положения звеньев, значения длин звеньев l_3 и l_4 должны быть известны, а кинематические параметры точек B и D должны быть определены на предыдущем этапе расчета и храниться в памяти машины либо вводиться с клавиатуры. Вывод формул для определения углов φ_3 и φ_4 подробно изложен в работе [2].

Для определения аналогов угловых скоростей звеньев 3 и 4 продифференцируем систему уравнений (17) по независимым параметрам φ_1 и φ_2 , причем $x_B = x_B(\varphi_1)$, $y_B = y_B(\varphi_1)$, $x_D = x_D(\varphi_2)$, $y_D = y_D(\varphi_2)$, $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1; \varphi_2)$, $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_1; \varphi_2)$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} v_{Bx\varphi_1} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} = 0; \\ v_{By\varphi_1} + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} = 0; \\ -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2} - v_{Dx\varphi_2} = 0; \\ l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2} - v_{Dy\varphi_2} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Решим систему уравнений (18) классическим способом. После преобразования двух первых уравнений системы (18) получим аналог угловой скорости $\omega_{4\varphi_1}$ 4-го звена:

$$\omega_{4\varphi_1} = \frac{v_{Bx\varphi_1} \cdot \cos \varphi_3 + v_{By\varphi_1} \cdot \sin \varphi_3}{l_4 \cdot \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}. \quad (19)$$

При равенстве углов φ_3 и φ_4 уравнение (19) не может быть решено. Однако при многочисленных вариантах тестирования соотношения $\varphi_3 = \varphi_4$ и $\varphi_3 = \varphi_4 \pm 180^\circ$ не встречались.

Найдем аналог угловой скорости $\omega_{3\varphi_1}$ 3-го звена из первого или второго уравнения системы (18):

$$\omega_{3\varphi_1} = \frac{v_{Bx\varphi_1} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}}{l_3 \cdot \sin \varphi_3}, \quad (20)$$

или

$$\omega_{3\varphi_1} = \frac{-v_{By\varphi_1} + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}}{l_3 \cdot \cos \varphi_3}. \quad (21)$$

Аналогично преобразуем третье и четвертое уравнения системы (18) и найдем аналог угловой скорости $\omega_{4\varphi_2}$ 4-го звена:

$$\omega_{4\varphi_2} = \frac{v_{Dx\varphi_2} \cdot \cos \varphi_3 + v_{Dy\varphi_2} \cdot \sin \varphi_3}{l_4 \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad (22)$$

Из третьего или четвертого уравнения системы (18) найдем аналог угловой скорости $\omega_{3\varphi_2}$ 3-го звена:

$$\omega_{3\varphi_2} = \frac{-v_{Dx\varphi_2} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}}{l_3 \cdot \sin \varphi_3}, \quad (23)$$

или

$$\omega_{3\varphi_2} = \frac{v_{Dy\varphi_2} + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}}{l_3 \cdot \cos \varphi_3}. \quad (24)$$

Для определения аналогов угловых ускорений звеньев 3 и 4 продифференцируем систему (18) по независимым параметрам φ_1 и φ_2 и получим:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & a_{Bx\varphi_1^2} - l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2} + \\
 & + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}^2 + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2} = 0; \\
 & a_{By\varphi_1^2} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2} + \\
 & + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}^2 - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2} = 0; \\
 & -l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} + \\
 & + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} \cdot \omega_{4\varphi_2} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} = 0; \\
 & -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} + \\
 & + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} \cdot \omega_{4\varphi_2} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} = 0; \\
 & -l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2} + \\
 & + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}^2 + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2} - a_{Dx\varphi_2^2} = 0; \\
 & -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2} + \\
 & + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}^2 - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2} - a_{Dy\varphi_2^2} = 0.
 \end{aligned} \right. \quad (25)$$

Обозначим:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & a = a_{Bx\varphi_1^2} - l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}^2; \\
 & b = a_{By\varphi_1^2} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1}^2; \\
 & c = l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} \cdot \omega_{4\varphi_2}; \\
 & d = l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} - l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_1} \cdot \omega_{4\varphi_2}; \\
 & n = a_{Dx\varphi_2^2} + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}^2; \\
 & m = a_{Dy\varphi_2^2} + l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 - l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \omega_{4\varphi_2}^2.
 \end{aligned} \right. \quad (26)$$

Получим систему (25) в виде:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2} - l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2} = a; \\
 & -l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2} + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2} = b; \\
 & -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} = c; \\
 & l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} = d; \\
 & -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2} + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2} = n; \\
 & l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2} - l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2} = m.
 \end{aligned} \right. \quad (27)$$

Решим совместно первое и второе уравнения системы (27) и получим аналог углового ускорения $\varepsilon_{4\varphi_1^2}$ 4-го звена:

$$\varepsilon_{4\varphi_1^2} = \frac{a \cdot \cos \varphi_3 + b \cdot \sin \varphi_3}{l_4 \cdot \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}. \quad (28)$$

При равенстве углов φ_3 и φ_4 уравнение (28) не может быть решено.

Найдем аналог углового ускорения $\varepsilon_{3\varphi_1^2}$ 3-го звена из первого или второго уравнения системы (27):

$$\varepsilon_{3\varphi_1^2} = \frac{a + l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2}}{l_3 \cdot \sin \varphi_3}, \quad (29)$$

или

$$\varepsilon_{3\varphi_1^2} = \frac{l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1^2} - b}{l_3 \cdot \cos \varphi_3}. \quad (30)$$

Решим совместно третье и четвертое уравнения системы (27) и получим аналог углового ускорения $\varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2}$ 4-го звена:

$$\varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} = \frac{c \cdot \cos \varphi_3 + d \cdot \sin \varphi_3}{l_4 \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad (31)$$

Найдем аналог углового ускорения $\varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}$ 3-го звена из третьего или четвертого уравнения системы (27):

$$\varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} = \frac{l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2} - c}{l_3 \cdot \sin \varphi_3}, \quad (32)$$

или

$$\varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2} = \frac{d + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_1\varphi_2}}{l_3 \cdot \cos \varphi_3}. \quad (33)$$

Решим совместно пятое и шестое уравнения системы (27) и получим аналог углового ускорения $\varepsilon_{4\varphi_2^2}$ 4-го звена:

$$\varepsilon_{4\varphi_2^2} = \frac{n \cdot \cos \varphi_3 + m \cdot \sin \varphi_3}{l_4 \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad (34)$$

Найдем аналог углового ускорения $\varepsilon_{3\varphi_2^2}$ 3-го звена из пятого или шестого уравнения системы (27):

$$\varepsilon_{3\varphi_2^2} = \frac{l_4 \cdot \sin \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2} - n}{l_3 \cdot \sin \varphi_3}, \quad (35)$$

или

$$\varepsilon_{3\varphi_2^2} = \frac{m + l_4 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \varepsilon_{4\varphi_2^2}}{l_3 \cdot \cos \varphi_3}. \quad (36)$$

Положительные значения величин, полученных по формулам (19) – (24), (28) – (36), свидетельствуют о направлении аналогов угловых скоростей и ускорений против часовой стрелки, отрицательные значения – по часовой стрелке.

Из контура $OBEO$ определяются кинематические параметры точки E :

$$\bar{r}_B + \bar{l}_3 - \bar{r}_E = \mathbf{0}, \quad (37)$$

где \bar{r}_E – радиус-вектор точки E (на рис. 4 не указан).

В проекциях на оси координат получим:

$$\begin{cases} x_E = x_B + l_3 \cdot \cos \varphi_3; \\ y_E = y_B + l_3 \cdot \sin \varphi_3. \end{cases} \quad (38)$$

Продифференцируем систему уравнений (38) по обобщенным координатам φ_1 и φ_2 :

$$\begin{cases} v_{Ex\varphi_1} = v_{Bx\varphi_1} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}; \\ v_{Ey\varphi_1} = v_{By\varphi_1} + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}; \\ v_{Ex\varphi_2} = -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}; \\ v_{Ey\varphi_2} = l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}. \end{cases} \quad (39)$$

Для определения аналогов ускорения точки E уравнение (39) продифференцируем второй раз:

$$\begin{cases} a_{Ex\varphi_1^2} = a_{Bx\varphi_1^2} - l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2}; \\ a_{Ey\varphi_1^2} = a_{By\varphi_1^2} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2}; \\ a_{Ex\varphi_1\varphi_2} = -l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}; \\ a_{Ey\varphi_1\varphi_2} = -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}; \\ a_{Ex\varphi_2^2} = -l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 - l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2}; \\ a_{Ey\varphi_2^2} = -l_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 + l_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2}. \end{cases} \quad (40)$$

Принцип составления алгоритмов для определения кинематических параметров дополнительных точек и центров масс аналогичен изложенному выше для точки E , поэтому без дополнительных рисунков и пояснений приведем уравнения для точек S_3 и S_4 (см. рис. 4).

Из контура OBS_3O определим кинематические параметры для центра масс S_3 третьего звена:

$$\bar{r}_B + \bar{c}_3 - \bar{r}_{S_3} = \mathbf{0}; \quad (41)$$

$$\begin{cases} x_{S_3} = x_B + c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3); \\ y_{S_3} = y_B + c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3); \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} v_{S_3x\varphi_1} = v_{Bx\varphi_1} - c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_1}; \\ v_{S_3y\varphi_1} = v_{By\varphi_1} + c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_1}; \\ v_{S_3x\varphi_2} = -c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_2}; \\ v_{S_3y\varphi_2} = c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_2}; \end{cases} \quad (43)$$

$$\begin{cases} a_{S_3x\varphi_1^2} = a_{Bx\varphi_1^2} - c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 - c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2}; \\ a_{S_3y\varphi_1^2} = a_{By\varphi_1^2} - c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_1}^2 + c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_1^2}; \\ a_{S_3x\varphi_1\varphi_2} = -c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} - c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}; \\ a_{S_3y\varphi_1\varphi_2} = -c_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \omega_{3\varphi_1} \cdot \omega_{3\varphi_2} + c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_1\varphi_2}; \\ a_{S_3x\varphi_2^2} = -c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 - c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2}; \\ a_{S_3y\varphi_2^2} = -c_3 \cdot \sin(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \omega_{3\varphi_2}^2 + c_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \mu_3) \cdot \varepsilon_{3\varphi_2^2}. \end{cases} \quad (44)$$

Из контура ODS_4O можно аналогично определить кинематические параметры для центра масс S_4 четвертого звена. Таким же образом можно определить необходимые кинематические параметры и для любых дополнительных точек.

Заключение

Создание новых образцов техники с улучшенными параметрами в кратчайшие сроки и с минимальными затратами возможно только при условии автоматизации проектирования машин. На основе изложенных в работе математических моделей разработаны алгоритмы для расширения функций системы MS&KL – Modeling of the schemes kinematics of linkages (Моделирование схем и исследование кинематики рычажных механизмов). Это новая версия пакета VSE, описанного в работах [2, 5].

Компьютерное моделирование схем механизмов в системе MS&KL позволяет выполнять исследования механизмов любой степени сложности с любой необходимой степенью точности. Благодаря алгоритму, заложенному в системе MS&KL, можно на экран вывести визуализацию схемы механизма, таблицы и графики движения, проанализировать полученные результаты, обосновать значения принимаемых параметров, оценить влияние конструкции механизма на их кинематические характеристики.

Предложенный принцип создания схем механизмов с двумя степенями свободы позволит расширить номенклатуру механизмов различного технологического назначения с приводом от двух источников энергии, например, от электродвигателя (звено AB совершает вращательное движение) и от гидродвигателя (звено CD совершает качательное движение). В качестве второго входного звена вместо коромысла CD можно использовать ползун.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин А.А. Проектирование сложных рычажных механизмов. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1995. – 77 с.
2. Зиборов С.Н., Кузлякина В.В., Рослякова С.Р. Исследование кинематики рычажных механизмов. – Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2004 – 103 с.
3. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. – 2-е изд. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1972. – 384 с.
4. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов.– М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
5. Кузлякина В.В., Бражник Л.А., Нагаева М.В. Структурирование схем рычажных механизмов (автоматизированная система VSE). – Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2009. – 76 с.
6. Kuzlyakina V.V. Lever Mechanism Computer-Aided Design System // Proceedings of the 11th World Congress in Mechanisms and Machine Science. – China, 2004. – Vol. 3. – P. 1116–1120.
7. Kuzlyakina V.V., Slepenco Y.N. Articulated Lever Mechanisms Schemes Structuring on the Basis of Generalized Structural Modules // Proceedings of the Ninth IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms (SYROM 2005). – Bucharest, 2005. – Vol. 1. – P. 63–72.

Рецензент: Карасев Владимир Владимирович, Профессор кафедры Судовождение, к.т.н., «Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет», ФГБОУ ВПО «Дальрыбвтуз».

Marina Nagayeva

Military educational centre of science of Navy fleet « the Naval academy of a name of Admiral of Fleet of Soviet Union of N.G.Kuznetsova » (branch Vladivostok)
Russia, Vladivostok
E-Mail: marinchik_nag_67@mail.ru

Paul Starodubtsev

Military educational centre of science of Navy fleet « the Naval academy of a name of Admiral of Fleet of Soviet Union of N.G.Kuznetsova » (branch Vladivostok)
Russia, Vladivostok
E-Mail: spa1958@mail.ru

Roman Alifanov

The Far Eastern State Technical Fishery University, FSFEI HPE “Dalrybvtuz”
Russia, Vladivostok
E-Mail: gidra_518@mail.ru

New issues in the investigation of the motion of the hinge mechanism with two degrees of freedom

Abstract. Formation of any mechanism, the compound of its individual parts into a single system, accompanied by the imposition of certain bonds. Proper algorithmic and technological distribution in the structure of the mechanism to a large extent determines its reliable operation. Therefore, the creation of new equipment with improved parameters in the shortest possible time and with minimum cost possible only if the design automation machines. Procedure structuring schemes and research kinematics linkage underlying most mechanical systems, complex and laborious. Generalized structural modules allow you to automate and speed up the process of creating multiple circuits of linkages and their investigation at the initial design stage. The paper presents mathematical models to determine the kinematic characteristics of the hinge mechanism with two degrees of freedom on which the algorithms are developed to expand the functions of MS & KL - Modeling of the schemes kinematics of linkages (Modeling circuits and study the kinematics of linkages). Computer simulation of circuit mechanisms in MS & KL allows study of the mechanisms of any complexity with any desired degree of accuracy, display visualization scheme mechanism to get a table and motion graphics, analyze the results, evaluate the impact of design on the mechanism of their kinematic characteristics.

Keywords: scheme; mechanism; structuring; kinematics research; the generalized structural module; de-grees of freedom; visualization, design automation.

Identification number of article 111TVN414

REFERENCES

1. Golovin A.A. Design of complex linkage. - M.: of MSTU. Bauman, 1995 - 77 p.
2. Ziborov S.N., Kuzlyakina V.V., Rosliakova S.R., Study of kinematics-tics linkage. - Vladivostok: Mor. State. University Press, 2004 - 103 p.
3. Zinoviev V.A., Course in the theory of mechanisms and machines. - 2nd ed. - M.: Science, Ch. Ed. Sci. Lita., 1972 - 384 p.
4. Passover E.E., Nesterov V.A., System design of flat-tion rychazh mehanizmov.- M.: Engineering, 1988 - 232.
5. Kuzlyakina V.V., Hyles L.A., Nagaeva M.V. Structuring schemes linkage (automated system VSE). - Vladivostok: Mor. State. University, 2009 - 76.
6. Kuzlyakina V.V. Lever Mechanism Computer-Aided Design System // Proceedings of the 11th World Congress in Mechanisms and Machine Science. - China, 2004. - Vol. 3. - P. 1116-1120.
7. Kuzlyakina V.V., Slepenco Y.N. Articulated Lever Mechanisms Schemes Structuring on the Basis of Generalized Structural Modules // Proceedings of the Ninth IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mecha-nisms (SYROM 2005). - Bucharest, 2005. - Vol. 1. - P. 63-72.