

УДК 69.04

**Воронкова Галина Вячеславна**

ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»  
Россия, Волгоград<sup>1</sup>  
Кандидат технических наук, доцент  
E-Mail: vvgala@mail.ru

**Пшеничкина Валерия Александровна**

ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»  
Россия, Волгоград  
Заведующий кафедрой «Строительные конструкции, основания и надежность сооружений»  
Доктор технических наук/Профессор  
E-Mail: vap\_hm@list.ru

## **Применение модели линейно деформируемого стохастического полупространства для расчета системы «балка - неоднородное основание»**

**Аннотация.** В расчетах конструкций на упругом основании и анализе напряженно-деформируемого состояния грунтовых толщ преобладающее развитие получили модели основания с однородными механическими характеристиками, хотя грунтовое основание представляет собой неоднородную дисперсную среду со случайно изменяющимися в пространстве и во времени физико-механическими характеристиками. Поэтому удовлетворительное решение задачи надежности и долговечности конструкции на упругом основании может быть получено только в вероятностной постановке с учетом переменных параметров жесткости основания.

Представлено решение части сложной комплексной задачи – выбор расчетной модели основания. Случайное поле физико-механических характеристик грунтового основания с учетом природной микро- и макронеоднородности рассматривается в виде суммы тренда и случайной составляющей, с помощью моментов распределения в корреляционном приближении. Исходными характеристиками для задания поля являются: среднее значение, спектр неоднородностей тренда и спектр случайных неоднородностей.

При расчете системы «балка - неоднородное основание» использован приближенный подход, заключающийся в систематическом выделении из решения такой его части, которая является решением задачи о балке, лежащей на винклеровском основании. Распределительная способность грунтового основания моделируется как добавка к основному решению в виде самоуравновешенной системы сил, деформирующих балку и основание. Самоуравновешенная система сил включает в себя детерминированную и вероятностную составляющие.

**Ключевые слова:** стохастическая модель; балка; математическое ожидание; случайное поле; полупространство; метод эквивалентного слоя.

---

<sup>1</sup> 400074, г.Волгоград, ул. Академическая, д.1

Расчетная модель конструкции, опирающейся на упругое основание, имеет самое широкое применение в теории сооружений. Эта модель применяется для расчета мостов и эстакад, подземных переходов и портовых пирсов, различного рода туннелей и многих других сооружений промышленного и гражданского строительства. При этом под упругим основанием подразумевается естественное грунтовое или свайное основание.

В расчетах конструкций на упругом основании и анализе напряженно-деформируемого состояния грунтовых толщ преобладающее развитие получили модели основания с однородными механическими характеристиками, хотя грунтовое основание представляет собой неоднородную дисперсную среду со случайно изменяющимися в пространстве и во времени физико-механическими характеристиками. Поэтому удовлетворительное решение задачи надежности и долговечности конструкции на упругом основании может быть получено только в вероятностной постановке с учетом переменных параметров жесткости основания.

Представления физико-механических характеристик грунтового основания  $\Pi(r)$  с учетом природной микро- и макронеоднородности в виде тренда и случайной (флуктуационной) составляющей являются оценками случайных полей

$$\Pi(r) = \bar{\Pi}(r) + \tilde{\Pi}(r), \quad (1)$$

Описание случайных полей типа (1) возможно только методами теории случайных функций. Задание случайного поля при помощи многомерных функций распределения практически невозможно, поэтому А.П. Пшеничкин [94] и Д.Н. Соболев [108] в своих работах описывают его с помощью моментов распределения в корреляционном приближении:

- математическое ожидание случайного поля

$$\bar{\Pi}(r) = m_{\Pi}(r) = M[\Pi(r)]; \quad (2)$$

- отклонение случайного поля от его математического ожидания (центрированное случайное поле)

$$\overset{0}{\Pi}(r) = \tilde{\Pi}(r) = \Pi(r) - \bar{\Pi}(r); \quad (3)$$

- дисперсия поля

$$D_{\Pi}(r) = M\{[\Pi(r)] - m_{\Pi}(r)\}^2 = M\left[\overset{0}{\Pi}(r)\right]^2; \quad (4)$$

- корреляционная функция случайного поля

$$K_{\Pi}(r_1, r_2) = M\{[\Pi(r_1) - m_{\Pi}(r_1)][\Pi(r_2) - m_{\Pi}(r_2)]\} = M[\overset{0}{\Pi}(r_2)\overset{0}{\Pi}(r_1)]. \quad (5)$$

Случайное поле (1) является статистически неоднородным анизотропным полем. Неоднородность поля связана с переменностью в пространстве геометрических координат математического ожидания. Случайная составляющая поля  $\tilde{\Pi}(r)$  представляется в виде однородного, анизотропного случайного поля. У статистически однородных анизотропных случайных полей  $\tilde{\Pi}(r)$  корреляционная функция  $K_{\Pi}(r_1, r_2)$  зависит не только от модуля вектора  $|\mathbf{r}| = r_1 - r_2$ , но и от его направления. Расстояния, на которых значения анизотропного случайного поля не коррелированы, различны по разным геометрическим координатам.

В описании полей неоднородности и расчетах системы «сооружение-основание» будем пользоваться спектральным представлением полей.

Пространственная спектральная плотность поля (пространственный спектр)  $S_{\Pi}(\chi)$  столь же полно характеризует неоднородность параметра, как и его корреляционная функция, но применение спектральной плотности дает наглядность в анализе поля. Корреляционная функция  $K_{\Pi}(r_1, r_2)$  связана косинус-преобразованием Фурье со спектральной функцией  $S_{\Pi}(\chi)$  поля:

$$K_{\Pi}(\rho) = \int_0^{\infty} S_{\Pi}(\chi) \cos \chi \rho d\chi, \quad (6)$$

$$S_{\Pi}(\chi) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{v+1} \int_0^{\infty} K_{\Pi}(\rho) \cos \chi \rho d\rho, \quad (7)$$

где  $v$  — число измерений пространства.

Пространственный спектр поля  $\tilde{\Pi}(r)$  определяется формулой (7) по полученному из опытов выражению для корреляционной функции  $K_{\Pi}(r_1, r_2)$ . Для удобства вычислений и построения дискретного спектра тренда производится центрирование  $\bar{\Pi}(r)$

$$\bar{\Pi}(r) = \Pi(r) - \bar{\Pi}, \quad (8)$$

тогда спектральное представление случайного поля (1) будет иметь вид

$$\Pi(r) = \bar{\Pi}(r) + \bar{\Pi}(r) + \tilde{\Pi}(r). \quad (9)$$

Спектральное представление поля параметров позволяет значительно упростить все решения в задачах взаимодействия сооружений с неоднородными грунтовыми основаниями. Исходными характеристиками для задания поля являются: среднее значение  $\bar{\Pi}$ , спектр неоднородностей тренда  $\bar{S}_{\Pi}(\chi_k)$  и спектр случайных неоднородностей  $S_{\Pi}(\chi_k)$  по (7):

$$\bar{S}_{\Pi}(\chi_k) = \sum_k A(\Pi)_k \delta(\chi - \chi_k), \quad (10)$$

$$S_{\Pi}(\chi) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^3 \int_0^{\infty} K_{\Pi}(\rho) \cos \chi \rho d\rho, \quad (11)$$

где  $A(\Pi)_k$  — амплитуда неоднородности тренда параметра  $\Pi$ , распределяемая дельта-функцией по волновым числам  $\chi_k$ . В спектральном представлении  $\bar{\Pi}(r)$  каждой амплитуде  $A(\Pi)_k$  соответствует своя координатная гармоническая функция  $\varphi_k(\chi_k | r)$ .

Линейно деформируемое однородное и изотропное полупространство характеризуется двумя модулями —  $E_0$  и  $\mu_0$ , — которые для практических расчетов принимаются постоянными величинами.

При расчете осадок основания методом эквивалентного слоя вместо модуля  $E_0$  используется коэффициент относительной сжимаемости  $a_v = \beta / E_0$ , где  $\beta = 1 + \frac{2\mu_0^2}{1 - \mu_0}$  — коэффициент, учитывающий боковое расширение грунта.

Спектральная плотность случайного поля коэффициента относительной сжимаемости

$$S_{a_v} = D_{a_v} S_{a_v}^H. \quad (12)$$

На величину дисперсии  $D_{a_v}$  в (2.16) оказывают влияние неоднородности  $a_v$  по всем геометрическим координатам пространства. В методе эквивалентного слоя пространственная задача уплотнения упругого полупространства сводится к одномерной, поэтому в модели неоднородного стохастического основания дисперсия будет определяться одномерным полем  $a_v(z)$ . Плановая неоднородность  $a_v(x, y)$  будет характеризоваться двумерной нормированной спектральной плотностью (двухмерным спектром)  $S_{a_v}^H(\chi_1, \chi_2)$ .

Если упругое полупространство будет однородным, то при загрузке его равномерно распределенной нагрузкой  $P$  произойдет однородное перемещение в виде средней осадки

$$\bar{S}_\infty = \bar{a}_v h_s P. \quad (13)$$

и неоднородное перемещение в виде деформационного тренда вследствие проявления распределительной способности основания

$$A_s \varphi(x, y) = \overset{0}{S}(x, y) - \bar{S}_\infty, \quad (14)$$

При неоднородных механических характеристиках  $\bar{a}_v(x, y) = \bar{a}_v + \overset{0}{a}_v(x, y)$  произойдет перемещение поверхности основания

$$\bar{S}(x, y) = \bar{S}_\infty + \overset{0}{S}(x, y) = \bar{S}_\infty + \overset{0}{a}_v(x, y) h_s P. \quad (15)$$

Произведя алгебраическое сложение самоуравновешенных поверхностей (14) и (15), получим центрированное математическое ожидание неоднородной осадки

$$\overset{0}{m}_s(x, y) = A_s \varphi(x, y) + \overset{0}{S}(x, y) = \sum_k \sum_\ell A_{k\ell} \varphi_{k\ell}(x, y). \quad (16)$$

Случайное поле перемещений поверхности основания

$$\tilde{S}(x, y) = \int_0^\infty \int_0^\infty A_v(\chi_1, \chi_2) \varphi_1(\chi_1, \chi_2 | x, y) d\chi_1 d\chi_2. \quad (17)$$

Спектральная плотность случайного поля осадки полупространства

$$S_s(\chi_1, \chi_2) = D_{a_v} S_{a_v}^H(\chi_1, \chi_2) |\varphi_1(\chi_1, \chi_2 | x, y)|^2. \quad (18)$$

Дисперсия осадки

$$D_s(x, y) = \int_0^\infty \int_0^\infty D_{a_v} S_{a_v}^H(\chi_1, \chi_2) |\varphi_1(\chi_1, \chi_2 | x, y)|^2 d\chi_1 d\chi_2. \quad (19)$$

Распределение дисперсии амплитуд случайного поля оседания земной поверхности по волновым числам непрерывного или дискретного спектра определяется нормированной спектральной плотностью поля  $S_{\Pi}^H(\chi_1, \chi_2)$ . Тогда расчетный спектр поля будет иметь вид

$$S_{\Pi}^H(\chi_1, \chi_2) = D_A S_{\Pi}^H(\chi_1, \chi_2). \quad (20)$$

Каноническое представление случайного поля оседания поверхности основания можно записать в виде

$$S(x, y) = m_s(x, y) + \sum_i \sum_j A_{ij} \varphi_{\Pi}(\chi_i, \chi_j | x, y), \quad (21)$$

где математическое ожидание определяется по формуле

$$m_s(x, y) = m_A \varphi(x, y), \quad (22)$$

Нормированные одномерные корреляционные функции и спектральные плотности физических и механических характеристик поля предложено аппроксимировать следующими выражениями:

- нормированная корреляционная функция

$$k_{\Pi}^H(\xi) = e^{-\alpha|\xi|} \cos \theta \xi; \quad (23)$$

- нормированная спектральная плотность

$$S_{\Pi}^H(\chi) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{(\varepsilon^2 + \chi^2)}{\varepsilon^4 + 2(\alpha^2 - \theta^2)\chi^2 + \chi^4},$$
$$\varepsilon^2 = \alpha^2 + \theta^2. \quad (24)$$

Параметры  $\alpha$  и  $\theta$  определяют вид спектральной плотности. Чем меньше значение  $\alpha$ , тем более узким является спектр случайной функции, а спектральная плотность становится узкополосной. Максимум спектральной плотности располагается на волновом числе  $\chi_i$ , совпадающем с волновым числом корреляционной функции  $\theta$ .

Так как площадь, ограниченная кривой  $S_{\Pi}^H(\chi)$ , равна 1, то узкополосные случайные функции, для которых отношение  $\alpha/\theta \ll 1$ , могут рассматриваться как квазигармонические корреляционные функции, спектральные плотности которых представляются в виде

$$K_{\Pi}(\xi) = D_{\Pi} \cos \theta \xi, \quad (25)$$

$$S_{\Pi}(\chi) = D_{\Pi} \delta(\chi - |\theta|). \quad (26)$$

Спектральная плотность  $S_{\Pi}^H(\chi)$ , постоянная в интервале волновых чисел  $(\chi_H, \chi_B)$ , определяется как

$$S_{\Pi}^H(\chi) = 1/(\chi_B - \chi_H). \quad (27)$$

При увеличении  $\alpha$  спектральная плотность становится широкополосной, а при  $\alpha \rightarrow \infty$  она будет характеризовать белый шум, для которого дисперсии на всех волновых числах  $\chi_i$  одинаковы.

Для двумерного случайного поля корреляционная функция имеет вид

$$K_{\Pi}^H(\tau, \eta) = e^{-\alpha_1|\tau| - \alpha_2|\eta|} \cos \theta_1 \tau \cos \theta_2 \eta. \quad (28)$$

Применительно к расчетной модели стохастического полупространства параметры неоднородности и дисперсия средней осадки основания определяются из расчета по методу эквивалентного слоя с использованием одномерной корреляционной функции  $K_{a_v}^H(z_1, z_2)$  и спектральной плотности  $S_{a_v}(\chi_3)$ , где геометрическая координата  $z$  и волновые числа  $\chi_3$  относятся к толще основания. Плановая неоднородность случайного поля осадки основания описывается нормированной спектральной плотностью  $S_{a_v}^H(\chi_1, \chi_2)$ .

При этом найденная из расчета эквивалентная одномерная дисперсия осадки  $D_s$ , принимается за квадрат случайной амплитуды  $A_s^2$  поля средней осадки  $S_0$  в рассматриваемой точке основания. Для одномерных в плане конструкций спектральная плотность поля осадки записывается в виде

$$S_s(\chi_1) = D_{s_1} S_{a_v}^H(\chi_1), \quad (29)$$

где  $D_{s_1} = A_s^2 / 2$  — дисперсия средней осадки одномерной в плане конструкции.

Если рассчитываются двумерные в плане конструкции, то спектральная плотность поля осадки основания представляется в виде

$$S_s(\chi_1, \chi_2) = D_{s_2} S_{a_v}^H(\chi_1, \chi_2), \quad (30)$$

где  $D_{s_2} = A_s^2 / 4$  — дисперсия двумерной в плане средней осадки основания.

Применение метода эквивалентного слоя и экспериментальных оценок нормированных спектров механических характеристик упругого грунтового полупространства дает весьма эффективный для практических приложений способ определения одномерных и двумерных в плане спектров случайных полей осадки основания в форме (29) и (30).

Для определения характеристик случайного поля осадок основания будем считать коэффициент относительной сжимаемости случайной функцией сжимаемой толщи грунтов основания, который в форме канонического представления имеет вид

$$a_v(z) = m_{a_v}(z) + \sum_k [A_k \cos \chi_k z + B_k \sin \chi_k z], \quad (31)$$

где  $M[A_k] = M[B_k] = 0$ ;  $D(A_k) = D(B_k) = D_k$ ;

$$D_k = \int_{\chi_k - \alpha}^{\chi_k + \alpha} S_{a_v}(\chi_3) d\chi_3 = D_{a_v} \int_{\chi_k - \alpha}^{\chi_k + \alpha} S_{a_v}^H(\chi_3) d\chi_3 = D_{a_v} d_k^H; \quad \alpha = \Delta\chi / 2; \quad \Delta\chi = \chi_{k+1} - \chi_k; \quad \sum_k d_k^H = 1;$$

$S_{a_v}^H(\chi_3) = S_{a_v}^H(\chi) = \sum_k d_k^H \delta(\chi - \chi_k)$  — одномерная спектральная плотность коэффициента относительной сжимаемости по глубине грунтового основания.

Подставляя случайную составляющую канонического представления (31) в формулу [1] вместо  $m_{a_v}$ , получим эквивалентную случайную амплитуду осадки одномерного случайного поля

$$\tilde{A}_s(z) = h_3 P \sum_k [A_k \cos \chi_k z + B_k \sin \chi_k z]. \quad (32)$$

Эквивалентная спектральная плотность случайного одномерного поля осадки

$$S_{s_3} = S_{a_v}(\chi) |F_s(\chi|z)|^2 = D_{a_v} \sum_k d_k^H |F_s(\chi|z)|^2 \delta(\chi - \chi_k). \quad (33)$$

Эквивалентная дисперсия случайного поля одномерной осадки основания

$$\begin{aligned} D_s &= \int_0^\infty S_{a_v}(\chi) \cdot |F_s(\chi|z)|^2 d\chi = D_{a_v} \sum_k d_k^H \int_0^\infty |F_s(\chi|z)|^2 \delta(\chi - \chi_k) d\chi = \\ &= D_{a_v} \sum_k d_k^H |F_s(\chi_k|z)|^2 = (h_3 P)^2 D_{a_v} \sum_k d_k^H = (h_3 P)^2 D_{a_v}, \end{aligned} \quad (34)$$

где  $F_s(\chi|z) = h_s P(\cos \chi z + \sin \chi z)$  — амплитудно-волновая характеристика одномерного деформирования основания.

Основной характеристикой метода расчета конструкций на стохастическом основании является возможная поверхность деформирования основания, которая рассматривается в виде суммы регулярной и случайной составляющих

$$S(x) = \bar{S}(x) + \tilde{S}(x), \quad (35)$$

где  $\bar{S}(x)$  означает детерминированную, а  $\tilde{S}(x)$  — случайную составляющие функции  $S(x)$ .

Центрированная (самоуравновешенная) нагрузка, вызывающая изгиб конструкции, определяется по формуле

$$q_{\mathcal{D}}(x) = C_{\mathcal{D}} \left\{ \left[ \overset{0}{\bar{S}}(x) + \tilde{S}(x) \right] - V(x) \right\}, \quad (36)$$

где  $\overset{0}{\bar{S}}(x)$  — центрированное относительно уровня  $S_0$  математическое ожидание осадки основания от действия уплотняющего давления при условии абсолютной гибкости конструкции;  $\tilde{S}(x)$  — случайная поверхность деформирования основания, центрированная относительно уровня  $\overset{0}{\bar{S}}(x)$ , определяемая также без учета жесткости конструкции;  $C_{\mathcal{D}} = \frac{q}{S_0}$  — коэффициент пропорциональности между уплотняющим давлением и осадкой;  $S_0$  — средняя осадка основания, полученная из условия равновесия конструкции, как штампа под действием внешней нагрузки и реакции грунта;  $V(x)$  — искомое перемещение системы «сооружение-основание» относительно центрированного состояния.

Уравнение изгиба балки под действием центрированной (самоуравновешенной) нагрузки, вызывающей изгиб конструкции, определяется формулой

$$EIV(x)^{IV} = q_{\mathcal{D}}(x). \quad (37)$$

При этом для конструкции конечной жесткости контактные напряжения определяются из решения дифференциального уравнения задачи с учетом следующей зависимости между давлением и осадкой:

$$P(x, y) = -C_3 V(x, y) + q_{\mathcal{D}}(x, y), \quad (38)$$

где  $V(x, y)$  — искомое перемещение системы «сооружение-основание»;  $q_{\mathcal{D}}(x, y) = k_s q_{\mathcal{D}}(x, y)$  — эквивалентная нагрузка на однородно-деформируемое полупространство в условиях одномерной задачи.

Эквивалентная нагрузка с учетом коэффициента неоднородности осадки основания

$$q_{\mathcal{D}}(x) = C_3 \{ S_0 [A_s \bar{\varphi}(x) + k_s \tilde{\varphi}(x)] - V(x) \}. \quad (39)$$

Подставив (2.45) в (2.46), получим

$$EIV(x)^{IV} + C_3 V(x) = C_3 \{ S_0 [A_s \bar{\varphi}(x) + k_s \tilde{\varphi}(x)] \}, \quad (40)$$

где  $A_s$  – коэффициент неоднородности детерминированной осадки;  $k_s = \frac{\sigma_s}{S_0}$  – коэффициент неоднородности случайной осадки основания;  $\sigma_s$  – стандарт осадки;  $\bar{\varphi}(x)$  и  $\varphi(x)$  – функции, описывающие изменение осадки по длине конструкции.

Данная модель может быть использована для приближенного решения задачи колебания балки на линейно деформируемом полупространстве в детерминированной и вероятностной постановках.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пшеничкин, А. П. Практический метод расчета конструкций на стохастическом основании. [Текст] / Надежность и долговечность строительных конструкций. Волгоград, 1974. - С. 6-24.
2. Соболев, Д. Н. Статистические модели упругого основания/ Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. - М.:МИСИ, 1973, 24 с.
3. Пшеничкина, В.А. Исследование случайных полей деформаций железнодорожного полотна на линии ст. Чум – ст.Лабытнаги Северной железной дороги [Текст] / В.А. Пшеничкина, Н. А. Шапошников - Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер.: Строительство и архитектура. – Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2011. – Вып.24 (43) – С.54-61.
4. Воронкова, Г.В. Динамический расчет балки на стохастическом основании [Текст] / Г. В. Воронкова, Н. А.Шапошников - Наука сегодня: теоретические аспекты и практика применения: сб. науч. тр. / Междунар. заоч. науч.-практ. конф., 28 окт. 2011г. – Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2011. – Ч.9. – С.164-164.
5. Пшеничкина, В.А. Колебания балки на стохастическом основании [Текст] / В. А. Пшеничкина, Н. А. Шапошников - Надежность и долговечность строительных материалов, конструкций и оснований фундаментов сб. науч. тр. VI Междунар. науч.-техн.конф., 13-14 октября 2011г. Волгоград. – Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2011.- С.263-270.
6. Дроздов, В.В. Инженерная методика оценки сейсмической надежности зданий по предельно допустимому риску / В.В. Дроздов, В.А. Пшеничкина, С.И. Евтушенко, - Интернет-Вестник ВолгГАСУ. 2013. № 2 (27). С. 10. Режим доступа: <http://vestnik.vgasu.ru>, свободный. Яз.рус.
7. Пшеничкина, В.А. Расчет зданий повышенной этажности по критерию предельного допустимого риска./ В.А. Пшеничкина, В.В. Дроздов - Электронный журнал «Современные проблемы науки и образования», №5, 2012. Режим доступа: <http://vestnik.vgasu.ru>, свободный. Яз.рус.



8. Воронкова, Г.В. Исследование совместной работы здания и свайного основания на действие вертикальных и горизонтальных нагрузок методом контурных и расчетных точек [Текст] / Г. В. Воронкова, Н. В. Купчикова, А. И. Сапожников - Надежность и долговечность строительных материалов, конструкций и оснований фундаментов : материалы V Междунар. науч.-техн. конф., Волгоград, 23-24 апр. 2009 г. : [в 3-х ч.]. - Волгоград : Изд-во ВолгГАСУ, 2009. - Ч. III. - С. 232-237. - Библиогр: с. 236-237. (3 назв.)
9. Воронкова, Г.В. Динамический расчет балки на стохастическом основании [Текст] / Г. В. Воронкова, Н. А. Шапошников - Наука сегодня: теоретические аспекты и практика применения : сб. науч. тр. по материалам Междунар. заоч. науч.-практ. конф., 28 окт. 2011 г. - Тамбов: Изд-во ТРОО "Бизнес-Наука-Общество", 2011. - Ч. 9. - С. 164-165.
10. Воронкова, Г.В. Колебания балки на стохастическом основании [Текст] // Научные основы стратегии развития АПК и сельских территорий в условиях ВТО : материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 70-летию образования ВолГАУ, 28 янв.-30 янв. 2014года, г. Волгоград. – Волгоград.
11. Воронкова, Г.В. Учет упругого основания при составлении матрицы откликов треугольного конечного элемента в смешанной форме метода конечных элементов [Текст] / Г. В. Воронкова, С.С. Рекунов Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер.: Строительство и архитектура. – Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2007. – Вып.8 (27) – С.45-47.

**Рецензент:** Заместитель Председателя Поволжского отделения Российской академии транспорта, академик РАТ, доктор технических наук, профессор Овчинников Игорь Георгиевич.

**Galina Voronkova**

Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering  
Russia, Volgograd  
E-Mail: [vvgala@mail.ru](mailto:vvgala@mail.ru)

**Valeriya Pshenichkina**

Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering  
Russia, Volgograd  
E-Mail: [vap\\_hm@list.ru](mailto:vap_hm@list.ru)

## **Application of stochastic model of linearly deformable halfspace for the calculation of the system "beam - inhomogeneous foundation"**

**Abstract.** The Abstract: In the calculations of structures on an elastic base and analysis of the stress-strain state of the ground strata predominant development model have received the base with uniform mechanical properties, although the foundation soil represents an inhomogeneous dispersion medium with randomly varying in space and time the physical and mechanical properties. Therefore, a satisfactory solution to the problem of reliability and durability of structures on an elastic base can only be obtained in the stochastic variables considering the stiffness of foundation.

Presents a solution of the complex problems - choice computational model base. Random field of physical and mechanical characteristics of the foundation soil, taking into account the natural micro- and macroinhomogeneity considered as the sum of the trend and the random component. using the moments of the distribution of the correlation approximation. Baseline characteristics for the task fields are: average value, spectrum of inhomogeneities of trend and spectrum of random inhomogeneities.

To the calculation of "beam - inhomogeneous foundation" is used approximate approach. This approach is the systematic allocation of a part of the solution, which solves the problem of a beam lying on Winkler foundation. Distribution capacity of soil foundation is modeled as an additive to the main solution in the form of self-balanced system of forces deforming the beam and the foundation. Self-balanced system of forces includes deterministic and probabilistic components.

**Keywords:** stochastic model; beam; mathematical expectation; random field; halfspace; method of the equivalent layer.

## REFERENCES

1. Pshenichkin, A. P. Prakticheskij metod rascheta konstrukcij na stohasticheskom osnovanii. [Tekst] / Nadezhnost' i dolgovechnost' stroitel'nyh konstrukcij. Volgograd, 1974. - S. 6-24.
2. Sobolev, D. N. Statisticheskie modeli uprugogo osnovanija/ Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni doktora tehniceskikh nauk. - M.:MISI, 1973, 24 s.
3. Pshenichkina, V.A. Issledovanie sluchajnyh polej deformacij zheleznodorozhnogo polotna na linii st. Chum – st.Labytnagi Severnoj zheleznoj dorogi [Tekst] / V.A. Pshenichkina, N. A. Shaposhnikov - Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Ser.: Stroitel'stvo i arhitektura. – Volgograd: Izd-vo VolgGASU, 2011. – Vyp.24 (43) – S.54-61.
4. Voronkova, G.V. Dinamicheskij raschet balki na stohasticheskom osnovanii [Tekst] / G. V. Voronkova, N. A. Shaposhnikov - Nauka segodnja: teoreticheskie aspekty i praktika primeneniya: sb. nauch. tr. / Mezhdunar. zaoch. nauch.-prakt. konf., 28 okt. 2011g. – Tambov: Izd-vo TROO «Biznes-Nauka-Obshhestvo», 2011. – Ch.9. – S.164-164.
5. Pshenichkina, V.A. Kolebanija balki na stohasticheskom osnovanii [Tekst] / V. A. Pshenichkina, N. A. Shaposhnikov - Nadezhnost' i dolgovechnost' stroitel'nyh materialov, konstrukcij i osnovanij fundamentov sb. nauch. tr. VI Mezhdunar. nauch.-tehn.konf., 13-14 oktjabrja 2011g. Volgograd. – Volgograd: Izd-vo VolgGASU, 2011.- S.263-270.
6. Drozdov, V.V. Inzhenernaja metodika ocenki sejsmicheskoj nadezhnosti zdaniy po predel'no dopustimomu risku / V.V. Drozdov, V.A. Pshenichkina, S.I. Evtushenko, - Internet-Vestnik VolgGASU. 2013. № 2 (27). S. 10. Rezhim dostupa: <http://vestnik.vgasu.ru>, [svobodnyj.jaz.rus](http://svobodnyj.jaz.rus).
7. Pshenichkina, V.A. Raschet zdaniy povyshennoj jetazhnosti po kriteriju predel'nogo dopustimogo riska./ V.A. Pshenichkina, V.V. Drozdov - Jelektronnyj zhurnal «Sovremennye problemy nauki i obrazovanija», №5, 2012. Rezhim dostupa: <http://vestnik.vgasu.ru>, [svobodnyj.jaz.rus](http://svobodnyj.jaz.rus).
8. Voronkova, G.V. Issledovanie sovместnoj raboty zdanija i svajnogo osnovanija na dejstvie vertikal'nyh i gorizonta'nyh nagruzok metodom konturnyh i raschetnyh toček [Tekst] / G. V. Voronkova, N. V. Kupchikova, A. I. Sapozhnikov - Nadezhnost' i dolgovechnost' stroitel'nyh materialov, konstrukcij i osnovanij fundamentov : materialy V Mezhdunar. nauch.-tehn. konf., Volgograd, 23-24 apr. 2009 g. : [v 3-h ch.]. - Volgograd : Izd-vo VolgGASU, 2009. - Ch. III. - S. 232-237. - Bibliogr: s. 236-237. (3 nazv.)
9. Voronkova, G.V. Dinamicheskij raschet balki na stohasticheskom osnovanii [Tekst] / G. V. Voronkova, N. A. Shaposhnikov - Nauka segodnja: teoreticheskie aspekty i praktika primeneniya : sb. nauch. tr. po materialam Mezhdunar. zaoch. nauch.-prakt. konf., 28 okt. 2011 g. - Tambov: Izd-vo TROO "Biznes-Nauka-Obshhestvo", 2011. - Ch. 9. - S. 164-165.
10. Voronkova, G.V. Kolebanija balki na stohasticheskom osnovanii [Tekst] // Nauchnye osnovy strategii razvitija APK i sel'skih territorij v uslovijah VTO : materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvjashh. 70-letiju obrazovanija VolGAU, 28 janv.-30 janv. 2014goda, g. Volgograd. – Volgograd.

11. Voronkova, G.V. Uchet uprugogo osnovaniya pri sostavlenii matricy otklikov treugol'nogo konechnogo jelementa v smeshannoj forme metoda konechnyh jelementov [Tekst] / G. V. Voronkova, S.S. Rekunov Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Ser.: Stroitel'stvo i arhitektura. – Volgograd: Izd-vo VolgASU, 2007. – Vyp.8 (27) – S.45-47.