Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 https://naukovedenie.ru/

Том 9, №6 (2017) https://naukovedenie.ru/vol9-6.php

URL статьи: https://naukovedenie.ru/PDF/16TVN617.pdf

Статья опубликована 27.11.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:
Спиридонов С.Б., Булатова И.Г., Постников В.М. Анализ подходов к выбору весовых коэффициентов критериев методом парного сравнения критериев // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №6 (2017) https://naukovedenie.ru/PDF/16TVN617.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 519.812.4

Спиридонов Сергей Борисович
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана», Россия, Москва[1]
Доцент кафедры «Системы обработки информации и управления»
E-mail: spirid@bmstu.ru

Булатова Ирина Георгиевна
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана», Россия, Москва
Доцент кафедры «Системы обработки информации и управления»
E-mail: bulatovaig@bmstu.ru

Постников Виталий Михайлович
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана», Россия, Москва
Доцент кафедры «Системы обработки информации и управления»
Кандидат технических наук
E-mail: postnikovvm@yandex.ru

Анализ подходов к выбору весовых коэффициентов критериев методом парного сравнения критериев

Аннотация. Рассмотрены подходы к парному сравнению критериев для оценки весовых коэффициентов критериев, составляющих ранжированный ряд. Исследуемые подходы учитывают либо фиксированные, либо плавающие показатели предпочтения критериев. Показатели предпочтения критериев задают в виде элементов квадратной матрицы парного сравнения критериев. При фиксированном предпочтении критериев используют шкалу с двумя уровнями градаций, а при плавающем предпочтении – с девятью уровнями градаций, применяемую в методе анализа иерархий.

Показано, что исследуемые подходы парного сравнения критериев, базирующиеся на фиксированном предпочтении критериев, в отличие от подходов плавающего предпочтения, учитывают только один из уровней предпочтения критериев: слабого, умеренного, сильного, очень сильного или настраиваемого лицом принимающим решение (ЛПР).

Проведено исследование рассматриваемых подходов парного сравнения критериев для линейно ранжированного ряда критериев, когда первый критерий этого ряда является наиболее важным. Показано, что при использовании подходов фиксированного предпочтения, весовые коэффициенты критериев являются членами убывающей арифметической прогрессии. При

[1] 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, кафедра ИУ5

использовании подхода плавающего предпочтения, на основе метода анализа иерархий, весовые коэффициенты критериев практически являются членами убывающей геометрической прогрессии.

Для каждого из подходов, ориентированных на фиксированное предпочтение критериев, составляющих линейно ранжированный ряд, получены простые аналитические выражения, позволяющие определять весовые коэффициенты критериев, а также их приращения, без построения матрицы парного сравнения этих критериев. Для каждого из этих подходов также получены простые аналитические выражения, позволяющие определять коэффициент наибольшего предпочтения показателей важности критериев. Этот коэффициент равен отношению весового коэффициента наиболее важного критерия к весовому коэффициенту наименее важного критерия при линейном порядке ранжирования критериев.

Даны рекомендации по практическому использованию рассмотренных подходов парного сравнения критериев для расчета весовых коэффициентов критериев, входящих в линейно ранжированный ряд критериев. Приведены результаты сравнительного анализа рассмотренных подходов парного сравнения критериев.

Ключевые слова: принятие решений; парное сравнение критериев; весовые коэффициенты критериев; показатели предпочтения критериев показатели важности критериев; арифметическая прогрессия; метод анализа иерархий

Введение

Повсеместное использование средств вычислительной техники ставит перед руководством предприятий вопросы приобретения оборудования и программного обеспечения с набором требуемых функций и эффективную организацию его обслуживания для удовлетворения потребностей пользователей. Поэтому перед лицом принимающим решение (ЛПР) обычно стоит задача сравнения альтернативных вариантов и их ранжирования по степени предпочтения для выбора наилучшего варианта из набора рассматриваемых альтернативных вариантов.

Как правило, эта задача принятия решения является многокритериальной. Ее решение предполагает использование интегрального критерия в виде аддитивной, мультипликативной, минимаксной, нелинейной или комбинированной свертки локальных критериев или в виде такой оценки, как «близость варианта к идеальному», «удаленность варианта от наихудшего», «запас варианта по параметрам технического задания» [1-3].

В состав интегрального критерия локальные критерии обычно входят с весовыми коэффициентами, учитывающими уровень важности каждого из этих локальных критериев.

Поэтому, для получения строго математически обоснованного результата выбора наилучшего варианта решения, ЛПР необходимо не только правильно выбрать необходимый набор локальных критериев, но и достаточно корректно оценить их весовые коэффициенты.

В связи с важностью задачи выбора критериев и оценки их весовых коэффициентов в последнее время появилась и бурно развивается математическая теория важности критериев (МТВК), составляющая одно из направлений теории принятия решения (ТПР) [4-5].

Одним из вопросов, решаемых МТВК, является выбор весовых коэффициентов критериев на основе их парного сравнения в условиях полной определенности. Основой для расчета весовых коэффициентов критериев является корректное ранжирование критериев по степени их важности [6].

Согласно [7] количество локальных критериев, учитываемых ЛПР при ранжировании, рекомендуется брать в пределах 7±2, но не более 10. Взаимный сравнительный анализ большего числа критериев ограничивается психологическими возможностями человека, в данном случае ЛПР, и, при дальнейшем увеличении числа критериев, у ЛПР могут возникнуть определенные затруднения при их сравнении и ранжировании.

В результате парного сравнения критериев, обычно получают либо линейный порядок ранжирования критериев, либо частично-линейный [8]. Формальная математическая запись этих двух вариантов ранжирования критериев K_i = 1,...n, по степени их важности, когда критерий K_1 является наиболее важным, может быть представлена, например, соответственно в виде (1) и (2):

$$K_1 \succ K_2 \succ K_3 \succ K_4 \succ K_5 \succ K_6 \succ K_7 \succ ..... \succ K_n \quad (1)$$

$$K_1 \succ K_2 \approx K_3 \succ K_4 \succ K_5 \approx K_6 \succ K_7 \succ ..... \succ K_n \quad (2)$$

где: n – количество критериев, отобранных ЛПР для сравнения вариантов.

Как видно из (2) при частично линейном порядке ранжирования критериев возможно наличие критериев, имеющих одинаковый показатель важности, например, в (2), это критерии K_2 и K_3, а также критерии K_5 и K_6. Критерии, имеющие одинаковые показатели важности, обычно называют связанными, при этом они также имеют и одинаковые весовые коэффициенты.

В практической деятельности используют разные подходы к выбору весовых коэффициентов критериев на основе парного сравнения этих критериев. Каждый из этих подходов имеет как достоинства, так и определенные недостатки и требует их детальной оценки, а также выработки рекомендаций по корректному использованию применяемых подходов. Особенно это касается линейного порядка ранжирования критериев, поскольку при этом возможно очень большое различие в весовых коэффициентах крайних критериев ранжированного ряда, являющихся наиболее и наименее важными критериями среди рассматриваемых [8-9].

В связи с этим, задача проведения сравнительного анализа подходов к выбору весовых коэффициентов критериев, составляющих в результате их парного сравнения, линейный порядок ранжирования, является весьма актуальной.

Постановка задачи

Провести сравнительный анализ подходов, использующих парное сравнение критериев, для выбора весовых коэффициентов критериев и дать рекомендации по их практическому использованию для линейно ранжированного ряда критериев.

Подход к решению задачи

При использовании метода парного сравнения критериев расчет весовых коэффициентов критериев обычно выполняют в следующем порядке [8, 9]:

- строят квадратную матрицу парного сравнения критериев размерностью n и заполняют ее коэффициентами k_{ij}, где $i = 1,...n$, $j = 1...n$, показывающими предпочтение критерия K_i по отношению к критерию K_j. Значения исходных коэффициентов k_{ij} зависят от используемого подхода к парному сравнению критериев;

- вычисляют показатели важности каждого из критериев k_i по следующей формуле:

$$k_i = \sum_{j=1}^{n} k_{ij}, \text{ где } i = 1,...n, \tag{3}$$

- вычисляют суммарный показатель важности всех критериев k_c по формуле:

$$k_c = \sum_{i=1}^{n} k_i, \tag{4}$$

- вычисляют весовые коэффициенты критериев α_i по формуле:

$$\alpha_i = \frac{k_i}{k_c}, \text{ где } i = 1,2.....n, \tag{5}$$

- проверяют выполнение условия нормировки критериев по формуле:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1. \tag{6}$$

При наличии линейного порядка ранжирования критериев, соответствующего условию (1), расчет весовых коэффициентов критериев существенно упрощается по сравнению с общим подходом, использующим выражения (3)-(6). Однако, следует иметь в виду, что значения весовых коэффициентов критериев всегда зависят от подхода, используемого для заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, показывающими превосходство критерия K_i по сравнению с критерием K_j Сравним влияние подходов парного сравнения критериев на весовые коэффициенты критериев для линейного порядка ранжирования критериев, соответствующего условию (1).

При сравнении подходов, применяемых для расчета весовых коэффициентов критериев, будем использовать следующие показатели:

Δ – шаг изменения показателей важности двух соседних критериев:

$$\Delta = k_i - k_{i+1}, \text{ где } i = 1,2,...(n-1), \tag{7}$$

Δ_α – шаг изменения весовых коэффициентов критериев, определяемый из выражения:

$$\Delta_\alpha = \frac{\Delta}{k_c}, \tag{8}$$

k_c – сумма показателей важности всех критериев, определяемая из матрицы парного сравнения этих критериев;

γ – показатель превосходства весового коэффициента наиболее важного критерия по сравнению с весовым коэффициентом наименее важного критерия, т. е. коэффициент наибольшего предпочтения показателей важности критериев, определяемый из выражения:

$$\gamma = \frac{k_i}{k_n} = \frac{\alpha_1}{\alpha_n}, \tag{9}$$

Подход 1

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (10).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом [10]:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1,2 & \text{если критерий } \mathrm{K}_i \text{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0,8 & \text{если критерий } \mathrm{K}_i \text{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 & \text{если критерии } \mathrm{K}_i \text{ и } \mathrm{K}_j \text{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \quad (10)$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 2$ при $i \neq j$.

При ранжировании критериев, соответствующих условию (1), после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, т. е. показателями предпочтения критериев, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,\dots n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом $\Delta = 1,2 - 0,8 = 0,4$.

При этом имеют место следующие выражения:

$$k_1 = (n-1)\cdot 1,2 + 1,$$

$$k_n = (n-1)\cdot 0,8 + 1,$$

$$k_i = k_1 - (i-1)\cdot \Delta.$$

Сумма показателей важности критериев может быть вычислена как сумме членов этой арифметической прогрессии по следующей формуле:

$$k_c = \frac{k_1 + k_n}{2}\cdot n = n^2.$$

После подстановки полученных значений k_i и k_c в (5) получаем следующую формулу для расчета весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_i = \frac{0,2\cdot(6n+1-2i)}{n^2}. \quad (11)$$

После подстановки значений Δ и k_c в формулу (8), а α_1 и α_n в формулу (9) соответственно получаем

$$\Delta_\alpha = \frac{\Delta}{k_c} = \frac{0,4}{n^2}, \quad (12)$$

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} = \frac{6n-1}{4n+1}. \quad (13)$$

Из (13) получаем, что при $n \to \infty$ имеем $\gamma \to 1,5$, но всегда $\gamma < 1,5$.

Поэтому применение этого подхода оправдано только тогда, когда имеет место слабое предпочтение критериев по отношению друг к другу и необходимо получить не существенное различие в весовых коэффициентах сравниваемых критериев, входящих в линейно ранжированный ряд критериев, близких по важности.

Подход 2

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (14).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом [11]:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1,5 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0,5 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 & \textit{если критерии } \mathrm{K}_i \textit{ и } \mathrm{K}_j \textit{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \qquad (14)$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 2$ при $i \neq j$.

При ранжировании критериев, соответствующих условию (1), после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,\dots n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом $\Delta = 1,5 - 0,5 = 1$.

При этом имеют место следующие выражения:

$$k_1 = (n-1)\cdot 1,5+1,$$

$$k_n = (n-1)\cdot 0,5+1,$$

$$k_i = k_1 - (i-1)\cdot\Delta.$$

Сумма показателей важности критериев может быть вычислена как сумме членов этой арифметической прогрессии по следующей формуле:

$$k_c = \frac{k_1 + k_n}{2}\cdot n = n^2.$$

После подстановки значений k_i и k_c в (5) получаем следующую формулу для расчета весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_i = \frac{0,5\cdot(3n+1)-i}{n^2}. \qquad (15)$$

После подстановки значений Δ и k_c в формулу (8), а α_1 и α_n в формулу (9) соответственно получаем:

$$\Delta_\alpha = \frac{1}{n^2}, \qquad (16)$$

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} = \frac{3n-1}{n+1} . \quad (17)$$

Из (17) получаем, что при $n \to \infty$ имеем $\gamma \to 3$, но всегда $\gamma < 3$.

Поэтому применение этого подхода оправдано только тогда, когда имеет место умеренное предпочтение критериев по отношению друг к другу и необходимо получить умеренное различие в весовых коэффициентах сравниваемых критериев, входящих в линейно ранжированный ряд критериев.

Подход 3

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (18).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом [12]:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0{,}5 & \textit{если критерии } \mathrm{K}_i \textit{ и } \mathrm{K}_j \textit{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \quad (18)$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 1$.

При линейном порядке ранжирования критериев после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,\ldots n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом равным единице.($\Delta = 1 - 0 = 1$).

При этом имеем: $k_1 = n$, $k_n = 1$, а $k_i = (n + 1 - i)$.

Сумма показателей важности критериев равна сумме членов этой арифметической прогрессии и может быть вычислена по следующей формуле:

$$k_c = \frac{n \cdot (n+1)}{2} .$$

После подстановки значений k_i и k_c в (5) получаем следующую формулу для расчета весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot (n+1-i)}{n \cdot (n+1)} . \quad (19)$$

Формула (19) для расчета весовых коэффициентов критериев впервые была предложена Фишберном [13]. Она проста, понятна и поэтому ее рекомендуют к практическому использованию в целом ряде работ, в частности [14-15], однако не всегда указывают правила ее применения. Следует иметь в виду, что использование формулы (19) предполагает, что все критерии являются членами линейно ранжированного ряда критериев, когда нет связанных критериев.

При использовании этого подхода к линейно ранжированному ряду критериев, используя формулы (8) и (9) соответственно получаем:

$$\Delta_\alpha = \frac{2}{n \cdot (n+1)} \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} = \frac{(n+1)-1}{(n+1)-n} = n \quad (21)$$

Согласно формуле (21) получаем, что коэффициент наибольшего предпочтения уровней важности критериев, т. е. показатель γ, равен числу критериев, линейно зависит от числа критериев, и не может быть изменен ЛПР в процессе проведения расчетов.

Поэтому применение этого подхода оправдано только тогда, когда имеет место явное предпочтение критериев по отношению друг к другу и необходимо получить сильное (существенное) различие в весовых коэффициентах сравниваемых критериев, входящих в линейно ранжированный ряд критериев.

Подход 4

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (22).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом [16]:

$$k_{ij} = \begin{cases} 2 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0 & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 & \textit{если критерии } \mathrm{K}_i \textit{ и } \mathrm{K}_j \textit{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \quad (22)$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 2$ при $i \neq j$.

Заполнение матрицы парных сравнений коэффициентами согласно условию (22) соответствует методу Уэя.

При линейном порядке ранжирования критериев, после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,\ldots n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом $\Delta = 2 - 0 = 2$.

При этом имеем:

$$k_1 = (n-1) \cdot 2 + 1,$$

$$k_n = 1,$$

$$k_i = k_1 - (i-1) \cdot \Delta = 2n + 1 - 2i.$$

Сумма показателей важности критериев может быть вычислена, как сумме членов этой арифметической прогрессии, по следующей формуле:

$$k_c = \frac{k_1 + k_n}{2} \cdot n = n^2.$$

После подстановки полученных значений k_i и k_c в (5) получаем следующую формулу для расчета весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_i = \frac{2n + 1 - 2i}{n^2}. \tag{23}$$

При использовании этого подхода к линейно ранжированному ряду критериев, используя формулы (8) и (9) соответственно получаем:

$$\Delta_\alpha = \frac{2}{n^2}, \tag{24}$$

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} = 2n - 1. \tag{25}$$

Из (25) получаем, что с увеличением числа сравниваемых критериев существенно возрастает γ-коэффициент наибольшего предпочтения показателей важности критериев. Это свидетельствует о том, что весовые коэффициенты наиболее и наименее важного из критериев линейно ранжированного ряда, отличаются почти в $2n$ раз.

Поэтому применение этого подхода оправдано только тогда, когда имеет место сильное предпочтение критериев по отношению друг к другу и необходимо получить очень сильное различие в весовых коэффициентах сравниваемых критериев, входящих в линейно ранжированный ряд критериев.

Подход 5

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (26).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом [8]:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 + h & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 - h & \textit{если критерий } \mathrm{K}_i \textit{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 & \textit{если критерии } \mathrm{K}_i \textit{ и } \mathrm{K}_j \textit{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \tag{26}$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 2$ при i≠j и $0 < h \le 1$.

Используя показатель h, ЛПР устанавливает фиксированное, постоянное различие между показателями предпочтения критериев линейно ранжированного ряда. В зависимости от значения h это различие может быть: очень слабое, слабое, умеренное, заметное, сильное, очень сильное.

При использовании данного подхода к линейно ранжированному ряду критериев, соответствующего условию (1), после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,...n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом $\Delta = h - (-h) = 2h$.

При этом имеем:

$$k_1 = (n-1)\cdot(1+h)+1 = n+nh-h,$$
$$k_n = (n-1)\cdot(1-h)+1 = n-nh+h,$$
$$k_i = k_1 - (i-1)\cdot 2h = n+nh+h-2hi.$$

Поскольку показатели важности критериев являются членами арифметической прогрессии, то их сумму можно вычислить по следующей формуле:

$k_c = \frac{k_1 + k_n}{2}\cdot n = n^2$. При использовании рассматриваемого подхода ЛПР в качестве исходных данных задает значение γ-коэффициента наибольшего предпочтения показателей важности критериев.

После подстановки значений k_i и k_c в (5) с учетом выражения (9) получаем:

- формулу для расчета показателя h матрицы парного сравнения критериев:

$$h = \frac{n\cdot(\gamma-1)}{(n-1)\cdot(\gamma+1)}, \tag{27}$$

- формулу для расчета весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда:

$$\alpha_i = 2\cdot\frac{(\gamma n-1)-i(\gamma-1)}{n\cdot(n-1)\cdot(\gamma+1)}. \tag{28}$$

При использовании этого подхода к линейно ранжированному ряду критериев, используя формулу (8), получаем формулу для расчета шага изменения весовых коэффициентов критериев:

$$\Delta_\alpha = \frac{2h}{n^2} = \frac{2(\gamma-1)}{n(n-1)\cdot(\gamma+1)}. \tag{29}$$

При γ = n формула (28) после преобразований приобретают вид формулы Фишберна, т. е. формулы (19). Формула (28) является более общей, чем формула Фишберна, поскольку позволяет определить весовые коэффициенты критериев линейно ранжированного ряда с учетом как количества критериев, так и значения γ-коэффициента наибольшего предпочтения показателей важности критериев.

Поэтому данный подход к оценке весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда является более универсальным по сравнению с ранее рассмотренными подходами. Этот подход позволяет ЛПР проводить расчет весовых коэффициентов критериев с учетом запланированного значения γ.

Подход 6

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно условию (30).

При использовании этого подхода к парному сравнению критериев, все диагональные элементы матрицы должны быть равны единице, а остальным элементам матрицы следует присвоить значения k_{ij} следующим образом:

$$k_{ij} = \begin{cases} 0,5+h & \text{если критерий } \mathrm{K}_i \text{ более важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 0,5-h & \text{если критерий } \mathrm{K}_i \text{ менее важен чем критерий } \mathrm{K}_j \\ 1 & \text{если критерии } \mathrm{K}_i \text{ и } \mathrm{K}_j \text{ имеют одинаковую важность} \end{cases} \qquad (30)$$

При этом обязательно должно быть выполнено условие $k_{ij} + k_{ji} = 1$ при $i \neq j$ и $0 < h \leq 0,5$.

При ранжировании критериев, соответствующих условию (1), после заполнения матрицы парного сравнения критериев коэффициентами k_{ij}, получаем, что показатели важности критериев k_i, где $i = 1,\dots n$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом $\Delta = 2h$.

При этом имеем:

$$k_1 = (n-1)\cdot(0,5+h)+1 = 0,5n+0,5+nh-h,$$
$$k_n = (n-1)\cdot(0,5-h)+1 = 0,5n+0,5-nh+h,$$
$$k_i = k_1 - (i-1)\cdot 2h = 0,5n+0,5+nh+h-2hi.$$

Сумма членов этой арифметической прогрессии равна:

$$k_c = \frac{n(n+1)}{2}.$$

ЛПР в качестве исходных данных задает значение γ-коэффициента наибольшего предпочтения уровней важности критериев.

После подстановки значений k_i и k_c в (5) с учетом выражения (9) получаем:

- формулу для расчета показателя h матрицы парного сравнения критериев:

$$h = \frac{(n+1)\cdot 0,5\cdot(\gamma-1)}{(n-1)\cdot(\gamma+1)}. \qquad (31)$$

- формулу для расчета весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда:

$$\alpha_i = 2\cdot\frac{(\gamma n-1)-i(\gamma-1)}{n\cdot(n-1)\cdot(\gamma+1)}. \qquad (32)$$

При использовании этого подхода к линейно ранжированному ряду критериев, используя формулу (8), получаем формулу для расчета шага изменения весовых коэффициентов критериев:

$$\Delta_\alpha = \frac{\Delta}{k_c} = \frac{2(\gamma-1)}{n(n-1)\cdot(\gamma+1)}. \qquad (33)$$

Формулы (32) и (33) идентичны соответственно формулам (28) и (29). Поэтому подход 5 и подход 6 дают одни и те же выражения для расчета весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда. Поэтому далее будем рассматривать подход 5, который находит более широкое применение, по сравнению с подходом 6.

Подход 7

Матрицу парного сравнения критериев заполняют коэффициентами k_{ij} согласно табл. 1 и следующего условия:

$$k_{ij} \cdot k_{ji} = 1 \quad (34)$$

При этом все диагональные элементы матрицы парных сравнений равны единице.

Это подход к парному сравнению критериев на основе плавающего предпочтения, использует метод анализа иерархий, один из самых распространенных методов парного сравнения критериев, разработанный Саати Т. Л. [17-19].

При использовании этого подхода ЛПР сначала формирует свои логические суждения о качественном уровне предпочтения критериев по отношению друг к другу, согласно табл. 1 столбец 2, а затем, используя вербально-числовую шкалу, переводит качественные значения предпочтения в количественные, табл. 1. столбец 3.

Таблица 1

Фундаментальная вербально- числовая шкала относительной предпочтительности критериев, используемая в методе анализа иерархий и предложенная Саати [18, с. 586]

№	Качественное определение уровня предпочтительности критериев	Количественное значение уровня предпочтительности критериев (k_{ij})
1	2	3
1	Равная предпочтительность	1
2	Слабая степень предпочтительности	2
3	Среднее степень предпочтительности	3
4	Предпочтительность выше среднего	4
5	Умеренно сильная предпочтительность	5
6	Сильная предпочтительность	6
7	Очень сильная предпочтительность	7
8	Очень, очень сильная предпочтительность	8
9	Абсолютная предпочтительность	9

Если в матрице парного сравнения критериев критерий строки (i) имеет определенное превосходство по сравнению с критерием столбца (j), то этому элементу матрицы присваивают соответствующее число k_{ij} из табл. 1 столбец 3.

Если же указанный в строке критерий не является доминирующим по отношению к критерию, указанному в столбце, то в соответствующий элемент матрицы записывают число обратное коэффициенту предпочтения, т. е. ($1/k_{ij}$), согласно условию (34).

Для того, чтобы результаты, полученные при использовании этого метода, были корректными, необходимо, чтобы матрица была полностью согласованной в суждениях ЛПР. Для этого необходимо выполнение следующих условий для элементов матрицы:

- условие согласованности элементов матрицы, которое имеет следующий вид: $k_{ik} = k_{ij} \cdot k_{jk}$.
- условие транзитивности элементов матрицы, согласно которому имеем, если $k_{ik} \geq k_{ij}$ и $k_{ij} \geq k_{jk}$, то $k_{ik} \geq k_{jk}$.

После заполнения матрицы парных сравнений, последовательно вычисляют значения C_i, т. е. собственные вектора критериев, используя следующую формулу:

$$C_i = (k_{i1} \cdot k_{i2} \cdots k_{in})^{1/n} \quad (35)$$

Далее определяют α_i, весовые коэффициенты этих критериев, по формуле:

$$\alpha_i = \frac{C_i}{\sum_{i=1}^{n} C_i} \quad (36)$$

В Приложении приведены результаты расчетов весовых коэффициентов критериев линейного порядка ранжирования, соответствующего условию (1), подходом плавающего предпочтения. Анализ этих результатов, показывающий влияние числа критериев на показатель γ, при использовании подхода плавающего предпочтения, приведен в табл. 2.

Оценка согласованности суждений ЛПР, показатель *ОС*, вычисленный по методике, приведенной в [17-18] приведен в табл. 2, строка 3. Поскольку все значения *ОС<0,1*, то суждения ЛПР согласованы и полученные результаты вычисления весовых коэффициентов, а следовательно и показателя γ, следует признать корректными.

Результаты исследований, приведенные в табл. 2, показывают, что в случае линейного порядка ранжирования критериев разброс значений весовых коэффициентов критериев, при использовании парного сравнения критериев на основе подхода плавающего предпочтения, значительно больше величины *n* и с ростом числа критериев приближается к величине *(2n-1)*.

Таблица 2

Оценка влияния числа критериев на величину γ при использовании метода плавающего предпочтения

n	3	4	5	6	7	8	9
$\gamma = \alpha_1/\alpha_n$	3,31	4,86	6,73	8,84	11,33	14,18	17,09
ОС	0,008	0,012	0,015	0,02	0,025	0,03	0,036

Составлена авторами

Подход 8

Парное сравнению критериев на основе экспоненциального плавающего предпочтения, использует мультипликативный метод анализа иерархий [19].

Этот метод обладает большей разрешающей способностью по сравнению с методом анализа иерархий и позволяет провести при необходимости более четкое ранжирование весовых коэффициентов критериев.

ЛПР сначала формирует свои логические суждения о качественном уровне предпочтения критериев по отношению друг к другу, согласно табл. 3, столбец 1, а затем, используя вербально-числовую шкалу, переводит качественные значения предпочтения в количественные, табл. 3, столбец 2, и формирует базовую матрицу парного сравнения критериев, элементами которой являются оценки δ_{ij}. Затем ЛПР на основе этой базовой матрицы формирует матрицу субъективной относительной важности парных сравнений критериев, осуществляя переход от оценок δ_{ij} к оценкам k_{ij}, табл. 3 и столбец 3.

Таблица 3

Вербально-числовая шкала относительной предпочтительности критериев, используемая в мультипликативном методе анализа иерархий [19, с. 124-125]

Качественное значение превосходства критериев			Количественное значение превосходства критериев	
1			2	3
			δ_{ij}	$K_{ij} = e^{p \cdot \delta_{ij}}$
F_j	Абсолютно превосходит	F_i	-10	0,000912
F_j	Очень сильно (намного) превосходит	F_i	-8	0,004
F_j	Сильно (явно) превосходит	F_i	-6	0,014
F_j	Умеренно превосходит	F_i	-4	0,06
F_j	Немного превосходит	F_i	-2	0,246
F_i	Примерно равно	F_j	0	0
F_i	Немного превосходит	F_j	2	4,06
F_i	Умеренно превосходит	F_j	4	16,44
F_i	Сильно (явно) превосходит	F_j	6	66,70
F_i	Очень сильно (намного) превосходит	F_j	8	270,40
F_i	Абсолютно превосходит	F_j	10	1095,84

Доработана авторами

Примечание.*p* – показатель, определяющий уровень превосходства критериев.

Поскольку для перехода от одной градации к другой, при построении шкалы важности критериев уровень этого превосходства, согласно табл. 3, столбец 2, равен двум баллам, т. е. $e^p = 2$ то $p = 0,7$.

В случае линейного порядка ранжирования критериев методом экспоненциального плавающего предпочтения, базовая матрица парного сравнения критериев и соответствующая ей матрица субъективной относительной важности парных сравнений критериев, на примере трех критериев, соответственно имеют вид, приведенный в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4

Базовая матрица парного сравнения критериев методом экспоненциального плавающего предпочтения

	K_1	K_2	K_3
K_1	0	2	4
K_2	-2	0	2
K_3	-4	-2	0

Составлена авторами

Таблица 5

Матрица субъективной относительной важности парных сравнений критериев методом экспоненциального плавающего предпочтения

	K_1	K_2	K_3	C_i	α_i
K_1	1	4,06	16,44	4,051	0,764
K_2	0,246	1	4,06	1	0,189
K_3	0,06	0,246	1	0,246	0,047

Составлена авторами

Так при n = 3, согласно результатов табл. 5, имеем $\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \frac{0,764}{0.047} = 16,255$.

При n = 4, согласно [8], имеем γ = 253,667. Имеет место тенденция очень резкого увеличение γ с ростом числа критериев, когда $\gamma > n^2$, что снижает возможность практического использования этого подхода для расчета весовых коэффициентов критериев линейного порядка ранжирования, соответствующего условию (1).

Согласно [20]. возможны различные упрощенные подходы к расчету весовых коэффициентов критериев при использовании методов анализа иерархий, однако подход, основанный на использовании выражений (35) и (36) является основным и широко используется на практике.

Сравнительный анализ весовых коэффициентов критериев, рассчитанных с помощью аналитических выражений, предложенных в данной статье для рассмотренных подходов парного сравнения критериев линейно ранжированного ряда, приведен в табл. 6-12.

Таблица 6

Значения весовых коэффициентов трех сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев.					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,3777	0,4444	0,5	0,5556	0,4766	0,5396
α_2	0,3333	0,3333	0,3333	0,3333	0,3333	0,297
α_3	0,2888	0,2222	0,1667	0,1111	0,1901	0,1634
Δ_α	0,0444	0,1111	0,1667	0,2222	0,1432	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_3$	1,3078	2	3	5	2,5 (*)	3,302

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 7

Значения весовых коэффициентов четырех сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,2875	0,34375	0,4	0,4375	0,375	0,4668
α_2	0,2625	0,28125	0,3	0,3125	0,2916	0,2776
α_3	0,2375	0,21875	0,2	0,1875	0,2083	0,1603
α_4	0,2125	0,15625	0,1	0,0625	0,125	0,0953
Δ_α	0,025	0,0625	0,1	0,125	0,0833	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_4$	1,353	2,2	4	7	3 (*)	4,8982

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 8

Значения весовых коэффициентов пяти сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения показателя					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,232	0,28	0,333	0,36	0,3	0,4174
α_2	0,216	0,24	0,267	0,28	0,25	0,2633
α_3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1604
α_4	0,184	0,16	0,133	0,12	0,15	0,0974
α_5	0,168	0,12	0,067	0,04	0,1	0,0615
Δ_α	0,016	0,04	0,067	0,08	0,05	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_5$	1,381	2,333	5	9	3 (*)	6,786

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 9

Значения весовых коэффициентов шести сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,194	0,236	0,286	0,306	0,25	0,3805
α_2	0,183	0,208	0,238	0,25	0,216	0,2514
α_3	0,172	0,181	0,191	0,194	0,183	0,1601
α_4	0,161	0,153	0,143	0,139	0,15	0,1008
α_5	0,15	0,125	0,095	0,083	0,117	0,0642
α_6	0,139	0,097	0,047	0,028	0,083	0,043
Δ_α	0,011	0,028	0,048	0,056	0,033	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_6$	1,4	2,432	6	11	3 (*)	8,848

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 10

Значения весовых коэффициентов семи сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5	Подход 7
α_1	0,1673	0,2042	0,25	0,2654	0,2381	0,3516
α_2	0,1592	0,1837	0,2143	0,2245	0,2064	0,2414
α_3	0,151	0,1633	0,1785	0,1837	0,1746	0,1596
α_4	0,1428	0,1428	0,1428	0,1428	0,1428	0,1041
α_5	0,1347	0,1224	0,1071	0,102	0,1111	0,0678
α_6	0,1266	0,102	0,0714	0,0612	0,0794	0,0448
α_7	0,1184	0,0816	0,0357	0,0204	0,0476	0,0307
Δ_α	0,00815	0,0204	0,0357	0,0408	0,03175	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_7$	1,413	2,5	7	13	5 (*)	11,453

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 11

Значения весовых коэффициентов восьми сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,1469	0,179	0,2222	0,2343	0,2083	0,328
α_2	0,14065	0,1635	0,1944	0,2031	0,1845	0,2319
α_3	0,1344	0,148	0,1666	0,1719	0,1607	0,1586
α_4	0,12815	0,1325	0,1388	0,1406	0,1369	0,1065
α_5	0,1219	0,117	0,1111	0,1094	0,1131	0,0712
α_6	0,11565	0,1015	0,0834	0,0782	0,0893	0,0479
α_7	0,1094	0,0860	0,0557	0,0469	0,0655	0,0328
α_8	0,10315	0,0705	0.0278	0,0156	0,0417	0,0231
Δ_α	0,00625	0,0155	0,0278	0,0312	0,0238	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_8$	1,424	2,54	8	15	5 (*)	14,2

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

Таблица 12

Значения весовых коэффициентов девяти сравниваемых критериев

Весовой коэффициент	Численные значения весовых коэффициентов критериев					
	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5 и 6	Подход 7
α_1	0,131	0,1604	0,2	0,2098	0,1851	0,31
α_2	0,1260	0,1481	0,1777	0,1852	0,1667	0,2243
α_3	0,121	0,1358	0,1555	0,1605	0,1481	0,1504
α_4	0,1160	0,1235	0,1333	0,1358	0,1296	0,1091
α_5	0,1111	0,1111	0,1111	0,1111	0,1111	0,0748
α_6	0,1061	0,0988	0,0888	0,0864	0,0926	0,0512
α_7	0,1011	0,0864	0,0666	0,0617	0,074	0,0372
α_8	0,0961	0,0741	0.0444	0,037	0,0555	0,0248
α_9	0,0911	0,0618	0,0222	0,0123	0,037	0,0182
Δ_α	0,005	0,0123	0,0222	0,0247	0,0185	-
$\gamma = \alpha_1/\alpha_9$	1,435	2,571	9	17	5 (*)	17,04

(*) – показатель γ задает ЛПР и на его основе с учетом рассматриваемого количества критериев по формулам (28) и (29) определяет весовые коэффициенты критериев (составлена авторами)

На основании анализа результатов, касающихся расчета весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда, приведенных в табл. 6-12, можно утверждать следующее:

- для каждого из подходов фиксированного предпочтения критериев (подходы 1-6), в результате парного сравнения критериев, при условии, что первый критерий является наиболее важным; весовые коэффициенты критериев являются членами убывающей арифметической прогрессии;
- каждый из рассмотренных подходов фиксированного предпочтения критериев, кроме подходов 5 и 6, имеет ограниченную область использования. Так, подход 5 ориентирован в основном на слабое предпочтение критериев, подход 2 – на умеренное предпочтение, подход 3 – на сильное предпочтение, а подход 4 – на очень сильное предпочтение критериев по отношению одного к другому;
- наиболее предпочтительным является использование подхода 5, позволяющего осуществлять настройку на режим требуемого предпочтения критериев;
- если в линейно упорядоченном ряду критериев содержится нечетное количество критериев, то весовой коэффициент среднего критерия ряда, независимо от используемого подхода, принимает одно и тоже значение, равное $1/n$. Если число критериев четное, то сумма весовых коэффициентов двух соседних центральных критериев составляет $2/n$;
- при расчете весовых коэффициентов критериев подходом плавающего предпочтения (подход 7) разброс весовых коэффициентов критериев, с ростом количества критериев, является существенным. Поэтому этот подход рекомендуется использовать тогда, когда требуется показать очень сильное предпочтение критериев относительно друг друга.

На основании результатов, приведенных в Приложении, для парного сравнения критериев на основе подхода 7 (метод анализа иерархий), были рассчитаны показатели отношения весовых коэффициентов соседних критериев линейно ранжированного ряда, для различного числа критериев этого ряда, при условии, что первый критерий является самым важным, которые даны в табл. 13.

В табл. 13 используются следующие обозначения:

α_{ij} – весовой коэффициент критерия $К_i$, входящего в линейно ранжированный ряд критериев, состоящий из j критериев. $i = 1,2…9$, $j = 3,4…9$.

β_{ij} – показатель отношения весового коэффициента критерия $К_{i+1}$ к весовому коэффициенту критерия $К_i$, входящих в линейно ранжированный ряд критериев, состоящий из j критериев.

β_{cj} – средний показатель отношения весовых коэффициентов соседних критериев, входящих в линейно ранжированный ряд из j критериев. Представляет знаменатель убывающей геометрической прогрессии весовых коэффициентов критериев, входящих в линейно ранжированный ряд из j критериев, который определяют из следующего выражения:

$$\beta_{cj} = \frac{1}{j-1} \cdot \sum_{i=1}^{j-1} \beta_{ij}.$$

δ_{cj} – максимальное отклонение показателей β_{ij} от среднего значения β_{cj}, определяемое по следующей формуле:

$$\delta_{cj} = \frac{\underset{i \in I}{nax}(\beta_{ij} - \beta_{cj})}{\beta_{cj}} \cdot 100.$$

Таблица 13

Значения показателей отношения весовых коэффициентов критериев, полученных на основе использования для парного сравнения критериев подхода 7 (метод анализа иерархий)

Показатели	Значения показателей сравниваемых весовых коэффициентов критериев						
	Три критерия	Четыре критерия	Пять критериев	Шесть критериев	Семь критериев	Восемь критериев	Девять критериев
	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$	$j = 7$	$j = 8$	$j = 9$
$\beta_{1j} = \alpha_{2j} / \alpha_{1j}$	0,5503	0,5945	0,631	0,6607	0,6858	0,707	0,7253
$\beta_{2j} = \alpha_{3j} / \alpha_{2j}$	0,5503	0,5775	0,6084	0,636	0,6618	0,6835	0,669
$\beta_{3j} = \alpha_{4j} / \alpha_{3j}$	-	0,5945	0,6084	0,63	0,6518	0,6721	0,7253
$\beta_{4j} = \alpha_{5j} / \alpha_{4j}$	-	-	0,631	0,636	0,6518	0,6688	0,6853
$\beta_{5j} = \alpha_{6j} / \alpha_{5j}$	-	-	-	0,6607	0,6618	0,6721	0,6853
$\beta_{6j} = \alpha_{7j} / \alpha_{6j}$	-	-	-	-	0,6858	0,6835	0,7253
$\beta_{7j} = \alpha_{8j} / \alpha_{7j}$	-	-	-	-	-	0,707	0,669
$\beta_{8j} = \alpha_{9j} / \alpha_{8j}$	-	-	-	-	-	-	0,7253
β_{cj}	0,5503	0,5888	0,6212	0,6443	0,6655	0,6848	0,7011
δ_{cj} %	0,0	1,8	1,9	2,4	3,1	3,3	4,6

Составлена авторами

Анализ результатов, приведенных в табл. 13, позволяет утверждать, что при парном сравнении критериев, согласно подходу 7, основанному на использовании метода анализа иерархий, изменение весовых коэффициентов критериев практически соответствует убывающей геометрической прогрессии со знаменателем β_{ci}, где $i = 1,2…n$.

При этом δ_{ci} – наибольшее отличие результатов весовых коэффициентов критериев, полученных методом анализа иерархий от результатов геометрической прогрессии, составляет менее 5 % при девяти критериях, и существенно уменьшается с уменьшением числа сравниваемых критериев, так при шести критериях составляет менее 2,5 %.

Выводы

1. Рассмотрены подходы фиксированного и плавающего (на основе метода анализа иерархий) предпочтений критериев, применяемые при расчете весовых коэффициентов локальных критериев методом их парного сравнения. Проведен сравнительный анализ рассмотренных подходов применительно к линейно ранжированному ряду критериев.

2. Показано, что при использовании фиксированного предпочтения критериев для линейно ранжированного ряда критериев, когда первый критерий ряда является наиболее важным, весовые коэффициенты критериев являются членами убывающей арифметической прогрессии.

3. Показано, что при использовании плавающего предпочтения критериев, основанного на методе анализа иерархий, для линейно ранжированного ряда критериев, когда первый критерий ряда является наиболее важным, весовые коэффициенты критериев практически являются членами убывающей геометрической прогрессии. Различие результатов составляет менее 5 % при девяти критериях и существенно уменьшается с уменьшением количества сравниваемых критериев.

4. Показано, что наиболее предпочтительным для ЛПР, при расчете весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда, является использование подхода 5, позволяющего производить настройку коэффициента наибольшего предпочтения показателей важности критериев, т. е. отношение весовых коэффициентов наиболее и наименее важных критериев. Этот универсальный подход позволяет выполнить настройку на любое предпочтение крайних критериев ряда друг к другу, в том числе слабое, умеренное, сильное, очень сильное.

5. Получены простые аналитические выражения, позволяющие при использовании подходов фиксированного предпочтения критериев, определять весовые коэффициенты критериев линейно ранжированного ряда без построения матриц парного сравнения критериев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Постников В. М., Черненький В. М. Методы принятия решений в системах организационного управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 205 с.

2. Зак Ю. А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации. М.: Экономика, 2014. 455 с.

3. Баранова Е. К., Бабаш А. В. Информационная безопасность и защита информации. РИОР, ИНФРА-М. 2014. 256 с.

4. Подиновский В. В., Потапов М. А., Нелюбин А. П., Подиновская О. В. Теория важности критериев: современное состояние и направления дальнейшего ее развития // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. ВСПУ-2014. М.: 16-19 июня 2014. https://cmd.hse.ru/data/2014/07/04/1309163886/ВСПУ-2014.(Подиновский et.al).pdf.

5. Броневич А. Г., Розенберг И. Н. Применение моделей неточных вероятностей в математической теории важности критериев // Автоматика и телемеханика. 2017. №8. С. 127-144.

6. Мендель А. В. Модели принятия решений: учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ-ДАНА 2010. 463 с.

7. Емельянов С. В., Ларичев О. И. Многокритериальные методы принятия решений. М.: Знание, 1985. 32 с.

8. Постников В. М., Спиридонов С. Б. Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев // Наука и образование. М.: МГТУ. Электрон. журн. 2015. № 6. DOI: 10.7463/0615.0780334.

9. Постников В. М., Спиридонов С. Б. Выбор весовых коэффициентов локальных критериев на основе принципа арифметической прогрессии // Наука и образование. М.: МГТУ. Электрон. журн. 2015. № 9 DOI: 10.7463/0915.0802449.

10. Верховодко М. Г. Применение метода попарных сравнений для оценки уровня доверия между предприятием и его поставщиками // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. 2014. №1. С. 280-286.

11. Шилин А. И. Коптелова И. А. Теория принятия решений в проектировании информационно-измерительной техники. Волгоград: ВолГУ, 2012. 128 с.

12. Михайлов Я.В. Управленческие решения. Пособие для управленцев-практиков. М.: Экономика, 2011. 143 с.

13. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука. 1978. 352 с.

14. Митяков Е. С., Корнилов Д. А. К вопросу о выборе весов при нахождении интегральных показателей экономической динамики // Труды Ниж. гос. техн. ун-т. им. Р. Е. Алексеева. 2011. №3. (90). С. 289-298.

15. Мизенцева О. Е. Управленческие решения. Тюмень: ТюмГНГУ. 2014. 200 с.

16. Рабенок В. В. Информационная поддержка и управление подбором персонала // Труды международного лектория посвященного 30-летию кафедры «Системы автоматизированного проектирования и информационные системы» Воронежского государственного технического университета. Ч 1. Воронеж. ГТУ. 2014. С. 179-184.

17. Саати Т. Л. Метод анализа иерархий. М.: Мир, 1993. 120 с.

18. Мадера А. Г. Моделирование и принятие решений в менеджменте. Руководство для будущих топ-менеджеров М.: ЛКИ, 2010. 688 с.

19. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений М.: Университетская лавка, Логос, 2008. 392 с.

20. Ногин В. Д. Принятие решений при многих критериях. СПб.: ЮТАС, 2007. 104 с.

Spiridonov Sergey Borisovich
Bauman state technical university, Russia, Moscow
E-mail: spirid@bmstu.ru

Bulatova Irina Georgievna
Bauman state technical university, Russia, Moscow
E-mail: bulatovaig@bmstu.ru

Postnikov Vitalii Michalovich
Bauman state technical university, Russia, Moscow
E-mail: postnikovvm@yandex.ru

Analysis of approaches to the choice of weighting criteria method of pair comparison of criteria

Abstract. In the paper is developed the methods of pair comparison of criteria for estimating the weight coefficients of the criteria that make up the array. The studied approaches consider either fixed or floating indicators of preference criteria. The preference indicators of the criteria set in the form of a square matrix elements of pair comparison of criteria. For a fixed preference criteria using a scale with two levels of gradations, and with a floating preference – with nine levels of gradations used in the method of analysis of hierarchies.

It is shown that the investigated approaches for pairwise comparison of criteria, based on a fixed preference criteria, in contrast to approaches floating preferences, consider only one level of preference criteria: weak, moderate, strong, very strong or a custom decision maker (DM).

The study considered approaches for pairwise comparison of criteria for linearly ranked set of criteria when the first criterion of this series is the most important. When using the floating approach preferences based on the analytic hierarchy process, the weights of criteria are virtually members of a decreasing geometric progression.

For each of the approaches a fixed preference criteria constituting a linear array obtained simple analytical expressions, allowing to determine the weights of criteria and their increment, without constructing the matrix for pairwise comparison of these criteria For each of these approaches have also obtained simple analytical expressions to determine the coefficient of maximum preference of the indicators of criteria. This coefficient is equal to the ratio of the weight of the most important criteria to weight ratio is the least important criterion in linear order ranking criteria.

Recommendations for the practical use of the considered approaches for pairwise comparison of the criteria for calculation of weight coefficients of criteria that are linearly ranked set of criteria. The results of comparative analyses of approaches for pairwise comparison of criteria are given.

Keywords: decision making; pairwise comparison of criteria; the weights of the criteria; indicators of criteria preference; the indicators of criteria; arithmetic progression; method of analysis of hierarchies

Приложение

Расчет весовых коэффициентов критериев линейного порядка ранжирования, соответствующего условию (1), подходом плавающего предпочтения (на основе метода анализа иерархий).

Таблица П.1

Расчет весовых коэффициентов трех критериев

	K_1	K_2	K_3	C_i	α_i
K_1	1	2	3	1,8171	0,5396
K_2	1/2	1	2	1	0,297
K_3	1/3	1/2	1	0,5503	0,1634

Составлена авторами

Таблица П.2

Расчет весовых коэффициентов четырех критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	2,2133	0,4668
K_2	1/2	1	2	3	1,316	0,2776
K_3	1/3	1/2	1	2	0,7600	0,1603
K_4	1/4	1/3	1/2	1	0,4517	0,0953

Составлена авторами

Таблица П.3

Расчет весовых коэффициентов пяти критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	5	2,6051	0,4174
K_2	1/2	1	2	3	4	1,6437	0,2633
K_3	1/3	1/2	1	2	3	1	0,1604
K_4	1/4	1/3	1/2	1	2	0,6083	0,0974
K_5	1/5	1/4	1/3	1/2	1	0,3839	0,0615

Составлена авторами

Таблица П.4

Расчет весовых коэффициентов шести критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	5	6	2,9937	0,3805
K_2	1/2	1	2	3	4	5	1,978	0,2514
K_3	1/3	1/2	1	2	3	4	1,2598	0,1601

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	C_i	α_i
K_4	1/4	1/3	1/2	1	2	3	0,7937	0,1008
K_5	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	0,5055	0,0642
K_6	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	0,334	0,043

Составлена авторами

Таблица П.5

Расчет весовых коэффициентов семи критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	5	6	7	3,3801	0,3516
K_2	1/2	1	2	3	4	5	6	2,3183	0,2414
K_3	1/3	1/2	1	2	3	4	5	1,5341	0,1596
K_4	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	1	0,1041
K_5	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	3	0,6518	0,0678
K_6	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	0,4313	0,0448
K_7	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	0,2958	0,0307

Составлена авторами

Таблица П.6

Расчет весовых коэффициентов восьми критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	5	6	7	8	3,7644	0,328
K_2	1/2	1	2	3	4	5	6	7	2,6618	0,2319
K_3	1/3	1/2	1	2	3	4	5	6	1,8193	0,1586
K_4	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	5	1,2228	0,1065
K_5	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	0,8178	0,0712
K_6	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	3	0,5496	0,0479
K_7	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	3	0,3757	0,0328
K_8	1/8	1/7	1/6	1/5	¼	1/3	1/2	1	0,2656	0,0231

Составлена авторами

Таблица П.7

Расчет весовых коэффициентов девяти критериев

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	C_i	α_i
K_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	4,147	0,31
K_2	1/2	1	2	3	4	5	6	7	8	3,0079	0,2243

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	C_i	α_i
K_3	1/3	1/2	1	2	3	4	5	6	7	2,0118	0,1504
K_4	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	5	6	1,4592	0,1091
K_5	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	5	1	0,0748
K_6	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	0,6853	0,0512
K_7	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	3	3	0,4970	0,0372
K_8	1/8	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	3	0,3325	0,0248
K_9	1/9	1/8	1/7	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2	1	0,2411	0,0182

Составлена авторами