УДК 004.414.2
05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации

Киселев Денис Викторович
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»
Россия, Зеленоград[1]
Доцент кафедры «Вычислительная техника»
E-Mail: dkiselev@miee.ru

Тин Чжо
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»
Аспирант кафедры «Вычислительная техника»
E-Mail: htinkyaw14@gmail.com

Пущин Михаил Николаевич
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»
Доцент кафедры «Вычислительная техника»
E-Mail: pmn@yandex.ru

Мьо Мин Све
Санкт-Петербургский Государственный Морской Технический Университет
Россия, Санкт-Петербург
Аспирант кафедры «вычислительной техники и информационных технологий»
E-Mail: eltson@gmail.com

Задачи многокритериального выбора при синтезе технических систем

[1] 124498, Москва, Зеленоград, проезд 4806, дом 5

Аннотация. Одним из этапов проектирования технических систем, на котором закладываются ее функциональные возможности, является этап структурно-параметрического синтеза. Современные математические модели и вычислительные методы могут использоваться на нем для определения оптимальных параметров системы при заданной структуре.

В статье рассматривается возможность использования алгоритмического решения задачи многокритериального выбора, являющейся неотъемлемой частью синтеза технических систем.

Предлагается рассматривать задачу синтеза системы последовательность задач выбора объектов.

Подходы к решению задачи выбора элементов системы зависят от ее формулировки. Первый вариант, рассматриваемый в статье – точное решение, то есть выбор элементов, полностью соответствующих поставленным требованиям. Второй вариант используется в том случае, если точное решение найти невозможно и необходимо выбрать оптимальную конфигурацию элементов. Для этого проводится оптимизация функции, оценивающей качество рассматриваемого варианта проектируемой системы.

Таким образом, задача выбора множества элементов проектируемой системы должна решаться следующим образом:

1. Проведение поиска подмножества, полностью соответствующего поставленным требованиям.

2. Если первое не достигнуто и допустимо использование подмножества, не полностью соответствующего поставленным требованиям, то проведение поиска подмножества, максимально близкого к поставленным требованиям.

Ключевые слова: структурный синтез; структурно-параметрический синтез; многокритериальный выбор; алгоритм; проектирование технических систем; сложная система; техническая система; оптимизация; двудольный граф; максимальное паросочетание; транспортная сеть; максимальный поток.

Идентификационный номер статьи в журнале 121TVN414

Введение

В автоматизированном проектировании процедуры структурного синтеза являются одними из самых сложных, малоисследованных и трудно реализуемых.

Применение автоматизированных методов возможно не всегда, поэтому часто полностью или частично структурный синтез проводится проектировщиком без использования средств вычислительной техники.

После завершения структурного синтеза, в результате которого определен лучший вариант структурной организации системы, проводится параметрический синтез.

Разделение синтеза на структурный и параметрический облегчает процесс проектирования, позволяя последовательно решать более простые и легче автоматизируемые задачи.

Тем не менее, такое разделение может осложнить оптимальный выбор конечного решения, так как решение об оптимальности принимается отдельно по структуре и по параметрам элементов системы.

Выбор структуры системы, при котором возможно достижение требуемого уровня характеристик, часто является задачей с неочевидной целевой функцией, а ее решение трудно автоматизируемо и требует больших временных затрат.

Проведение структурно-параметрического (или структурного) синтеза систем предполагает принятие многочисленных технических решений разного характера, определяющих результат этого процесса.

Задача выбора объекта в синтезе технических систем

Задача выбора лучшего объекта из некоторой совокупности потенциальных элементов системы является неотъемлемой частью этапов параметрического и структурно-параметрического синтеза сложной технической системы.

Несколько упрощая, можно сказать, что задача синтеза системы – это совокупность задач оптимального выбора всех элементов этой системы.

Разделение синтеза на структурный и параметрический позволяет в общем случае рассматривать задачи выбора, как независимые: после того как структура системы определена, параметрический синтез сводится к подбору элементов с наилучшими характеристиками.

Под независимостью задач в данном случае предполагается, что выбор всех элементов системы производится из непересекающихся множеств объектов – потенциальных элементов, имеющих различное назначение, параметры и способы оценки.

При структурном и структурно-параметрическом синтезе сложной системы рассмотрение задач выбора ее элементов как независимых не допустимо: решение одной из задач изменяет начальные условия других.

Примером этого могут быть случаи, когда в ходе проектирования системы некоторая ее функция может быть реализуема разными ее элементами или их группами, или когда некоторый объект может быть использован для выполнения разных несовместимых друг с другом функций.

Оба эти примера предполагают рассмотрение элементов системы в разных задачах оптимального выбора – во всех, в которых они могут быть применимы – с разными принципами оценки оптимальности этого выбора. Кроме этого, надо учитывать, что выбор такого объекта в одной задаче, может исключать его выбор в других.

Очевидно, что такие задачи не могут быть решаемы последовательно и отдельно друг от друга. Такой подход к их решению не может обеспечить получения действительно оптимального решения на уровне системы.

Исходя из этого, можно сказать, что, рассматривая группу взаимно зависимых задач оптимального выбора, мы решаем задачу многокритериального выбора совокупности объектов, так как рассматриваемые объекты могут быть элементами разного назначения и, соответственно, могут и должны оцениваться с разных точек зрения.

Очевидно, что такие задачи не могут быть решаемы последовательно и отдельно друг от друга. Такой подход к их решению не может обеспечить получения действительно оптимального решения на уровне системы.

Исходя из этого, можно сказать, что, рассматривая группу взаимно зависимых задач оптимального выбора, мы решаем задачу многокритериального выбора совокупности объектов, так как рассматриваемые объекты могут быть элементами разного назначения и, соответственно, могут и должны оцениваться с разных точек зрения.

Таким образом, мы можем рассматривать задачу синтеза системы как группу задач выбора объектов, полностью соответствующих поставленным критериям. При такой постановке отсутствие в исходном множестве подмножества объектов, обладающих искомыми свойствами, означает отсутствие решения задачи.

Прикладные задачи многокритериального выбора могут быть менее строгими.

При решении практических задач такого рода может быть допустимо использование подмножества объектов, лишь частично соответствующего поставленным условиям. Невозможность получения заданного подмножества может быть обусловлено исходным низким уровнем характеристик рассматриваемых элементов или, наоборот, завышенными к ним требованиями.

Более того, критерии выбора могут описывать идеальный вариант, сформированный на основе предварительных теоретических построений, невозможный или маловероятный в реальных условиях.

В такой постановке задача выбора подмножества должна решаться следующим образом:

1. Проведение поиска подмножества, полностью соответствующего поставленным требованиям.

2. Если первое не достигнуто и допустимо использование подмножества, не полностью соответствующего поставленным требованиям, то проведение поиска подмножества, максимально близкого к поставленным требованиям.

Итак, в этом случае, необходимо определить способы выбора совокупности объектов, которая будет максимально близка к поставленным требованиям.

После выбора подмножества, максимально полно отвечающего поставленным требованиям, возможно:

- констатировать неразрешимость задачи при заданных условиях;

- провести ослабление требований с целью приведения их в соответствие с имеющимися объектами и оценить возможность использования найденного решения;
- оценить возможность улучшения параметров выбранных объектов до минимально допустимого уровня некоторыми воздействиями.

Ключевой момент в выборе оптимального подмножества, частично соответствующего требованиям, – способ определения степени такого соответствия рассматриваемого объекта.

Одним из подходов к поиску оптимального подмножества объектов является прямое сведение этой задачи к задаче оптимизации. Для этого необходимо задать способ оценки качества рассматриваемого подмножества, основанный на оценках соответствия каждого его элемента той роли, для которой он в данном случае предназначается. Поиск решения заключается в определении подмножества с максимальным значением качества.

Другой подход к решению этой задачи – ее рассмотрение как задачи классификации, в которой классы определяются, как совокупность свойств требуемых объектов, а рассматриваемые объекты необходимо сопоставить с заданными классами и определить их принадлежность.

Точное решение задачи выбора элементов

Сформулируем задачу оптимального выбора подмножества объектов по заданным критериям.

Пусть существует совокупность однородных объектов, характеризуемых рядом свойств. Для выполнения отбора предоставляется описание группы объектов, которые должны быть выбраны из исходной совокупности, при этом для каждой группы задан набор требуемых значений свойств объектов.

Соответствие каждого объекта каждому набору требований полностью определяется сравнением свойств объекта и их требуемых значений.

Искомый результат может формулироваться следующим образом:

- как выбор объектов, полностью соответствующих поставленным требованиям,
- как выбор объектов максимально близких к поставленным требованиям.

Возможны два варианта задачи:

- допустим множественный выбор объекта – каждый объект может быть поставлен в соответствие разным наборам требований и выбран многократно;
- множественный выбор не допустим – отнесение объекта к одной из групп исключает возможность его выбора по другому набору требований.

Обозначим рассматриваемую совокупность объектов как множество:

$$X = \{x_i\}, \quad i = 1..I , \tag{1}$$

где элемент множества представлен в виде совокупности его свойств, задаваемых числовыми значениями:

$$x_i = \{ p_{ij} \}, \quad j = 1,..J . \tag{2}$$

Требования к выбору объектов представляется в следующем виде: должно быть сформировано множество объектов, для каждого из которых определены значения рассматриваемых свойств:

$$Y=\{y_k\},\quad k=1,..K,\quad K<I\,, \tag{3}$$

$$y_k=\{c_{kj}\}\quad j=1,..J\,. \tag{4}$$

Таким образом, требуется выделить подмножество объектов $X^*\subset X$ с набором свойств, равных заданным:

$$X^*=\{x_k\}\quad\Big|\forall k,j\quad p_{kj}=c_{kj} \tag{5}$$

В рамках поставленных условий задачи можно однозначно оценить соответствует ли параметры объекта x_i заданным критериям y_k.

Условия задачи полностью описываются матрицами «существующих параметров» $X=\|p_{ij}\|$ и «требуемых параметров» $Y=\|c_{kj}\|$.

Соответствие свойств объектов и критериев полностью характеризуется трехмерной матрицей сравнений «объекты-критерии-свойства» $Z=\|z_{ikj}\|$, где результат сопоставления свойства объекта и его требуемого значения у соответствующего критерия:

$$z_{ikj}=\begin{cases}1, & p_{ij}=c_{kj}\\ 0, & p_{ij}\neq c_{kj}\end{cases}. \tag{6}$$

Очевидно, что в матрице объект, полностью соответствующий критерию, представляется рядом единиц в измерении «свойства».

Двумерные срезы матрицы Z (таблицы парных сравнений) характеризуют соответственно состояние «объект-критерий» для заданного параметра, «объект-свойство» - для заданного критерия, «критерий-свойство» - для заданного объекта.

Выбор объектов, полностью соответствующих критериям, достаточно просто алгоритмизируется.

Задачи в такой постановке легко отображается с помощью двумерной матрицы сопоставления объектов и критериев $Z^{(1)}=\|a_{ik}\|$, формируемой на основе информации, хранимой в трехмерной матрице Z.

Элементы матрицы $Z^{(1)}$ определяются следующим образом:

$$a_{ik}=\begin{cases}1, & \forall j\quad z_{ijk}=1(p_{ij}=c_{kj})\\ 0, & \exists j\quad z_{ijk}=0(p_{ij}\neq c_{kj})\end{cases} \tag{7}$$

При этом необходимо учесть, если существует k_0, для которого все $a_{ik}=0$, то задача решения не имеет.

Если решается задача выбора из множества без ограничений на количество выбранных объектов, то верно обратное: если для любого k существует $a_{ik} = 1$, то задача решена:

$$\forall k\ \exists a_{i_0 k_0} = 1 \ \Rightarrow\ \{X^*\} = \{x_{i_0}\} \tag{8}$$

Если же возможность выбора объекта ограничена, то задача в таком виде может быть сведена к задаче поиска максимального паросочетания в двудольном графе $G = (V = (\{x_i\}, \{y_k\}), \{a_{ik}\})$ и решена с помощью алгоритма пополняющего пути или алгоритма Холпкрофта – Карпа.

Двудольный граф задается двумя непересекающимися множествами вершин и их отображением друг на друга, представляемым в виде ребер, соединяющих вершины из разных множеств.

Двудольный граф позволяет представить множество объектов X как вершины первой доли, множество Y как вершины второй доли. В качестве их отображения может использоваться матрица смежности двудольного графа $Z^{(1)}$.

Если количество ребер $\overline{A}$ в максимальном паросочетании равно K, то задача решена, иначе – решения не существует.

Найденное таким образом максимальное паросочетание является решением задачи выбора подмножества объектов, полностью соответствующих критериям.

Выбор элементов, обеспечивающих максимальное значение целевой функции

Как было отмечено выше, задача выбора варианта построения системы на основе предварительных исследований может заключаться в простом подборе элементов, соответствующих поставленным условиям.

Так как это не всегда достижимо, не менее актуальной является задача формирования подмножества элементов, обеспечивающих максимальное значение целевой функции, описывающей систему (подсистему):

$$X^* = \{x_k\} \ \Big|\ F\ (X^*) \to \max \tag{9}$$

Чтобы избежать использования алгоритмов перебора или возврата к формированию нового набора требований, имеет смысл найти и оценить вариант построения системы (подсистемы), составленный из элементов допустимых, несоответствующих поставленным условиям, но максимально близких к ним.

Решение задачи в такой постановке – выбор оптимального подмножества объектов частично соответствующих критериям – в значительной степени определяется способом вычисления соответствия объекта той или иной роли, для которых он может быть использован.

При такой постановке задачи необходимо ввести понятие расстояния, определяющего степень различия рассматриваемого объекта от заданного требования или набора требований.

Метод вычисления расстояния или метрика, играет важнейшую роль в решении описываемой задаче, так как от правильности алгоритма его определения зависит правильность выбора подмножества объектов.

Задача выбора подмножества элементов, свойства которых минимально отклоняются от требуемых значений, рассматриваемая как задача многокритериальной оптимизации, может быть сформулирована следующим образом:

$$\{D_{ik}\} \to \min \quad \forall k \in 1,.., K \tag{10}$$

где D_{ik} - «расстояние» между существующим объектом и требуемым набором свойств, то есть значение, характеризующее степень несоответствия данного объекта данному критерию.

Используем метод свертки критериев и сведем задачу к следующему виду:

$$F = \sum_{k=1}^{K} D_{ik} \to \min , \tag{11}$$

где F - целевая функция, определяющая оптимальность выбранного решения.

Как было сказано выше, способы вычисления расстояний могут быть разные. Применим наиболее простой и универсальный способ – расстояние, определяемое как сумма взвешенных расхождений значений свойств объектов и соответствующих требуемых значений:

$$D_{ik} = \sum_{j=1}^{J} b_j d_{ik_j} = \sum_{j=1}^{J} b_j \left| c_{kj} - p_{ij} \right|, \tag{12}$$

где b_j - коэффициент важности свойства,

d_{ik_j} - расхождение свойства объекта и требуемого значения.

В том случае, что если допустим множественный выбор объекта, то для получения решения необходимо выбрать минимальные элементы в каждом столбце матрицы $Z^{(2)} = \left\| D_{ik} \right\|$.

$$\{X^*\} = \{x_{i_0}\} \quad a_{i_0 k} = \max_i (a_{ik}) \tag{13}$$

Если множественный выбор не допустим, то в такой постановке задачу можно рассматривать как транспортную и искать решение с помощью известных алгоритмов.

Транспортная задача формулируется как поиск оптимального плана перевозок грузов из пунктов отправления в пункты получения с минимальными затратами. Затраты на перевозку груза характеризуются транспортной таблицей [29].

В нашем случае пунктами отправления и пунктами получения будут соответственно множества $\{x_i\}$ и $\{y_k\}$.

Таким образом, транспортная таблица представляет собой матрицу $Z^{(2)} = \left\| D_{ik} \right\|$, содержащую «расстояния» между элементами x_i и требуемыми значениями свойств y_k, характеризующие уровень соответствия первого второму.

Дальше решается задача нахождения максимального потока минимальной стоимости.

Заключение

Таким образом, комбинируя ряд известных и давно отработанных и автоматизированных алгоритмов, мы имеем возможность автоматизировать задачи оптимального выбора элементов, и тем самым задачу синтеза технических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. М. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика», 2007. 612 с.
2. Норенков И. П., Мулярчик С. Г., Иванов С. Р. "Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике". Минск: Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1976. 240 с.
3. Иванько А.Ф., Иванько М.А., Сидоренко В.Г., Фалк Г.Б. Автоматизация проектирования систем и средств управления. М.: Изд-во МГУП, 2001. 148 с.
4. Цвиркун А.Д. Структура сложных систем. М.: Радио и связь, 1975.
5. Ногин В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 176 с.
6. Барсегян А.А., Куприянов М.С., Холод И.И., Тесс М.Д., Елизаров С.И.. Анализ данных и процессов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. 512 с.
7. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. - М.: Финансы и статистика, 1989. 607с.
8. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984. 454 с.
9. Кузнецов А.В., Холод Н.И., Костевич Л.С. Руководство к решению задач по математическому программированию. Минск: Высшая школа, 1978. 110с.
10. Кормен Т, Лейзерсон Ч, Ривест Р, Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. М.: «Вильямс», 2006. 1296с.

Рецензент: Лупин Сергей Андреевич, к.т.н., профессор, Профессор кафедры «Вычислительная техника», Национального исследовательского университета «МИЭТ».

Denis Kiselev
National Research University of Electronic Technology
Russia, Zelenograd
E-Mail: dkiselev@miee.ru

Htin Kyaw
National Research University of Electronic Technology
Russia, Zelenograd
E-Mail: htinkyaw14@gmail.com

Michael Pushchin
National Research University of Electronic Technology
Russia, Zelenograd
E-Mail: pmn@yandex.ru

Myo Min Swe
St. Petersburg State Marine Technical University
Russia, St. Petersburg
E-Mail: eltson@gmail.com

Multi criteria choice in the technical systems synthesis

Abstract. Structural and parametric synthesis is important part in technical systems design. Modern mathematical models and computational methods can be used for determination the optimal parameters of the system with a given structure.

The article discusses the using of an algorithmic solution for multi-criterial selection, which is an integral part of the technical systems synthesis.

It is proposed to consider the problem of synthesis as a sequence of selection tasks.

A method for solving tasks of selection depends on its formulation. The first variant considered in the article – exact solution, selection result is in full compliance with the requirements. The second option is used if it is impossible to find the exact solution and it is necessary to select the optimum configuration elements. For this it is necessary to optimize the function, that evaluates the quality of the described embodiment of the designed system.

Thus the task of selecting a set of elements of designed system should be solved as follows:

1. Find subset that fully consistent with the requirements.

2. If the first is not reached and allowed to use a subset not in the full compliance with the set of requirements, find a subset which as close as possible to the requirements.

Keywords: structural synthesis; structural and parametric synthesis; multi-criterial selection; algorithm; design of technical systems; a complex system; technical system; optimization; bipartite graph; maximal matching; transport network; maximum flow.

Identification number of article 121TVN414

REFERENCES

1. Loskutov A.Ju., Mihajlov A.S. Osnovy teorii slozhnyh sistem. M. – Izhevsk: NIC «Reguljarnaja i stohasticheskaja dinamika», 2007. 612 s.
2. Norenkov I. P., Muljarchik S. G., Ivanov S. R. "Jekstremal'nye zadachi pri shemotehnicheskom proektirovanii v jelektronike". Minsk: Izd-vo BGU im. V. I. Lenina, 1976. 240 s.
3. Ivan'ko A.F., Ivan'ko M.A., Sidorenko V.G., Falk G.B. Avtomatizacija proektirovanija sistem i sredstv upravlenija. M.: Izd-vo MGUP, 2001. 148 s.
4. Cvirkun A.D. Struktura slozhnyh sistem. M.: Radio i svjaz', 1975.
5. Nogin V. D. Prinjatie reshenij v mnogokriterial'noj srede: kolichestvennyj podhod. — M.: FIZMATLIT, 2005. 176 s.
6. Barsegjan A.A., Kuprijanov M.S., Holod I.I., Tess M.D., Elizarov S.I.. Analiz dannyh i processov. – SPb.: BHV-Peterburg, 2009. 512 s.
7. Ajvazjan S.A., Buhshtaber V.M., Enjukov I.S., Meshalkin L.D. Prikladnaja statistika. Klassifikacija i snizhenie razmernosti. - M.: Finansy i statistika, 1989. 607s.
8. Svami M., Thulasiraman K. Grafy, seti i algoritmy. M.: Mir, 1984. 454 s.
9. Kuznecov A.V., Holod N.I., Kostevich L.S. Rukovodstvo k resheniju zadach po matematicheskomu programmirovaniju. Minsk: Vysshaja shkola, 1978. 110s.
10. Kormen T, Lejzerson Ch, Rivest R, Shtajn K. Algoritmy: postroenie i analiz: per. s angl. M.: «Vil'jams», 2006. 1296s.