

Интернет-журнал «Наукоедение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 9, №1 (2017) <http://naukovedenie.ru/vol9-1.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/15TVN117.pdf>

Статья опубликована 20.02.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:

Попов В.С., Черненко А.В. Математическое моделирование динамических процессов в вибрационном кавитаторе // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №1 (2017)

<http://naukovedenie.ru/PDF/15TVN117.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

Выполнено при поддержке гранта РФФИ 15-01-01604-а

УДК 532.517.2:539.3

Попов Виктор Сергеевич

ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», Россия, Саратов¹
Профессор кафедры «Прикладная математика и системный анализ»

Доктор технических наук

E-mail: vic_p@bk.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9582-7195>

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_items.asp?id=13615

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55627876864>

Черненко Александр Викторович

ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», Россия, Саратов
Магистрант

E-mail: 3chav@mail.ru

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_items.asp?id=819753

Математическое моделирование динамических процессов в вибрационном кавитаторе

Аннотация. В статье рассматривается механическая модель канала, стенки которого образованы упругой однородной пластиной, с различными видами опирания на концах, и жесткой пластиной. Между ними находится слой вязкой несжимаемой жидкости. Представленная механическая модель находится под воздействием гармонического виброускорения (канал установлен на вибрирующем основании). Используя метод приведенной массы, упругая пластина моделируется жесткой стенкой с упругой связью. Построена математическая модель рассматриваемого щелевого канала, которая представляет собой связанную систему уравнений динамики вязкой жидкости, уравнения динамики пластины, с соответствующими краевыми условиями. Решение поставленной математической модели производится методом возмущений в безразмерных переменных. В качестве малых параметров задачи выбраны относительная толщина слоя вязкой несжимаемой жидкости, и относительная амплитуда колебаний пластины как одномассовой системы. Использование метода возмущений дает возможность линеаризовать уравнения динамики жидкости. Найдены выражения для амплитудно-частотных характеристик пластины канала и давления в слое жидкости. Построены и исследованы амплитудные частотные характеристики коэффициента динамичности (отношение амплитудно-частотной характеристики динамического к статическому прогибу) и амплитудные частотные характеристики перемещения пластины и

¹ 410054, Саратов, Саратовская обл., Политехническая ул., 77

давления в жидкости на резонансных частотах. Произведены численные расчеты поведения амплитудно-частотных характеристик коэффициента динамичности и давления.

Ключевые слова: гидроупругие колебания; вязкая жидкость; пластина; оболочка; математическое моделирование; давление жидкости; амплитудно-частотные характеристики

Работа ряда вибрационных машин происходит в условиях взаимодействия их рабочих элементов с жидкостью [1-6]. Вследствие этого, возникает необходимость изучения взаимодействия рабочих элементов машин с жидкостью, находящейся между этими элементами, при условии вибрации элементов (канала) и пульсации давления жидкости [7-11]. В [12] рассмотрена задача об изгибных колебаниях полосы, погруженной в идеальную несжимаемую жидкость, имеющей свободную поверхность. Хаотические колебания упругой полосы при ее взаимодействии с потоком идеальной несжимаемой жидкости исследованы в [13], а колебания круглой пластины на свободной поверхности идеальной несжимаемой жидкости в [14]. В работе [15] поставлена и решена задача о колебаниях круглой пластины, погруженной в воду со свободной поверхностью. Задача об изгибных колебаниях стенки канала как балки-полоски, взаимодействующей с идеальной жидкостью, заполняющей канал, решена в [16]. В данной работе выполнено исследование причин возникновения вибрационной кавитации в охлаждающей жидкости, применительно к двигателю внутреннего сгорания.

С другой стороны, известны работы, в которых учитывается вязкость жидкости. В [17] выполнено исследование колебаний балки в потоке вязкой жидкости применительно к пьезопреобразователям. В [18] исследованы колебания консольнозакрепленной пластины, находящейся в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Исследованию демпфирующих свойств слоя вязкой жидкости, на котором происходят гармонические колебания бесконечно длинной балки посвящена работа [19]. Вместе с тем, представляет интерес исследование колебаний упругой стенки канала, взаимодействующей с вязкой жидкостью применительно к вибрационному кавитатору.

Рассмотрим схему вибрационного кавитатора, который может быть использован для обеззараживания жидкости [20]. Схема кавитатора представлена на рис. 1. Стенки 1, 2 образуют канал, который заполнен вязкой несжимаемой жидкостью 3. Стенка 2 обладает упругой податливостью и на основе метода приведенной массы моделируются одномассовой моделью, т.е. жесткой стенкой с упругим подвесом [4, 11, 21]. Ширина канала 2ℓ значительно больше b , его длины, а толщина слоя жидкости δ_0 значительно больше z_{2m} амплитуды колебания стенки. Введем декартовую систему координат x, y, z . Будем учитывать, что геометрический размер канала b во много раз превосходит размер ℓ , и считать, геометрический размер в направлении оси y неограниченным, то есть перейдем к рассмотрению плоской задачи. Канал располагается на виброосновании, которое совершает гармонические колебания. На торцах канала наблюдается свободное истечение в полости с давлением слева и справа P_0 .

Закон движения вибрирующего основания представим в виде:

$$z_0 = E_z \sin \omega t, \quad (1)$$

здесь: E_z - амплитуда колебаний основания; ω - частота; t - время.

Тогда виброускорение основания можно представить как $\ddot{z}_0 = -E_z \omega^2 \sin \omega t = -kg \sin \omega t$.
Здесь $E_z = kg/\omega^2$, k - коэффициент виброперегрузки, g - ускорение свободного падения.

Динамика вязкой жидкости, находящейся в канале между стенками плоского канала, описывается системой уравнений Навье-Стокса и уравнением неразрывности [4, 22, 23]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} &= -\ddot{z}_0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где: u_x, u_z - проекции вектора скорости жидкости на оси координат; p - давление; ρ, ν - плотность и коэффициент кинематической вязкости жидкости.

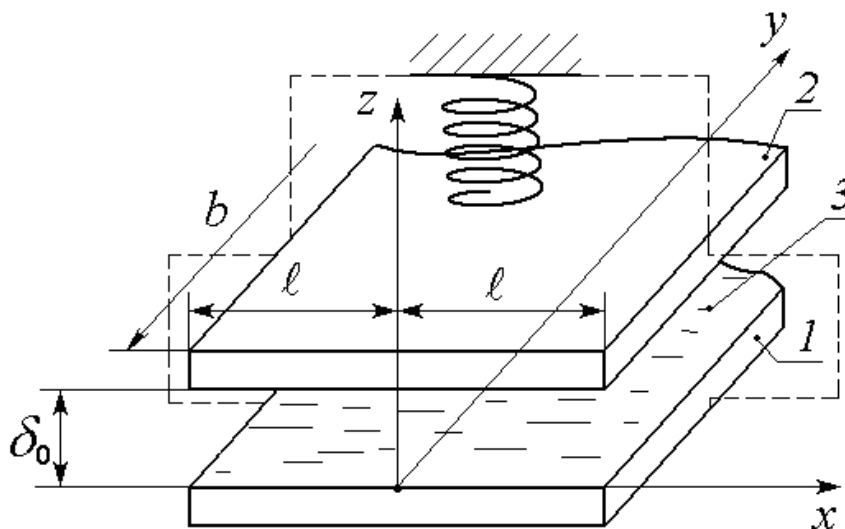


Рисунок 1. Расчетная схема вибрационного кавитатора (составлено авторами)

Краевые условия - условия прилипания жидкости к стенкам и условия свободного истечения на левом и правом торце [2, 4, 6, 21]:

$$u_x = 0, u_z = \dot{z}_2 \text{ при } z = \delta_0; u_x = 0, u_z = 0 \text{ при } z = 0, \quad (3)$$

$$p = p_0 - \rho \ddot{z}_0 (z - \delta_0 - z_2) \text{ при } x = -l, p = p_0 - \rho \ddot{z}_0 (z - \delta_0 - z_2) \text{ при } x = l, \quad (4)$$

здесь $z_2 = z_{2m} f_2(\omega t)$ - закон движения стенки 2.

Уравнения движения стенки 2 имеет следующий вид:

$$m_2 (\ddot{z}_2 + \ddot{z}_0) + n_2 z_2 = F, \quad (5)$$

здесь: m_2 - приведенная масса стенки 2; n_2 - приведенная жесткость упругого подвеса стенки 2, определяются по [3, 22, 23]. F - сила, действующая со стороны сдавливаемого слоя жидкости на пластину.

Выражения для силы F запишется как:

$$F = - \int_{0-l}^b \int_{-l}^l q_{zz} dx dy, \quad (6)$$

здесь $q_{zz} = -p + 2\rho\nu(\partial u_z/\partial z)$ - нормальное напряжение, действующее со стороны жидкости на стенку [23].

Введем безразмерные переменные

$$\psi = \delta_0/\ell \ll 1, \quad \lambda = z_{2m}/\delta_0 \ll 1, \quad \text{Re} = \delta_0^2 \omega/\nu, \quad \tau = \omega t, \quad \xi = x/\ell, \quad \zeta = z/\delta_0, \quad u_z = z_{2m} \omega U_\zeta, \\ u_x = z_{2m} \omega U_\xi / \psi, \quad p = p_0 + \rho \nu z_{2m} \omega (\delta_0 \psi^2)^{-1} P - \rho \ddot{z}_0 (z - \delta_0 - z_2). \quad (7)$$

Здесь ψ, λ, Re - параметры, характеризующие задачу.

Подставляя (7) в (3)-(6) получаем задачу упругогидродинамики в безразмерном виде, включающую в себя уравнения динамики жидкости

$$\text{Re} \left[\frac{\partial U_\xi}{\partial \tau} + \lambda \left(U_\xi \frac{\partial U_\xi}{\partial \xi} + U_\zeta \frac{\partial U_\xi}{\partial \zeta} \right) \right] = - \frac{\partial P}{\partial \xi} + \psi^2 \frac{\partial^2 U_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U_\xi}{\partial \zeta^2}; \\ \psi^2 \text{Re} \left[\frac{\partial U_\zeta}{\partial \tau} + \lambda \left(U_\xi \frac{\partial U_\zeta}{\partial \xi} + U_\zeta \frac{\partial U_\zeta}{\partial \zeta} \right) \right] = - \frac{\partial P}{\partial \zeta} + \psi^2 \left[\psi^2 \frac{\partial^2 U_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U_\zeta}{\partial \zeta^2} \right]; \quad (8) \\ \frac{\partial U_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial U_\zeta}{\partial \zeta} = 0,$$

и уравнения движения стенок канала

$$m_2 (\ddot{z}_2 + \ddot{z}_0) + n_2 z_2 = 2blp_0 + \frac{bl\rho\nu z_{2m}\omega}{\delta_0\psi^2} \int_{-1}^1 \left(P - 2\psi^2 \frac{\partial U_\zeta}{\partial \zeta} \right) d\xi, \quad (9)$$

где $m = 2\rho\delta_0 b\ell$ - масса жидкости в канале.

При этом граничные условия (4), (5) запишутся в виде

$$U_\xi = 0, \quad U_\zeta = \frac{df_2}{d\tau} \quad \text{при} \quad \zeta = 1 + \lambda f_2(\tau); \quad U_\xi = 0, \quad U_\zeta = 0 \quad \text{при} \quad \zeta = 0; \quad (10) \\ P = 0 \quad \text{при} \quad \xi = \pm 1.$$

Для тонкого слоя жидкости $\psi \ll 1$. В нулевом приближении по ψ уравнения (8) и (9) упрощаются, так как в них можно положить $\psi^2 = 0$.

Учитывая, что перемещение стенки 2 значительно меньше толщины слоя жидкости, можно утверждать, что $\lambda = o(1)$, $z_{1m}/z_{2m} = O(1)$. Тогда в нулевом приближении по λ , рассматривая асимптотическое разложение $P = P_0 + \lambda P_1 + \dots$, $U_\xi = U_{\xi 0} + \lambda U_{\xi 1} + \dots$, $U_\zeta = U_{\zeta 0} + \lambda U_{\zeta 1} + \dots$ получим линеаризованную задачу динамики жидкости в виде уравнений [2, 3, 4]

$$\operatorname{Re} \frac{\partial U_{\xi_0}}{\partial \tau} = -\frac{\partial P_0}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U_{\xi_0}}{\partial \zeta^2}, \quad \frac{\partial P_0}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial U_{\xi_0}}{\partial \xi} + \frac{\partial U_{\zeta_0}}{\partial \zeta} = 0, \quad (11)$$

и граничных условий

$$U_{\xi_0} = 0, \quad U_{\zeta_0} = \frac{df_2}{d\tau} \quad \text{при } \zeta = 1; \quad U_{\xi_0} = 0, \quad U_{\zeta_0} = 0 \quad \text{при } \zeta = 0; \quad (12)$$

$$P_0 = 0 \quad \text{при } \xi = \pm 1,$$

и уравнения движения абсолютно жесткой стенки канала

$$m_2(\ddot{z}_2 + \ddot{z}_0) + n_2 z_2 = 2blp_0 + bl\rho v z_{2m} \omega (\delta_0 \psi^2)^{-1} \int_{-1}^1 P_0 d\xi. \quad (13)$$

Решение задачи (11) с учетом граничных условий (12) при установившемся гармоническом законе вибрации позволяет записать давление в виде

$$P_0 = \frac{1}{2} (\xi^2 - 1) \left\langle \left[2\varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_2}{d\tau^2} + 12\gamma \frac{df_2}{d\tau} \right] \right\rangle, \quad (14)$$

где введены обозначения [3, 4]:

$$\varepsilon^2(\omega) = \operatorname{Re}/2, \quad \alpha(\omega) = \frac{r_1}{r_1^2 + r_2^2}, \quad \gamma(\omega) = -\frac{1}{6} \varepsilon^2(\omega) \frac{r_2}{r_1^2 + r_2^2}, \quad r_1 = 1 + \frac{r_3 - r_4}{\varepsilon(\omega)}, \quad r_2 = \frac{r_3 + r_4}{\varepsilon(\omega)},$$

$$r_3 = -\operatorname{sh} \varepsilon(\omega) / (\operatorname{ch} \varepsilon(\omega) + \cos \varepsilon(\omega)), \quad r_4 = \sin \varepsilon(\omega) / (\operatorname{ch} \varepsilon(\omega) + \cos \varepsilon(\omega)).$$

Уравнение (13) с учетом решения (14) примет вид

$$(m_2 + M)\ddot{z}_2 + 2K\dot{z}_2 + n_2 z_2 - M\ddot{z}_1 - 2K\dot{z}_1 = 2blp_0 - m_2 \ddot{z}_0, \quad (15)$$

здесь введены обозначения по [4, 13] $2K = 8lb\rho v (\delta_0 \psi^2)^{-1} \gamma$; $M = 4lb\rho v (\omega \delta_0 \psi^2)^{-1} \varepsilon^2 \alpha / 3$.

Решение уравнения (5) при гармоническом виброускорении основания (1) имеет вид

$$z_2 = \frac{2blp_0}{n_2} + kgA(\omega) \exp[i(\omega t + \operatorname{arctg}(2K\omega / ((m_2 + M)\omega^2 - n_2)))] \quad (16)$$

где $A(\omega) = \frac{m_2}{\sqrt{[(n_2 - (m_2 + M)\omega^2)]^2 + [2K\omega]^2}}$ - амплитудные частотные характеристики.

Приведенная масса m_2 и приведенная жесткость n_2 определены по методу приведенной массы [24, 25]. Рассмотрим шарнирное опирание пластины на торцах [26] в этом случае по

методу приведенной массы будем иметь $m_2 = \frac{17}{35} m_0$ и $n_2 = 48 \frac{EJ}{\ell_2^3}$.

Здесь $m_0 = 2bh_0 \ell_2 \rho_0$ - масса пластины; E - модуль Юнга материала пластины; $J = \frac{bh_0^3}{12}$ - момент инерции пластины; ρ_0 - плотность материала пластины.

Для расчета было принято, что стенка канала выполнена из стали с параметрами $\rho_0 = 7,87 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $h_0 = 0,005 \text{ м}$, $E = 1,96 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\mu_0 = 0,3$, $b = 0,27 \text{ м}$, $l = 0,09 \text{ м}$, $\rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 1,006 \cdot 10^{-6}, \text{ м}^2/\text{с}$.

Расчет амплитудно-частотных характеристик производился в безразмерных величинах $\frac{A(\omega)}{A(0)}$ в виде $A(0)$ в программе Maple [27], на основе полученных амплитудно-частотных характеристик был построен график в зависимости от ω при шарнирном опирании.

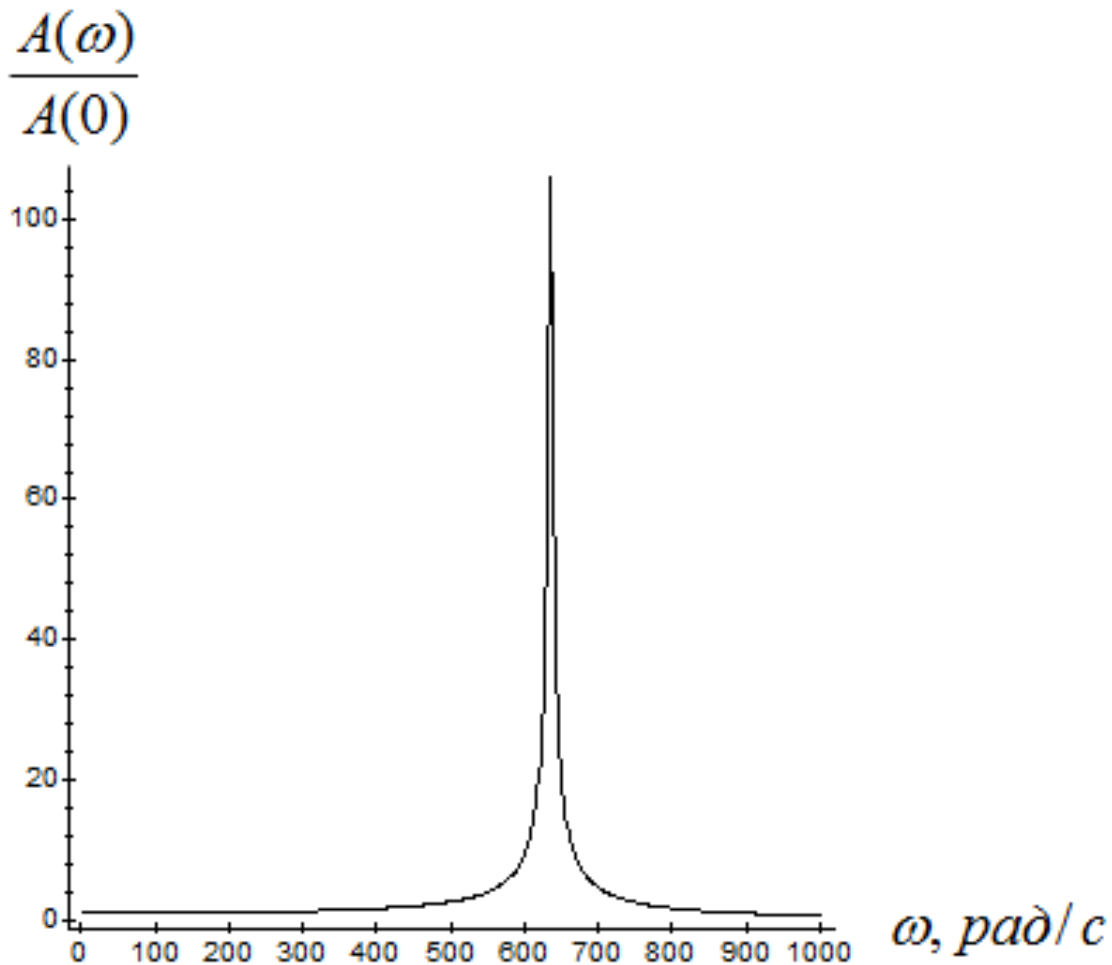


Рисунок 2. Зависимость амплитудных частотных характеристик от ω (составлено авторами)

Для сравнения также рассмотрим жесткое защемление пластины на торцах [26] в этом случае по методу приведенной массы будем иметь $m_2 = \frac{192}{4,73^4} m_0$ и $n_2 = 192 \frac{EJ}{\ell^3}$, которое представлено на рисунке 3.

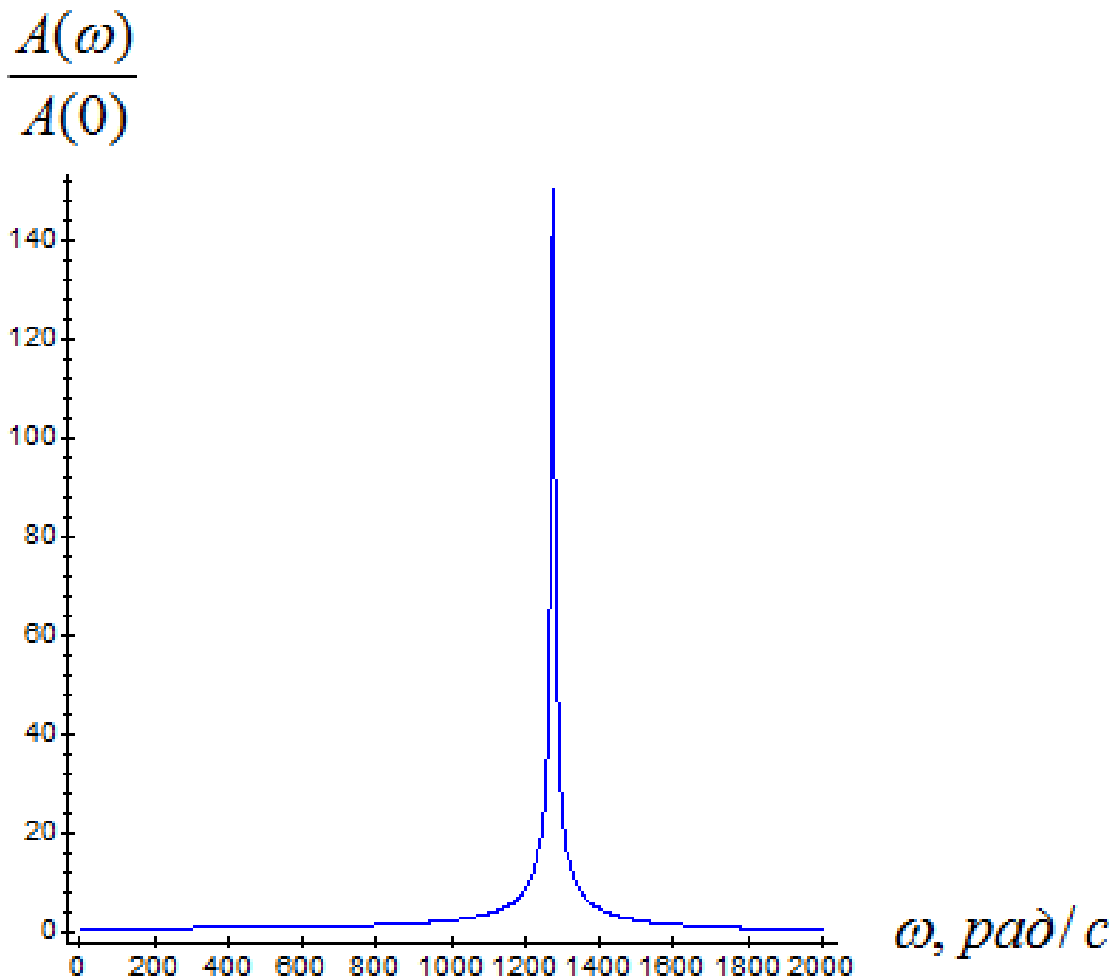


Рисунок 3. Зависимость амплитудных частотных характеристик от ω
 (составлено авторами)

Принимая во внимание безразмерные переменные (7), давление в размерном виде представляется как

$$p = p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + \frac{1}{2} \frac{\rho v \omega}{\delta_0 \psi^2} \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \left[-2\varepsilon^2 \alpha z_{2m} f_2 + \frac{12\gamma}{\omega} z_{2m} \frac{df_2(\omega t)}{dt} \right]$$

Или

$$\begin{aligned} p &= p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + \frac{1}{2} \frac{\rho v \omega}{\delta_0 \psi^2} \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \left[\frac{2\varepsilon^2 \alpha}{\omega^2} \ddot{z}_2 + \frac{12\gamma}{\omega} \dot{z}_2 \right] = \\ &= p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + \frac{1}{2} \frac{\rho v}{\delta_0 \psi^2} \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \left[\frac{2\varepsilon^2 \alpha}{\omega} \ddot{z}_2 + 12\gamma \dot{z}_2 \right] = \\ &= p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) [M_p \ddot{z}_2 + K_p \dot{z}_2] \end{aligned} \tag{17}$$

где
$$M_p = \frac{1}{2} \frac{\rho v}{\delta_0 \psi^2} \frac{2\varepsilon^2 \alpha}{\omega} = \frac{\rho v \alpha \varepsilon^2}{\delta_0 \psi^2 \omega}, \quad K_p = \frac{1}{2} \frac{\rho v}{\delta_0 \psi^2} 12\gamma$$

С учетом вида решения (16), давление можно представить в виде:

$$p = p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + kgA(\omega) \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \left[-M_p \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_2) + K_p \omega \cos(\omega t + \varphi_2) \right].$$

Или

$$p = p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + kgA_p(\omega) \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \sin(\omega t + \varphi_2 + \varphi)$$

где $A_p(\omega) = \sqrt{(M_p \omega^2)^2 + (2K_p \omega)^2} A(\omega)$ - АЧХ давления,

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{K_p \omega}{M_p \omega^2} = -\frac{K_p}{M_p \omega}$$

В итоге

$$p = p_0 - \rho \ddot{z}_0(z - \delta_0) + kgA_p(\omega) \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 - 1 \right) \sin(\omega t + \varphi_2 + \varphi) \quad (18)$$

Далее будем строить АЧХ давления для определения численного значения величин.

$$A_p(\omega) = \sqrt{(M_p \omega^2)^2 + (2K_p \omega)^2} A(\omega)$$

Где $A(\omega) = \frac{m_2}{\sqrt{[(n_2 - (m_2 + M)\omega^2)]^2 + [2K\omega]^2}}$ - была найдена ранее.

Т.е. получаем АЧХ давления для построения и исследования в виде

$$A_p(\omega) = \frac{m_2 \sqrt{(M_p \omega^2)^2 + (2K_p \omega)^2}}{\sqrt{[(n_2 - (m_2 + M)\omega^2)]^2 + [2K\omega]^2}}$$

Рассмотрим шарнирное опирание пластины на торцах [26] в этом случае по методу

приведенной массы будем иметь $m_2 = \frac{17}{35} m_0$ и $n_2 = 48 \frac{EJ}{\ell_2^3}$.

Здесь $m_0 = 2bh_0 \ell_2 \rho_0$ - масса пластины; E - модуль Юнга материала пластины; $J = \frac{bh_0^3}{12}$

- момент инерции пластины; ρ_0 - плотность материала пластины.

Расчет амплитудно-частотных характеристик давления производился в виде $A_p(\omega)$, для определения численных величин данного параметра в программе Maple [27], на основе полученных амплитудно-частотных характеристик давления были построены графики в зависимости от ω при шарнирном опирании, которое представлено на рисунке 4.

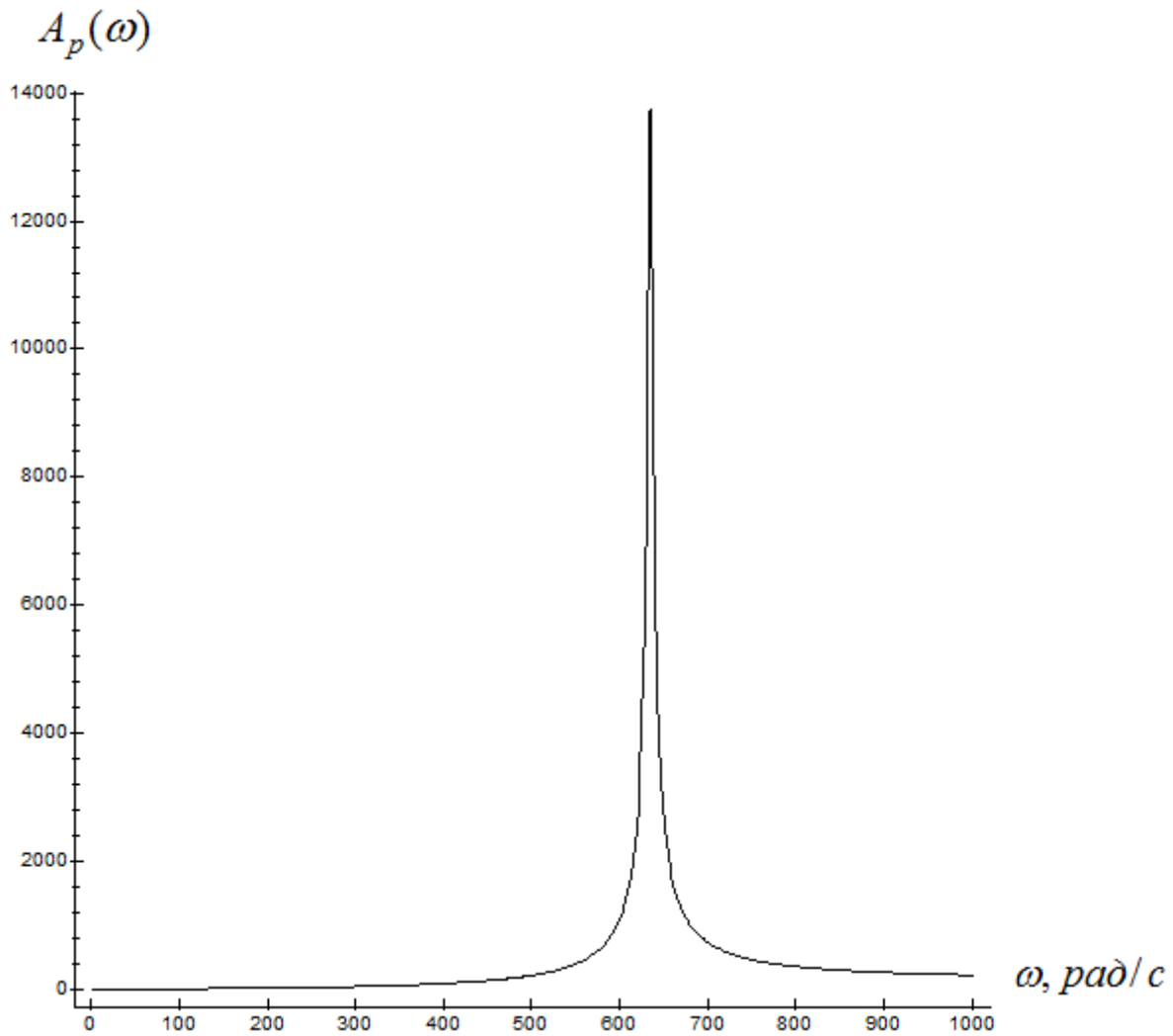


Рисунок 4. Зависимость амплитудных частотных характеристик от ω
(составлено авторами)

Для сравнения также рассмотрим жесткое защемление пластины на торцах [26] в этом случае по методу приведенной массы будем иметь $m_2 = \frac{192}{4,73^4} m_0$ и $n_2 = 192 \frac{EJ}{\ell_2^3}$, которое представлено на рисунке 5.

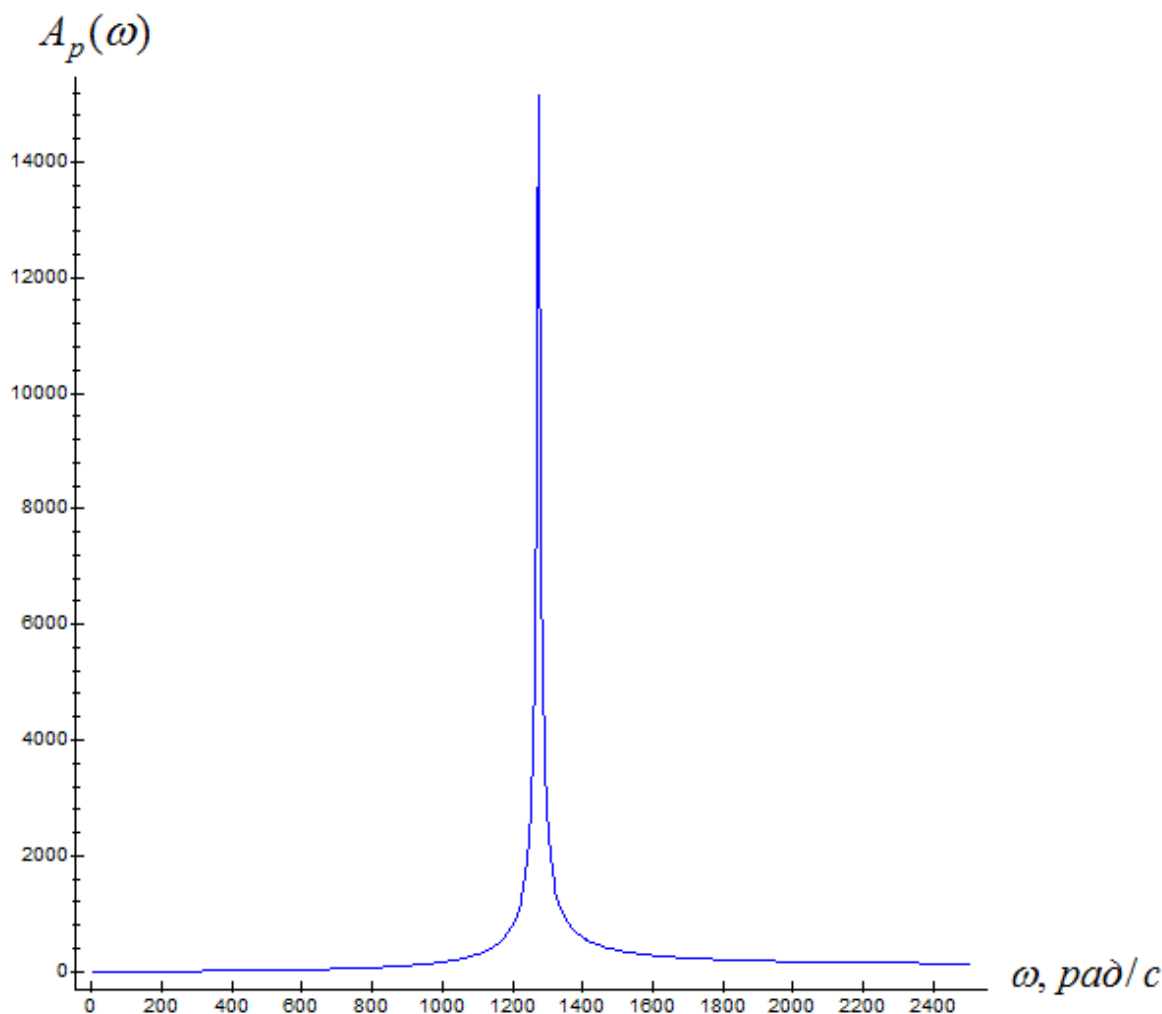


Рисунок 5. Зависимость амплитудных частотных характеристик от ω
(составлено авторами)

Решения и расчеты АЧХ перемещений стенки канала и давления в жидкости с помощью программы Maple позволяют сделать вывод, что на значение резонансных частот и амплитуд колебаний оказывает большое влияние вид опирания пластины. Расчеты АЧХ давления в жидкости показывают, что численное значение давления в центре канала превышает давления насыщенного пара на два-три порядка. Таким образом, расчетным путем показана возможность возбуждения путем вибрации кавитационного поля для обеззараживания жидкости, и возможность найти частоту вибрации - резонансную частоту, на которой возможен этот процесс, а также определить условия для проведения натурального эксперимента.

По полученным результатам при моделировании колебаний стенки и давления в центре канала вибрационного кавитатора на базе одномассовой модели можно сделать вывод, что разработанная математическая модель имеет практическое значение. В частности, предложенная математическая модель упругих колебаний стенок, может быть актуальна для создания безрегентных технологий очистки на базе эффекта вибрационной кавитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика. М.: Машиностроение, 1971. 672 с.
2. Попова А.А. Математическое моделирование динамических процессов в виброопоре с упругими элементами конструкции // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2007. Т. 1. №4. С. 25-31.
3. Могилевич Л.И., Попов В.С. Прикладная гидроупругость в машино- и приборостроении. Саратов: Саратовский ГАУ, 2003. 156 с.
4. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия упругих элементов вибромашины со сдвливаемым слоем жидкости, находящимся между ними // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. №4. С. 23-32.
5. Могилевич Л.И., Кондратов Д.В. Упругогидродинамика машин и приборов на транспорте. М.: РГОТУПС, 2007. 168 с.
6. Попова А.А. Математическое моделирование процессов взаимодействия вязкой жидкости с тонкостенными ребристыми элементами гидродинамических демпферов и трубопроводов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Саратовский государственный технический университет. Саратов, 2008. 174 с.
7. Агеев Р.В., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Движение вязкой жидкости в плоском канале, образованном вибрирующим штампом и шарнирно опертой пластиной // Труды МАИ. 2014. №78.
8. Агеев Р.В., Кузнецова Е.Л., Куликов Н.И., Могилевич Л.И., Попов В.С. Математическая модель движения пульсирующего слоя вязкой жидкости в канале с упругой стенкой // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. №3. С. 17-35.
9. Агеев Р.В., Могилевич Л.И., Попов В.С. Колебания стенок щелевого канала с вязкой жидкостью, образованного трехслойным и твердым дисками // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. №1. С. 3-11.
10. Grushenkova E.D., Mogilevich L.I., Popov V.S., Rabinsky L.N., Kuznetsova E.L. Mathematical model of three-layer plate interaction with viscous incompressible liquid layer under foundation vibration // Applied Mathematical Sciences. 2015. Т. 9. №112. С. 5551-5559.
11. Могилевич Л.И., Попов В.С. Исследование взаимодействия слоя вязкой несжимаемой жидкости со стенками канала, образованного соосными вибрирующими дисками // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2011. №3. С. 42-55.
12. Haddara M.R. and Cao S. A Study of the Dynamic Response of Submerged Rectangular Flat Plates // Marine Structures. Vol. 9. №10. 1996. P. 913-933.
13. Аврамов К.В., Стрельникова Е.А. Хаотические колебания пластинок при их двустороннем взаимодействии с потоком движущейся жидкости // Прикладная механика. 2014. Т. 50. №3. С. 86-93.
14. Amabili M. Vibrations of Circular Plates Resting on a Sloshing Liquid: Solution of the Fully Coupled Problem // Journal of Sound and Vibration. 2001. Vol. 245. №2. P. 261-283.

15. Askari E., Jeong K.-H., Amabili M., Hydroelastic Vibration of Circular Plates Immersed in a Liquid-filled Container with Free Surface // *Journal of Sound and Vibration*. 2013. Vol. 332. №12. P. 3064-3085.
16. Индейцев Д.А., Полипанов И.С., Соколов С.К. Расчет кавитационного ресурса втулки судовых двигателей // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1994. №4. С. 59-64.
17. Akcabay D.T., Young Y.L. Hydroelastic Response and Energy Harvesting Potential of Flexible Piezoelectric Beams in Viscous Flow // *Physics of Fluids*. 2012, Vol. 24. №5.
18. Faria Cassio T., Inman Daniel J. Modeling energy transport in a cantilevered Euler-Bernoulli beam actively vibrating in Newtonian fluid // *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol. 45. №2. 2014. P. 317-329.
19. Önsay T. Effects of layer thickness on the vibration response of a plate-fluid layer system // *Journal of Sound and Vibration*. 1993. Vol. 163. №2. P. 231-259.
20. Черненко А.В. Обеззараживание жидкости на основе эффекта вибрационной кавитации // *Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений*. 2014. Т. 1. №1 (41). С. 88-92.
21. Ageev R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A., Kondratov D.V. Mathematical model of pulsating viscous liquid layer movement in a flat channel with elastically fixed wall // *Applied Mathematical Sciences*. 2014. Т. 8. №157-160. С. 7899-7908.
22. Козлов В.Г. Устойчивость периодического движения жидкости в плоском канале // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1979. №6. С. 24-32.
23. Лойцянский Л.Г. механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
24. Курс сопротивления материалов // М.М. Филоненко-Бородич, С.И. Изюмов, В.А. Олисов, И.Н. Кудрявцев, Л.И. Мальгинов. М.: Гостехиздат. Ч. 1, 1955. 644 с., Ч. 2, 1956. 539 с.
25. Могилевич Л.И., Попов В.С. Динамика взаимодействия упругого цилиндра со слоем вязкой несжимаемой жидкости // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2004. №5. С. 179.
26. Попова А.А. Взаимодействие шарнирно закрепленной пластины со слоем вязкой жидкости // *Научные труды SWorld*. 2014. Т. 29. №4. С. 3-5.
27. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в Maple V. Математический пакет для всех. М.: Мир, 1997.

Popov Victor Sergeevich

Yuri Gagarin state technical university of Saratov, Russia, Saratov
E-mail: vic_p@bk.ru

Chernenko Aleksandr Viktorovich

Yuri Gagarin state technical university of Saratov, Russia, Saratov
E-mail: 3chav@mail.ru

Mathematical modeling of dynamic processes in vibration cavitator

Abstract. The article considers a mechanical model of the narrow channel which formed by elastic plate and a rigid one with various boundary conditions at the ends. Channel filled a viscous incompressible fluid and located on a vibration foundation. The dimensionless variables of the hydroelastic problem and its small parameters are suggested. The relative thickness of liquid layer and relative amplitude of channel wall oscillations are taken as small parameters. The elastic plate is modeled as one-mass system by equivalent mass method. The mathematical model of the narrow channel is built. It consist of fluid dynamics equation and plate dynamics equation, as well as appropriate boundary conditions. The hydroelasticity problem is linearized by perturbations method. The law of channel wall oscillations and hydrodynamic parameters distribution in liquid are defined. Frequency dependent function of dynamic pressure distribution along the channel and channel wall amplitude frequency characteristics are received. The calculations of channel wall amplitude frequency characteristics and liquid pressure at the channel center are done.

Keywords: hydroelastic oscillations; a viscous fluid; a plate; mathematical modeling; vibration cavitations; amplitude-frequency characteristics

REFERENCES

1. Basta T.M. Engineering hydraulics. Moscow: Mashinostroenie, 1971. 672.
2. Popov A.A. Mathematical modeling of dynamic processes in vibration support with elastic parts of constraction // Bulletin of Saratov state technical University. 2007. Vol. 1. No. 4. S. 25-31.
3. Mogilevich L.I., Popov V.S. Applied Hydroelasticity of Mashino-and Instrument Making: Saratov: Saratov State Agrarian University, 2003. p. 156.
4. Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. Dynamics of the interaction of elastic elements with the vibrator to compress a layer of fluid between them // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2010, Volume 39, Issue 4, pp. 322-331.
5. Mogilevich L.I., Kondratov D.V. Oppositionality machines and devices for transport. M.: RGOTUPS, 2007. p. 168.
6. Popov A.A. Mathematical modeling of the interaction of a viscous liquid with thin-walled ribbed elements of hydrodynamic dampers and pipelines. The dissertation on competition of a scientific degree of candidate of technical Sciences, Saratov state technical University. Saratov, 2008. 174 P.
7. Ageev, R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. Viscous liquid movement in a flat channel, formed by a vibrating stamp and simply supported plate // Journal "Trudy MAI" Moscow Aviation institute (National Research University). 2014. No. 78.
8. Ageev R.V., Kuznetsova E.L., Kulikov N.I., Mogilevich L.I., Popov V.S. Mathematical model of movement of a pulsing layer of viscous liquid in the channel with an elastic wall // PNRPU Mechanics Bulletin. 2014. No. 3. Pp. 17-35. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.02.

9. Ageev, R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S. the Vibrations of the walls of a slot channel with a viscous fluid formed by three-layer and solid disks // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2014, Volume 43, Issue 1, pp. 1-8.
10. Grushenkova E.D., Mogilevich L.I., Popov V.S., L.N. Rabinsky, Kuznetsova E.L. Mathematical model of three-layer plate interaction with viscous incompressible liquid layer under foundation vibration // *Applied Mathematical Sciences*. 2015. T. 9. No. 112. S. 5551-5559.
11. Mogilevich L.I., Popov V.S. Investigation of the interaction between a viscous incompressible fluid layer and walls of a channel formed by coaxial vibrating discs // *Fluid Dynamics*. 2011, Volume 46, Issue 3, pp 375-388.
12. Haddara M.R. and Cao S. A Study of the Dynamic Response of Submerged Rectangular Flat Plates // *Marine Structures*. Vol. 9. №10. 1996. P. 913-933.
13. Avramov K.V., Strelnikova E.A. Chaotic Vibrations of Plates Two-Sided Interacting with Flux of Moving Fluid // *Applied mechanics*. 2014. T. 50. №3. p. 86-93.
14. Amabili M. Vibrations of Circular Plates Resting on a Sloshing Liquid: Solution of the Fully Coupled Problem // *Journal of Sound and Vibration*. 2001. Vol. 245. №2. P. 261-283.
15. Askari E., Jeong K.-H., Amabili M., Hydroelastic Vibration of Circular Plates Immersed in a Liquid-filled Container with Free Surface // *Journal of Sound and Vibration*. 2013. Vol. 332. №12. P. 3064-3085.
16. Indeitsev D.A., Polipanov I.S., Sokolov S.K. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 1994, no.4, pp. 59-64.
17. Akcabay D.T., Young Y.L. Hydroelastic Response and Energy Harvesting Potential of Flexible Piezoelectric Beams in Viscous Flow // *Physics of Fluids*. 2012, Vol. 24. №5.
18. Faria Cassio T., Inman Daniel J. Modeling energy transport in a cantilevered Euler-Bernoulli beam actively vibrating in Newtonian fluid // *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol. 45. №2. 2014. P. 317-329.
19. Önsay T. Effects of layer thickness on the vibration response of a plate-fluid layer system // *Journal of Sound and Vibration*. 1993. Vol. 163. №2. P. 231-259.
20. Chernenko V.A. Disinfection liquid based on the effect of vibratory cavitation Improvement of methods of hydraulic calculations of culverts and water treatment facilities. 2014. Vol. 1. No. 1 (41). S. 88-92.
21. Ageev R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A., Kondratov D.V. Mathematical model of pulsating viscous liquid layer movement in a flat channel with elastically fixed wall // *Applied Mathematical Sciences*. 2014. Vol. 8. No. 157-160. S. 7899-7908.
22. Kozlov V.G. Stability of periodic motion of fluid in a planar channel // *Fluid Dynamics*. 1979, Volume 14, Issue 6, pp. 904-908.
23. Loytzyansky L.G. *Mechanics of liquid and gas*. M.: Drofa, 2003. 840 p.
24. The course of strength of materials // M.M. Filonenko-Borodich, S.I. Izyumov, V.A. Olisov, I.N. Kudryavtsev, L.I. Malginov. M: Gostekhizdat. H 1, 1955. 644 p., Part 2, 1956. 539 S.
25. Mogilevich L.I., Popov V.S. Dynamics of interaction of an elastic cylinder with a layer of viscous incompressible fluid // *Mech. Solids*. 39 (5), 146-155 (2004).
26. Popov A.A. The Interaction of a hinged plate with a layer of a viscous liquid // *proceedings SWorld*. 2014. Vol. 29. No. 4. S. 3-5.
27. Govorukhin, V.N., Cibulin V.G. *Introduction to the Maple Mathematical package for all*. M.: Mir, 1997.