Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/
Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol7-6
URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/122TVN615.pdf
DOI: 10.15862/122TVN615 (http://dx.doi.org/10.15862/122TVN615)

УДК 519.8

Зильберова Инна Юрьевна
ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный строительный университет»
Россия, Ростов-на-Дону[1]
Профессор
Кандидат технических наук
E-mail: zilberova2011@yandex.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=327005

Маилян Александр Левонович
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Докторант
Доцент
Кандидат технических наук
E-mail: lrm@aaanet.ru

Баркалов Сергей Алексеевич
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Профессор
Директор «Института экономики, менеджмента и информационных технологий»
Доктор технических наук
E-mail: sbarkalov@nm.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=110830

Уксусов Сергей Николаевич
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Доцент
Кандидат физико-математических наук
E-mail: uksusov.s@mail.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=603275

[1] 344002, Россия, г. Ростов-на-Дону, ул. Верхненольная, д. 5, кв. 66

Метод Штифеля в выпуклом программировании

Аннотация. Работа посвящена изучению возможности применения симплекс-метода, основанного на методе жордановых исключений, к решению задач выпуклого программирования. В работе рассмотрен метод Штифеля и его применению в управлении Представлены методы жордановых исключений и модифицированных жордановых исключений. Данные методы преобразования систем линейных равенств оформляются в виде жордановых таблиц. Рассмотрен геометрический смысл задачи квадратичного программирования применительно к задачам управления. Предложено улучшение опорного плана задачи выпуклого программирования симплекс-методом. На примерах доказано, что решение задачи выпуклого программирования симплекс-методом оказалось проще и более информативней в управленческом смысле, чем решение традиционными методами.

Ключевые слова: выпуклое программирование; квадратическое программирование; симплекс-метод; метод жордановых исключений; метод Штифеля; жордановые таблицы; геометрическое множество; системы ограничений; опорный план; поверхности уровня функции.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Зильберова И.Ю., Маилян А.Л., Баркалов С.А., Уксусов С.Н. Метод Штифеля в выпуклом программировании // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/PDF/122TVN615.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/122TVN615

Статья опубликована 25.11.2015.

Рассмотрим следующую модель задачи выпуклого программирования, в которой требуется найти максимум квадратичной функции

$$z(X)=c_1(x_1-\alpha_1)^2+c_2(x_2-\alpha_2)^2+\cdots+c_n(x_n-\alpha_n)^2\to\max, \tag{1}$$

при условии выполнения следующих ограничений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \le a_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \le a_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \le a_m, \\ \qquad x_1, x_2, \ldots, x_n \ge 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $c_1,\ldots,c_n \ge 0$ – набор неотрицательных коэффициентов, $\alpha_j,\ a_{ij},\ a_i\ \left(1\le i\le m,\ 1\le j\le n\right)$ – произвольные числа.

Предложенная модель может применяться при нахождении максимума целевой функции потребления. Обычно задачу (1) – (2) в случае двух переменных (n = 2) решают геометрически. В данной работе предлагается новый подход к решению подобных задач симплекс-методом, базирующимся на методе жордановых исключений [1]. При этом количество переменных не ограничено.

Метод жордановых исключений успешно применяется как при решении задач линейного и целочисленного программирования [1, 3, 4], так и при решении задач дробно-линейного и параметрического программирования [2, 5, 6]. Предложенные в данной статье методы могут применяться к любым задачам выпуклого программирования.

1. Геометрический смысл задачи квадратичного программирования

Система ограничений (2) аналогична системе ограничений стандартной задачи линейного программирования. Геометрически множество решений системы ограничений (2) представляет из себя выпуклый многогранник в n-мерном пространстве. Данный многогранник может быть ограниченным, неограниченным, а также пустым множеством.

Поверхности уровня функции цели задаются уравнениями $c_1(x_1-\alpha_1)^2+c_2(x_2-\alpha_2)^2+\cdots+c_n(x_n-\alpha_n)^2=c$ и являются концентрическими эллипсоидами, с центром в точке $(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$.

Возможны следующие случаи:

1. Многогранник решений системы ограничений является непустым, ограниченным множеством. В этом случае задача имеет решение (возможно не единственное). На рис. 1 схематически изображен случай, когда задача имеет всего две переменные и $\alpha_1=\alpha_2=0$. Максимум целевой функции достигается в единственной точке (в вершине C многогранника $ABCD$):

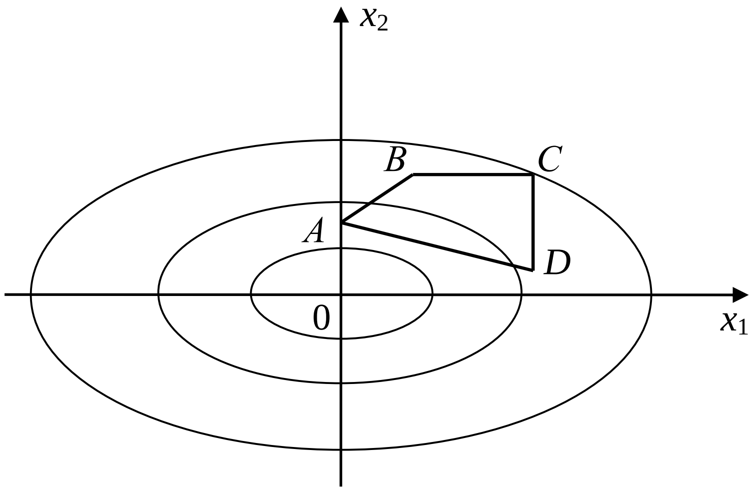

Рис. 1. *Многогранник решений системы ограничений является непустым, ограниченным множеством*

Если бы, например, точка *B* попала на границу внешнего эллипса, то задача имела бы два оптимальных решения, если бы тоже самое произошло с точкой *D*, то решений било бы три, и т.д.

2. Многогранник решений системы ограничений является неограниченным множеством. В этом случае задача не имеет решения из-за неограниченности функции цели (рис. 2):

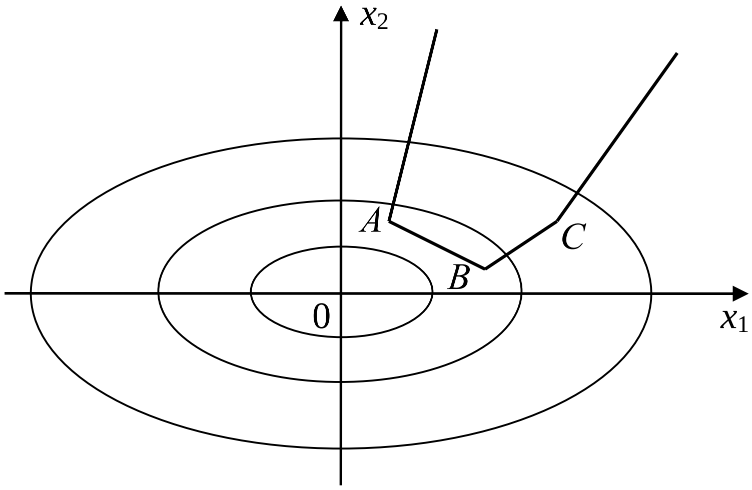

Рис. 2. *Многогранник решений системы ограничений является пустым множеством*

3. Многогранник решений системы ограничений является пустым множеством. В этом случае задача не имеет решения из-за отсутствия планов.

2. Улучшение опорного плана задачи выпуклого программирования симплекс-методом

Поясним идею решения задачи (1) - (2) геометрически. Для этого предположим, что n = 2. Вначале методом Штифеля [ ] найдем первоначальный опорный план. Это делается так же, как и в случае линейного программирования [ ]. Пусть многогранник *ABCDE* является множеством решений системы ограничений (2), и пусть первоначальному опорному плану отвечает вершина *A* многогранника *ABCDE* (рис. 3).

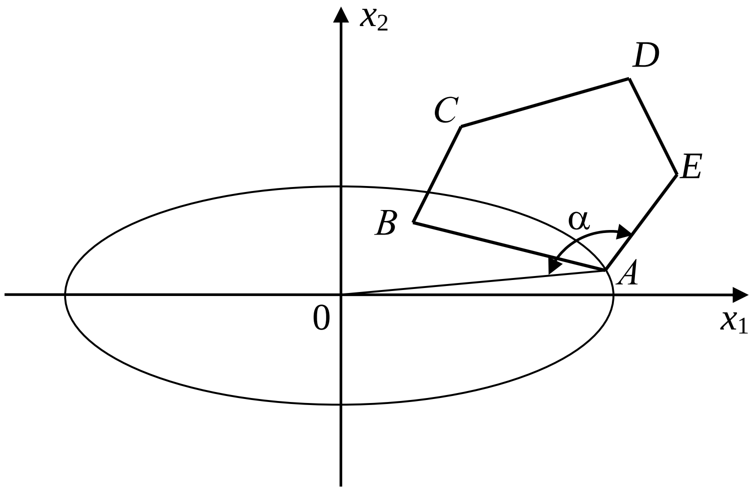

Рис. 3. *Первоначальный опорный план*

Далее симплекс-метод позволяет переходить от первоначального опорного плана к следующему опорному плану, находящемуся в смежной вершине многогранника. (на рис. 3 это вершины B и E). Рассмотрим, например, план, соответствующий вершине E. Из рис. 3 видно, что данный план является более «хорошим» по сравнению с планом, соответствующем вершине A. Очевидно, что значение функции цели в точке E больше, чем в точке A.

Найдем скалярное произведение вектора $\overline{OA}$, на вектор $\overline{AE}$. Если $\overline{OA} \cdot \overline{AE} > 0$, то угол $\alpha = \angle OAE$ – тупой и, следовательно, опорный план, соответствующий вершине A, не является оптимальным. В этом случае с помощью одного шага симплекс-метода переходим к вершине E.

Если существует несколько смежных вершин, для которых скалярное произведение положительно, то для пересчета можно выбрать любую из них, т.к. функция цели при этом все равно возрастает.

Если для некоторой вершины C все скалярные произведения вектора, идущего от точки $O(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ к данной вершине, на вектора, идущие от данной вершины к смежным вершинам неположительны (углы OCB и OCD – острые), то данный опорный план симплекс-методом улучшить нельзя. При этом во многих случаях данный план оказывается оптимальным (рис. 4):

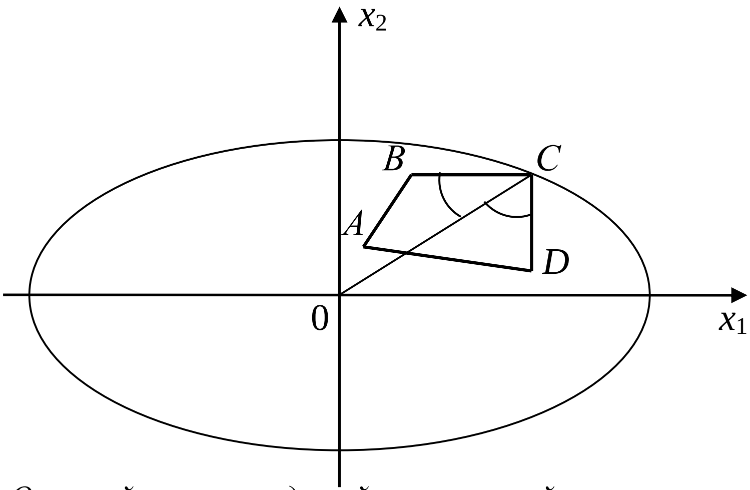

Рис. 4. *Опорный план, находящийся в смежной вершине многогранника*

Как и в случае линейного программирования решение задачи (1) - (2) будем оформлять в виде жордановых таблиц и преобразовывать их с помощью метода модифицированных жордановых исключений […].

Итак, исходной задаче соответствует таблица

Таблица 1

	$-x_1$	$-x_2$	…	$-x_j$	…	$-x_n$	1
y_1	a_{11}	a_{12}		a_{1j}		a_{1n}	a_1
…………………………………………………………..							
y_i	a_{i1}	a_{i2}		a_{ij}		a_{in}	a_i
…………………………………………………………..							
y_r	a_{r1}	a_{r2}		a_{rj}		a_{rn}	a_r
………………………………………………………….							
y_m	a_{m1}	a_{m2}		a_{mj}		a_{mn}	a_m

На этапе поиска первоначального опорного плана функция цели не учитывается. Если все свободные члены $a_1,\dots,a_m$ – неотрицательны, то переходим к следующему этапу – поиску оптимального опорного плана. Если среди чисел $a_1,\dots,a_m$ есть отрицательные, то действуем так же, как в случае линейного программирования. Пусть, например, $a_r < 0$. Тогда просматриваем r-ю строку и ищем в данной строке отрицательные числа.

Если r-я строка не содержат ни одного отрицательного числа, кроме a_r, то делаем вывод, что задача не имеет решения из-за отсутствия планов. Если r-я строка содержат отрицательные числа (например, $a_{rj} < 0$). То выбираем в качестве разрешающего соответствующий (в данном случае j-й) столбец, и делаем один шаг по методу Штифеля. Так поступаем до тех пор, пока не выйдем в область планов, или не докажем несовместность системы ограничений.

Итак, пусть в результате нескольких шагов метода жордановых исключений, мы получили жорданову таблицу:

Таблица 2

	$-x_1$	…	$-x_s$	$-y_{s+1}$	…	$-y_n$	1
y_1	b_{11}	…	b_{1s}	$b_{1,s+1}$	…	b_{1n}	b_1
…………………………………………………………..							
y_r	b_{r1}	…	b_{rs}	$b_{r,s+1}$	…	b_{rn}	b_r
x_{r+1}	$b_{r+1,1}$	…	$b_{r+1,s}$	$b_{r+1,s+1}$	…	$b_{r+1,n}$	b_{r+1}
………………………………………………………….							
x_m	b_{m1}	…	b_{ms}	$b_{m,s+1}$	…	b_{mn}	b_m

Предположим, что на данном этапе все $b_i \geq 0$, следовательно, таблице 2 соответствует опорный план задачи, координаты которого $x_1 = b_1, \ldots, x_s = b_s, \quad x_{s+1} = \cdots = x_n = 0$. Т.е.

$$X^0 = \left(b_1, \ldots, b_s, \quad \underbrace{0, \ldots, 0}_{n-s} \right).$$

Начиная с этого этапа, справа к таблице добавляем два столбца. В первый из них записываем числа α_i (координаты центра эллипсоидов функции цели), только в тех строках, которые соответствуют основным переменным исходной задачи (x_1, x_s). Остальные элементы данного столбца не заполняем. Во втором дополнительном столбце, только напротив переменных x_1, x_s записываем разности последних двух столбцов, т.е. числа $b_i - \alpha_i$. Внизу добавим дополнительную строку, в которой будем вычислять оценки свободных переменных – Δ_1, Δ_2, Δ_n.

В результате мы получим таблицу:

Таблица 3

	$-y_1$	…	$-y_s$	$-x_{s+1}$	…	$-x_n$	1	A	C
x_1	b_{11}	…	b_{1s}	$b_{1,s+1}$	…	b_{1n}	b_1	α_1	$b_1 - \alpha_1$
…………………………………………………………………………….									
x_s	b_{s1}	…	b_{ss}	$b_{s,s+1}$	…	b_{sn}	b_s	α_s	$b_s - \alpha_s$
y_{s+1}	$b_{s+1,1}$	…	$b_{s+1,s}$	$b_{s+1,s+1}$	…	$b_{s+1,n}$	b_{s+1}		
……………………………………………………………………………..									
y_m	b_{m1}	…	b_{ms}	$b_{m,s+1}$	…	b_{mn}	b_m		
	Δ_1		Δ_s	Δ_{s+1}		Δ_n			

Определим критерий, с помощью которого можно найденный опорный плана, а в случае его не оптимальности перейти к другому опорному плану, с большим значением функции цели.

Для нахождения указанного критерия осуществим один шаг по методу Штифеля, выбрав в качестве разрешающего столбца – пока произвольный столбец. Разрешающий элемент при этом естественно выбирается в данном столбце по минимальному симплексному отношению [ ]. Мы переходим к другому опорному плану, находящемуся в смежной вершине многогранника. Определим его координаты в трех случаях.

1. *Разрешающий элемент находится на пересечении игрековой строки и игрекового столбца* (например, совпадает с b_{ms}). В данном случае переменные $x_{s+1},\ldots,x_n$ останутся свободными, т.е. будут равны нулю, а базисные переменные $x_1,\ldots,x_s$ будут пересчитаны по формулам:

$$x_i' = b_i - b_{is}\cdot\frac{b_m}{b_{ms}} = b_i - b_{is}\cdot t_s \;\; (i=1,\ldots,s),$$

где $t_s = \dfrac{b_m}{b_{ms}}$ – минимальное симплексное отношение для выбранного столбца s.

Таким образом, новый опорный план будет иметь следующие координаты:

$$X^1 = \left(b_1 - b_{1s}\cdot t_s,\ldots,b_s - b_{ss}\cdot t_s,\quad \underbrace{0,\ldots,0}_{n-s} \right).$$

Вектор, соединяющий первый опорный план со вторым, будет иметь координаты:

$$\overline{X^0X^1} = \left(-b_{1s}\cdot t_s,\ldots,-b_{ss}\cdot t_s,\quad \underbrace{0,\ldots,0}_{n-s} \right).$$

Вектор, идущий из точки $A\left(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n\right)$ в первоначальный опорный план $X^0 = \left(b_1,\ldots,b_s,\quad \underbrace{0,\ldots,0}_{n-s} \right)$, имеет координаты:

$$\overline{AX^0} = \left(b_1-\alpha_1,\ldots,b_s-\alpha_s,-\alpha_{s+1},\ldots,-\alpha_n \right).$$

Найдем их скалярное произведение:

$$\overline{AX^0}\cdot\overline{X^0X^1} = -t_s\sum_{i=1}^{s} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right).$$

Очевидно, что знак скалярного произведения больше нуля (и, следовательно, угол между векторами $\overline{AX^0}$ и $\overline{X^0X^1}$ – тупой) тогда и только тогда, когда $\sum_{i=1}^{s} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right) < 0$. Обозначим через $\Delta_s = \sum_{i=1}^{s} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right)$, и назовем ее оценкой свободной переменной y_s. Очевидно, что в том случае, когда хотя бы одна из оценок Δ_s отрицательна – план X^0 не является оптимальным. Его можно улучшить, выбрав в качестве разрешающего – s-й столбец.

2. *Разрешающий элемент находится на пересечении иксовой строки и игрекового столбца* (например, совпадает с b_{ss}). В данном случае переменные $x_{s+1},\ldots,x_n$ останутся

свободными, и к ним еще добавится переменная x_s. Базисные переменные $x_1,\dots,x_{s-1}$ будут пересчитаны по формулам:

$$x_i' = b_i - b_{is}\cdot\frac{b_m}{b_{ms}} = b_i - b_{is}\cdot t_s \ (i = 1,\dots,s-1),$$

где $t_s = \dfrac{b_s}{b_{ss}}$ – минимальное симплексное отношение для выбранного столбца s.

Таким образом, новый опорный план будет иметь следующие координаты:

$$X^1 = \left(b_1 - b_{1s}\cdot t_s,\dots,b_{s-1} - b_{s-1,s}\cdot t_s,\quad \underbrace{0,\dots,0}_{n-s+1} \right).$$

Вектор, соединяющий первый опорный план со вторым будет иметь координаты:

$$\overline{X^0X^1} = \left(-b_{1s}\cdot t_s,\dots,-b_{s-1,s}\cdot t_s,\ -b_s,\quad \underbrace{0,\dots,0}_{n-s} \right).$$

Найдем их скалярное произведение:

$$\overline{AX^0}\cdot\overline{X^0X^1} = -t_s\sum_{i=1}^{s-1} b_{is}\left(b_i - \alpha_i\right) - b_s\left(b_s - \alpha_s\right) = -t_s\left(\sum_{i=1}^{s-1} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right) - \frac{b_s}{t_s}\left(b_s - \alpha_s\right)\right).$$

Учитывая, что $t_s = \dfrac{b_s}{b_{ss}}$, получим:

$$\overline{AX^0}\cdot\overline{X^0X^1} = -t_s\left(\sum_{i=1}^{s-1} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right) - b_{ss}\left(b_s - \alpha_s\right)\right) = -t_s\sum_{i=1}^{s} b_{is}\left(b_i-\alpha_i\right).$$

Т.е. в качестве оценки свободной переменной y_s вновь выступает $\Delta_s = \sum_{i=1}^{s} b_{is}\left(b_i - \alpha_i\right)$.

3. *Разрешающий элемент находится на пересечении игрековой строки и иксового столбца* (например, совпадает с b_{mn}). В данном случае переменные $x_{s+1},\dots,x_{n-1}$ останутся свободными, т.е. будут равны нулю, а базисные переменные $x_1,\dots,x_s,\ x_n$ будут пересчитаны по формулам:

$$x_i' = b_i' = b_i - b_{im}\cdot\frac{b_m}{b_{mm}} = b_i - b_{im}\cdot t_m \ (i = 1,\dots,s,\ n),$$

где $t_m = \dfrac{b_m}{b_{mm}}$ – минимальное симплексное отношение для выбранного столбца m.

Таким образом, новый опорный план будет иметь следующие координаты:

$$X^1 = \left(b_1 - b_{1m} \cdot t_m, \ldots, b_m - b_{mm} \cdot t_m, \quad \underbrace{0, \ldots, 0}_{n-s-1}, \ \frac{b_m}{b_{mm}} \right).$$

Вектор, соединяющий первый опорный план со вторым, будет иметь координаты:

$$\overline{X^0 X^1} = \left(-b_{1m} \cdot t_m, \ldots, -b_{mm} \cdot t_m, \quad \underbrace{0, \ldots, 0}_{n-s-1}, \ \frac{b_m}{b_{mm}} \right).$$

Найдем скалярное произведение:

$$\overline{AX^0} \cdot \overline{X^0 X^1} = -t_m \sum_{i=1}^{s} b_{im} \left(b_i - \alpha_i \right).$$

По-прежнему $\Delta_s = \sum_{i=1}^{s} b_{is} \left(b_i - \alpha_i \right)$ является оценкой свободной переменной y_s.

Итак, алгоритм поиска оптимального плана задачи заключается в следующем:

1) Для столбцов s таблицы 2.3. последовательно находим оценки $\Delta_s = \sum_{i=1}^{s} b_{is} \left(b_i - \alpha_i \right)$. ($s$ = 1, 2,…, n). Слагаемые суммы являются произведениями элементов s-го столбца и столбца «С». Причем в сумму входят только слагаемые, соответствующие базисным переменным x.
2) Если очередная оценка Δ_k окажется меньше нуля, то делаем вывод о том, что план представленный таблицей 3 не является оптимальным.
3) Переходим к новому опорному плану, выбрав в качестве разрешающего столбца – k-й столбец.
4) Процесс повторяется до тех пор, пока все оценки не станут положительными.

3. Пример решения задачи выпуклого программирования симплекс-методом

Пример 2.1. Найти максимум функции $z\left(X \right) = x_1^2 + x_2^2$ при условии выполнения системы ограничений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -3, \\ \qquad x_2 \leq 6, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 32, \\ x_1 + 4x_2 \geq 10, \\ x_1 \qquad \geq 2. \end{cases}$$

Решение. Сформулируем задачу в виде исходной жордановой таблицы:

Таблица 3.1

	$-x_1$	$-x_2$	1	t_{i1}
y_1	-1	1	3	-
y_2	0	1	6	-
y_3	5	2	32	35/5
y_4	-1	-4	-10	10
y_5	**-1**	0	-2	2

Среди свободных членов есть отрицательные числа, следовательно первоначально базисное решение не является опорным планом. Сделаем шаг методом модифицированных жордановых исключений, выбрав в качестве разрешающего столбца – первый столбец, а разрешающий элемент в нем выберем по минимальному симплексному отношению (для симплексных отношений отведем дополнительный столбец t_{i1}). Минимальное симплексное отношение приходится на элемент a_{51} = -1. Его и выберем в качестве разрешающего. После пересчета получим:

Таблица 3.2

	$-y_5$	$-x_2$	1	t_{i2}
y_1	-1	1	5	5
y_2	0	1	6	6
y_3	5	2	22	11
y_4	-1	-4	-8	2
x_1	-1	0	2	

Второй шаг совершается аналогично предыдущему. Выбирая в качестве разрешающего элемента – элемент a_{42} = -4, получим:

Таблица 3.3

	$-y_5$	$-y_4$	1	C	t_{i2}
y_1	-1.25	0.25	3	3	12
y_2	-0.25	0.25	4	4	16
y_3	4.5	0.5	18	18	36
x_2	0.25	-0.25	2	2	-
x_1	-1	0	2	2	-
Δ_s	-1.5	-0.5			-

Таблица 3.3 уже соответствует первоначальному плану, т.к. все свободные члены стали больше нуля. В данном примере дополнительный столбец «С» совпадает со столбцом свободных членов. Поэтому в дальнейшем мы его писать не будем. Вычисляем оценки свободных переменных. Они обе оказались меньше нуля, следовательно, первоначальный опорный план не является оптимальным. Его можно улучшить, выбрав разрешающий элемент либо в первом, либо во втором столбце. Остановимся на втором столбце. Минимальное симплексное отношение приходится на элемент a_{12} = 0,25. После пересчета получим:

Таблица. 3.4

	$-y_5$	$-y_1$	1	t_{i1}
y_4	-5	4	12	-
y_2	1	-1	1	1
y_3	7	-2	12	12/7
x_2	-1	1	5	-
x_1	-1	0	2	-
Δ_s	-7	5	-	-

Необходимо сделать еще два шага, для того, чтобы обе оценки свободных переменных стали неотрицательны:

Таблица 3.5

	$-y_2$	$-y_1$	1	t_{i2}
y_4	5	-1	17	-
y_5	1	-1	1	-
y_3	-7	5	5	1
x_2	1	0	6	-
x_1	1	-1	3	-
Δ_s	9	-3	-	-

Таблица 3.6

	$-y_2$	$-y_3$	1	t_{i2}
y_4	3,6	0,2	18	-
y_5	-0,4	0,2	2	-
y_1	-1,4	0,2	1	-
x_2	1	0	6	-
x_1	-0,4	0,2	4	-
Δ_s	4,4	0,8	-	-

В таблице обе оценки свободных переменных больше нуля. Опорный план $X = (4, 6)$ является оптимальным. В этом нетрудно убедится, решая задачу геометрически.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уксусов С.Н. Метод Штифеля и его применение в линейной алгебре и математическом программировании / С.Н. Уксусов // Учеб.-метод. пособие по спец. "Математика" 010100 для студентов 3-4 курсов мат. фак. Воронеж: ЛОП ВГУ, 2003. - 73 с. (http://window.edu.ru/resource/013/27013).
2. Уксусов С.Н. Задача определения рентабельности затрат на производство при условии хранения готовой продукции // С.Н. Уксусов, А.В. Соловьев // Экономика и менеджмент систем управления. 2014. Т. 11. № 1.3. С. 407-416.
3. Уксусов С.Н. Метод Штифеля в линейном программировании / С.Н. Уксусов // Стратегии развития – инновационно-инвестиционную активность : материалы регион. межвуз. науч.-прак. конф. (Воронеж, 15-18 апр. 2008 г.). – Воронеж, 2008. – Ч. II. – С. 19-24.
4. Уксусов С.Н Применение метода Штифеля при решении конфликтных ситуаций в теории игр / С.Н. Уксусов, Ю.Г. Морозов // Теория конфликта и ее приложения : материалы V-й Всерос. науч.-тех. конф. – Воронеж, 2008. – Ч. 1. – С. 259-262.
5. Уксусов С.Н. Решение задачи планирования производства методом жордановых исключений // С.Н. Уксусов, Ю.Д. Сергеев, А.Ю. Сергеева // Экономика и менеджмент систем управления. – Воронеж, 2013. Т. 10. № 4.2. С. 293-296.
6. Уксусов С.Н. Применение метода Штифеля в дробно-линейном программировании / С.Н. Уксусов, Ю.Г. Морозов // Экономический кризис России: социально-экономический, правовой и гуманитарный аспекты материалы региональной межвузовской научно-практической конференции. – Воронеж, 2009. С. 543-547.
7. Авдеев В.П., Белостоцкий А.А., Мышляев А.П. и др. Оперативный анализ и стимулирование человеко-машинного взаимодействия в промышленных системах // Приборы и системы управления. – 1978. – №1. – С. 10 – 12.
8. Бурков В.Н., Авдеев В.П., Мышляев Л.П. и др. К развитию человеко-машинного взаимодействия в АСУ // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1980. – № 4. – С. 103 – 108.
9. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Киселева Т.В. Двухканальные активные системы типа «советчик оператора» для управления металлургическими объектами: препринт – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 27 – 29.
10. Зильберова И.Ю., Петрова Н.Н., Зильберов Р.Д. Проблемы инженерной подготовки строительного производства и разработки организационно-технологической документации с использованием информационно-вычислительных систем // «Инженерный вестник Дона». № 4 (часть 2), 2012 г. http:// http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1293.

Рецензент: Статья рецензирована членами редколлегии журнала.

Zilberova Inna Yurevna
Rostov State University of Civil Engineering
Russia, Rostov-on-Don
E-mail: zilberova2011@yandex.ru

Mailyan Aleksandr Levonovich
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
Russia, Voronezh
E-mail: lrm@aaanet.ru

Barkalov Sergey Alekseevich
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
Russia, Voronezh
E-mail: sbarkalov@nm.ru

Uksusov Sergey Nikolaevich
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
Russia, Voronezh
E-mail: uksusov.s@mail.ru

Stiefel method in convex programming

Abstract. The work is devoted to investigate the possibility of applying the simplex method based on the method jordanovic exceptions, to the solution of problems of convex programming. This paper presents a method of Stiefel and its use in the management of the Presented methods jordanovic exceptions and modified jordanovic exceptions. Data conversion methods systems of linear equations are expressed in jordanovic tables. Considered the geometric meaning of the quadratic programming as applied to control problems. the proposed improvement of the basic plan tasks convex programming the simplex method. The examples proved that the solution of a convex programming problem, the simplex method proved to be simpler and more informative in the administrative sense than the traditional methods.

Keywords: convex programming; quadratic programming; simplex method; method jordanovic exceptions; the method of Stiefel; jordanovii table; geometrical set; system limitations; basic plan; level surface of the function.

REFERENCES

1. Uksusov S.N. Metod Shtifelya's vinegar and his application in linear algebra and mathematical programming / S.N. Uksusov // Studies. - a method. a grant on the special. "Mathematics" 010100 for students of 3-4 courses a mat. фак. Voronezh: LOP VSU, 2003. - 73 p. (http://window.edu.ru/resource/013/27013).
2. Uksusov S.N. Zadacha's vinegar of determination of profitability of costs of production on condition of storage of finished goods // S.N. Uksusov, A.V. Solovyov // Economy and management of control systems. 2014. T. 11. No. 1.3. P. 407-416.
3. S.N. Uksusov. Metod Shtifelya's vinegar in linear programming / S.N. Uksusov // development Strategy – innovative and investment activity: materials region. interhigher education institution. науч. - прак. конф. (Voronezh, 15-18 Apr. 2008). – Voronezh, 2008. – H. II. – P. 19-24.
4. S.N. Uksusov. Application of a method of Shtifel at the solution of conflict situations in the theory of games / S.N. Uksusov, Yu.G. Morozov // the Theory of the conflict and its appendix: materials V-th of Vseros. науч. - those. конф. – Voronezh, 2008. – P.1. – P. 259-262.
5. S.N. Uksusov. Solution of a problem of planning of production by method of Jordan exceptions // S.N. Uksusov, Yu.D. Sergeyev, A.Yu. Sergeyev // Economy and management of control systems. – Voronezh, 2013. T. 10. No. 4.2. P. 293-296.
6. S.N. Uksusov. Application of a method of Shtifel in fractional and linear programming / S.N. Uksusov, Yu.G. Morozov // the Economic crisis of Russia: social and economic, legal and humanitarian aspects materials of regional interuniversity scientific and practical conference. – Voronezh, 2009. P. 543-547.
7. Avdeev V.P., A.A. Belostotsky, A.P. Myshlyaev, etc. Operational analysis and stimulation of human-machine interaction in industrial systems // Devices and control systems. – 1978. – No. 1. – p. 10 – 12.
8. Burkov V.N., Avdeev V.P., Myshlyaev L.P. and others To the development of human-machine interaction in automated control system, Izv. universities. Ferrous metallurgy. – 1980. – No. 4. – P. 103 – 108.
9. Burkov V.N., Enaleev A.K., Kiselyova T.V. two-channel active system type "operator guide" to manage metallurgical objects: Preprint – M.: IPU Russian Academy of Sciences, 2014. – p. 27 – 29.
10. Zilberov I.Yu., Petrova N.N., Zilberov R.D. Problems of engineering preparation of construction of production and development of organizational-technological documentation with the use of information systems. // "Engineering journal of don". No. 4 (part 2), 2012, http://http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1293.