Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/
Выпуск 6 (25) 2014 ноябрь – декабрь http://naukovedenie.ru/index.php?p=issue-6-14
URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/24PVN614.pdf
DOI: 10.15862/24PVN614 (http://dx.doi.org/10.15862/24PVN614)

УДК 377.169.3

Слепцова Марина Викторовна
ФГОБУ ВПО «Воронежский государственный педагогический университет»
Россия, Воронеж[1]
Доцент кафедры технологических и естественнонаучных дисциплин
Кандидат педагогических наук
79304014250@yandex.ru

Теоретические основы построения универсальной модели педагогического процесса

[1] 394043, Воронеж, ул. Ленина, 86

Аннотация. Статья посвящена решению одной из ключевых проблем моделирования педагогической деятельности – лавинообразного усложнения модели при увеличении числа учитываемых параметров. Очевидно, что сложность модели обусловлена сложностью самого объекта моделирования – учащегося, существенная часть учитываемых в педагогическом процессе параметров которого не может быть описана точными количественными значениями. Для построения модели педагогического процесса автор применяет теорию «нечеткого» ситуационного моделирования, успешно применяемую для разработки моделей различных человеко-машинных систем в разных областях науки от систем управления различными производственными циклами до медицины и экономики. Автором впервые педагогический процесс рассматривается как непрерывное метрическое пространство, в котором сам педагогический процесс представлен в виде непрерывной последовательности педагогических ситуаций, каждая из которых представляет собой нечеткое множество характеристик объекта педагогического процесса. Для сокращения количества учитываемых при моделировании педагогических ситуаций автором впервые при моделировании педагогической деятельности вводится понятие ȅ расстояния между множествами. Автором доказано, что педагогические ситуации, расстояние между которыми в непрерывном метрическом пространстве меньше заданного значения ȅ, являются ȅ - равными, что позволяет рассматривать некоторое множество педагогических ситуаций, расстояние между которыми ограниченно значением ȅ как одну и ту же педагогическую ситуацию. Автором впервые сформулирована и доказана теорема применимости в этом случае операций объединения, пересечения, отрицания над нечеткими множествами, что позволяет ограничить количество рассматриваемых при моделировании педагогического процесса количества педагогических ситуаций при увеличении количества учитываемых при моделировании параметров без потери качества моделирования, а также использовать средства вычислительной техники для оптимизации модели педагогической деятельности и определения степени достижения заданной педагогической цели.

Ключевые слова: педагогический процесс; моделирование педагогического процесса; педагогическая ситуация; нечеткая ситуация; «качественные» параметры педагогического процесса; непрерывное метрическое пространство; ȅ - равенство; операции объединения, пересечения и отрицания над нечеткими множествами; лингвистическая переменная; нечеткая переменная.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Слепцова М.В. Теоретические основы построения универсальной модели педагогического процесса // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» 2014. № 6 http://naukovedenie.ru/PDF/24PVN614.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/24PVN614

Развитие педагогики неотделимо от истории человечества. Одновременно с появлением первых производственных навыков, элементарным разделением труда, возникла потребность в передаче передового опыта от старших поколений младшим, накопления и сохранения знаний об окружающем мире. Первоначальные задачи педагогики были предельно утилитарными, такими же примитивными были педагогические приемы и методы. С развитием и совершенствованием человеческого общества, расширялись и задачи педагогики. Появилась потребность не только в передаче молодежи знаний об окружающем мире и передовых производственных навыках, но и в воспитании молодежи, развитии у нее патриотизма, приверженности интересам семьи, рода, племени, государства. Педагогическая мысль зародилась и на протяжении тысячелетий развивалась в древнегреческой, древневосточной и средневековой теологии и философии. Однако педагогическая деятельность до XVII века нашей эры носила чисто эмпирический характер, ее результаты напрямую зависели от личностных и профессиональных качеств учителя, что уже в то время не удовлетворяло потребностям общества. В начале XVII века педагогика как наука была вычленена из системы философских знаний английским философом и естествоиспытателем Ф. Бэконом и закреплена трудами чешского педагога Я. А. Коменского[1,2]. Я. А. Коменский разработал классно-урочную систему, которой мы пользуемся до настоящего времени: учебный год, каникулы, четверти, учет знаний, что обозначило переход процесса образования от эмпирического описания к точным количественным значениям. Качественное изменение педагогики, становление ее как науки, было вызвано, в первую очередь, развитием капиталистических производственных отношений, что требовало массовой подготовки специалистов для промышленного производства. В развитых для того времени государствах создаются классические школы, дающие среднее, а затем и высшее образование всем слоям населения. Обучение приобретает системный характер, становится целенаправленным, получает первые теоретические разработки различных педагогических методик, применение которых унифицирует процесс получения знаний и производственных навыков, минимизирует временные и материальные затраты на обучение. Дальнейшее развитие педагогики ознаменовано поиском оптимальной модели преподавания, гарантирующей достижение поставленной педагогической цели для любого учащегося. Авторские методики, учебные планы и программы с точки зрения математики являются моделью педагогического процесса, имеющего лингвистическое или графическое описание, позволяющие оптимально решить основную задачу педагогики: организовать процесс передачи человеческого опыта и подготовки молодого поколения к жизни и деятельности[4].

Однако, в связи с ускорением научно-технического прогресса, организация педагогического процесса на основе классических форм и методов больше не отвечает потребностям развития человеческого общества. Существенно возросла скорость обновления знаний, возникают новые направления человеческой деятельности, появляются новые материалы с уникальными свойствами и технологии их применения, что в свою очередь требует опережающего обучения и переобучения большого количества людей для работы в новых условиях.

Одним из возможных путей решения возникшей перед педагогикой проблемы может стать разработка и внедрение формализованных моделей педагогического процесса, реализованных в виде прикладного программного обеспечения для средств вычислительной техники, в которых на основе знаний привлеченных специалистов-экспертов, моделируется педагогический процесс по любому из направлений человеческой деятельности. Здесь моделируемый процесс представляется в виде определенной последовательности взаимосвязанных между собой ситуаций, описываемых специалистами-экспертами на одном из формальных языков, в состав которых входят лингвистические и нечеткие переменные, а система управления процессом построена в виде продукционных правил. Ситуация в этом случае представляет собой нечеткое множество значений μ_w степени принадлежности признаков объекта моделирования, к которым может быть применим математический аппарат теории множеств, т.е. имеется возможность преобразования «качественных» параметров рассматриваемого процесса в точные количественные значения μ_w степени принадлежности, что позволяет обрабатывать полученные модели средствами вычислительной техники[5]. Такие модели получили широкое распространение в различных областях человеческой деятельности от систем управления различными производственными циклами до медицины и экономики[6]. Однако, примеров ее успешного применения в педагогической деятельности на сегодняшний день нет. Одной из основных причин такого положения дел является лавинообразный рост числа педагогических ситуаций, получаемых при моделировании педагогического процесса, при увеличении количества учитываемых при моделировании признаков объекта моделирования. Такое положение дел обусловлено следующими факторами.

Во-первых, большое количество признаков объекта педагогического процесса – учащийся или группа учащихся – описываются «качественными» величинами, которые не могут быть определены на количественной шкале: «активный», «большая группа», «умница», и т.д.

Во-вторых, цель педагогического процесса как на локальном этапе (урок, четверть, полугодие), так и в перспективе не может быть описана точными количественными значениями.

В-третьих, единственным измерительным прибором в педагогическом процессе может быть только человек, результаты измерений не могут быть представлены только точными количественными значениями. Соответственно, модель получается либо примитивной, либо настолько громоздкой, что теряется соответствие между моделью и моделируемым педагогическим процессом.

Одним из возможных путей решения указанной проблемы является рассмотрение совокупности всех возможных педагогических ситуаций, описываемых специалистами-экспертами при моделировании ими педагогического процесса как непрерывное метрическое пространство, введение в этом пространстве понятия $\grave{\varepsilon}$ - равенства и доказательства применимости операции объединения, пересечения, отрицания над нечеткими множествами в указанном метрическом пространстве. Полученные результаты позволяют в процессе моделирования педагогического процесса резко сократить количество используемых в нем педагогических ситуаций, рассматривая $\grave{\varepsilon}$ - равные нечеткие ситуации как одну педагогическую ситуация, значения функции принадлежности, которой определяются по определенным формулам. Доказательство применимости к ним операций объединения, пересечения и отрицания над нечеткими множествами позволяет применять к ситуациям из метрического пространства операции нечеткого включения и нечеткого равенства, необходимые для определения достижения поставленной педагогической цели, а при принятии решений обрабатывать средствами вычислительной техники точные количественные значения μ_w функции принадлежности учитываемых параметров и, проведя дефадзификацию, получать точные количественные значения управляющих параметров педагогического процесса, необходимые для достижения поставленной педагогической цели каждым учеником.

Для построения универсальной модели педагогического процесса представим его как совокупность педагогических ситуаций и определим их взаимосвязи[7]. Обозначим $\tilde{A}^0$ – целевая педагогическая ситуация процесса обучения, которая описывает желаемый результат, который должен быть достигнут в результате педагогического процесса, а $\tilde{A}_1$ – входная педагогическая ситуации, в которой находится объект до начала педагогического процесса. Тогда в первом приближении любой педагогический процесс может быть представлен в виде элементарного графа процесса обучения: $\tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{A}^0$, в котором $\tilde{A}_1$ – входная ситуация педагогического процесса, $\tilde{A}^0$ – целевая ситуация процесса обучения, а связь между ситуациями представлена в виде графа, нагруженного управленческим решением R_i, под воздействием которого объект обучения переходит из входной ситуации в целевую ситуацию. Педагогическую ситуацию, описанную специалистами-экспертами на одном из формальных языков, назовем эталонной педагогической ситуацией. Текущей ситуацией $\tilde{A}_0$ назовем ситуацию, описывающую состояние педагогического процесса в текущий момент времени. Детализируя элементарную модель педагогического процесса, мы получаем более подробную модель, состоящую из входной эталонной педагогической ситуации $\tilde{A}_1$ в которой может находиться объект педагогического процесса, некой совокупности промежуточных эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_{k+1}$, …… , $\tilde{A}_n$, в которые объект должен последовательно переходить под воздействием управленческих решений R_1- R_i, чтобы в результате перейти в целевую эталонную педагогическую ситуацию процесса обучения $\tilde{A}^0$, т.е. педагогический процесс представляет собой путь $\tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{A}_k \rightarrow \tilde{A}_{k+1} \rightarrow \tilde{A}_{n-1} \rightarrow \tilde{A}_n \rightarrow \tilde{A}^0$. При этом каждая эталонная педагогическая ситуация описывается вершиной на графе, а отношения между эталонными ситуациями описываются его ребрами, т.е. структуре реального мира нами поставлена в соответствие структура графа, а именно всем элементам, образующим реальную структуру, поставлены в соответствие вершины графа, а отношениям элементов — его ребра. Вводя в описание педагогического процесса большее количество значимых для моделирования параметров, мы получаем не одну входную эталонную педагогическую ситуацию $\tilde{A}_1$, а некое множество входных эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$, …, $\tilde{A}_{k-1}$, множество промежуточных эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_k$, $\tilde{A}_{k+1}$, …, $\tilde{A}_n$, и, в идеале, одну целевую эталонную педагогическую ситуацию $\tilde{A}^0$, отношения между которыми нагляднее всего представить в виде диаграммы Хассе графа отношения эталонных педагогических ситуаций, представляющего собой иерархическую структуру, элементами нижнего уровня которой являются входные эталонные педагогические ситуации $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$, …, $\tilde{A}_{k-1}$, элементами промежуточных уровней являются промежуточные эталонные педагогические ситуации $\tilde{A}_k$, $\tilde{A}_{k+1}$, …, $\tilde{A}_n$, а элементом верхнего уровня целевая эталонная педагогическая ситуация $\tilde{A}^0$. Очевидно, имея множество управленческих решений $R =\{ R_i \}$, мы имеем множество путей достижения педагогической цели, например не только $\tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{A}_k \rightarrow \tilde{A}_{k+1} \rightarrow \tilde{A}_{n-1} \rightarrow \tilde{A}_n \rightarrow \tilde{A}^0$, но и $\tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{A}_{k+2} \rightarrow \tilde{A}_{n-5} \rightarrow \tilde{A}^0$, нахождение кратчайшего из которых является решением задачи оптимизации модели педагогического процесса.

Определим эталонные педагогические ситуации и текущую педагогическую ситуацию через понятия лингвистической и нечеткой переменных[8].

Определение 1. Пусть множество $Y=\{ y_1,\dots y_n\}$ – множество признаков, характеризующих объект педагогического моделирования. Тогда лингвистическая переменная есть кортеж $< y_i, F_i, W_i>$, где y_i – имя лингвистической переменной, F^i – базовое терм-множество значений, представляющих наименования нечетких переменных, областью определения которых является базовое множество W^i признака y_i.

Определение 2. Нечеткая переменная определяется кортежем $< F^i_j, W^i_j, C^i_j>$, где F^i_j – наименование нечеткой переменной;

$W =\{w\}$ – область ее определения;

C^i_j – нечеткое множество элементов μ_w/w на W, описывающее ограничение на возможное значение нечеткой переменной F^i_j

Здесь μ_w: $W\rightarrow[0,1]$ – отображение множества W на единичный отрезок [0,1], называемый степенью принадлежности и представляет субъективную меру того, насколько элемент $w\in W$ соответствует понятию, смысл которого формализуется множеством F.

Определение 3. Нечеткая ситуация $\tilde{A}_n$– это множество второго уровня, элементами которой есть $\mu(\tilde{A}_n)(y_n) / y_n$ для всех $n = 1…..N$,

Где переменные y_n – лингвистическая переменная, а $\mu(\tilde{A})$ – функция принадлежности.

Пример: Рассмотрим модель урока «Сложение простых чисел» по учебному предмету «Математика» для учащегося Иванова, успешное проведение которого описывается только одной переменной – Количеством самостоятельно решенных на уроке задач. Тогда y_1 – “количество решенных задач” – наименование лингвистической переменной;

F_1 = {“нет_решенных_задач”, “мало”, “средне”, “большинство”, “все возможные”} – терм-множество значений признака y_1, где “нет_решенных_задач”, “мало”, “средне”, “большинство”, “все возможные” – нечеткие переменные, определенные на $W_1 = \{0, 1, 2, 3, …,29, 30\}$ – базовое множество, соответствующее возможному количеству задач. В начальный момент времени задач самостоятельно решено не было, поэтому $C^1{}_1$ нечеткой переменной “нет_решенных_задач” для входной эталонной педагогической ситуации S_1 может быть представлено как $C^1{}_1=\{<1/0>, <0,9/1>, <0.85/2>, … , <0.01/29>, <0/30> \}$, $C^2{}_1$ нечеткой переменной “мало” для входной эталонной педагогической ситуации $\tilde{A}_1$ может быть представлено как $C^2{}_1=\{<0,6/0>, <0,9/1>, <1/2>, <0,9/3>, … , <0.01/29>, <0/30>\}$ и т.д. Соответственно, входная эталонная педагогическая ситуация $\tilde{A}_1 =\{<\mu(S_1)(y_1)/y_1>, <\mu(S_1)(y_2)/y_2>, <\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$ = {<$\mu(y_1)$ “нет_решенных_задач” (“количество решенных задач”)/0, $\mu(y_1)$ “нет_решенных_задач” (“количество решенных задач”)/1, … , $\mu(y_1)$ “нет_решенных_задач”(“количество решенных задач”)/30; $\mu(y_1)$“мало”/0, $\mu(y_1)$ “мало”/1, …, $\mu(y_1)$“мало”/30; $\mu(y_1)$“средне”/0, $\mu(y_1)$“средне”/1, … , $\mu(y_1)$ “средне”/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, …, $\mu(y_1)$ “большинство”/30>, $<\mu(S_1)(y_2)/y_2>$, $<\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$. Подставив соответствующие значения функции принадлежности $\mu(y_i)$ и значения области определения соответствующих нечетких переменных, имеем $\tilde{A}_1=\{<\mu(S_1)(y_1)/y_1>,<\mu(S_1)(y_2)/y_2>,<\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$ = {<1/0, 0,9/1, … , 0/30; 0,6/0, 0,9/1, …, 0/30; $\mu(y_1)$“средне”/0, $\mu(y_1)$“средне”/1, … , $\mu(y_1)$“средне”/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, …, $\mu(y_1)$“большинство”/30; $\mu(y_1)$“все_возможные”/0, $\mu(y_1)$“ все_возможные”/1, …, $\mu(y_1)$“все_возможные”/30>, $<\mu(S_1)(y_2)/y_2>$, $<\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$. Аналогично входной педагогической эталонной ситуации S_1, для целевой педагогической эталонной ситуации $S^0=\{<\mu(S_1)(y_1)/y_1>,<\mu(S_1)(y_2)/y_2>,<\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$ = {<$\mu(y_1)$“нет_решенных_задач”/0, $\mu(y_1)$“нет_решенных_задач”/1, … , $\mu(y_1)$“нет_решенных_задач”/30; $\mu(y_1)$“средне”/0, $\mu(y_1)$“средне”/1, … , $\mu(y_1)$“средне”/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, …, $\mu(y_1)$“большинство”/30; 0,1/0, 0,15/1, …, 1/30>, $<\mu(S_1)(y_2)/y_2>$, $<\mu(S_1)(y_3)/y_3>\}$.

Текущая педагогическая ситуация за некоторое время до конца урока может иметь следующий вид: $\tilde{A}_0=\{<\mu(S_0)(y_1)/y_1>,<\mu(S_0)(y_2)/y_2>,<\mu(S_0)(y_3)/y_3>\}$ ={<$\mu(y_1)$ “нет_решенных_ задач”/0, $\mu(y_1)$“нет_решенных_задач”/1, … , $\mu(y_1)$“нет_решенных_задач”/30; $\mu(y_1)$“мало”/0, $\mu(y_1)$“мало”/1, … , $\mu(y_1)$“мало”/30; 0/0, 0,1/1, …, 1/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, … , $\mu(y_1)$“большинство”/30; $\mu(y_1)$“все_возможные”/0, $\mu(y_1)$“ все_возможные”/1, …, $\mu(y_1)$“все_возможные”/30>, $<\mu(S_0)(y_2)/y_2>$, $<\mu(S_0)(y_3)/y_3>\}$.

Очевидно, что педагогический процесс не может быть описан только переменными, имеющими область определения, измеряемую точными количественными значениями[9]. Для описания педагогических ситуаций педагоги-эксперты помимо количества самостоятельно решенных задач, используются такие определения как «активность», «проявленный интерес», которые с точки зрения педагогической науки имеют для оценки достижения педагогической цели урока не менее важное значение, чем количество решенных самостоятельно задач. В этом случае имеем y_2 – “активность на уроке” – наименование лингвистической переменной;

F_2 = {“менее_активен”, “активен”, “более_активен”} – терм-множество значений признака y_2, где “менее_активен”, “активен”, “более_активен” – нечеткие переменные, определенные на W_2 = {0%, 10%, 20%, …, 90%, 100%} – базовое множество, соответствующее возможному уровню активности учащегося. Тогда $C^2{}_1$ нечеткой переменной “менее_активен” для входной ситуации $\tilde{A}_1$ может быть представлено как $C^2{}_1$={<1/0>, <0,7/10>, <0.65/20>, … , <0.01/90>, <0/100> }, $C^2{}_1$ нечеткой переменной “ более активен” для входной ситуации S_1 может быть представлено как $C^2{}_1$={<0,6/0>, <0,9/1>, <1/2>, <0,9/3>, … , <0.01/29>, <0/30>} и т.д. Соответственно, входная эталонная педагогическая ситуация $\tilde{A}_1$ ={<μ($\tilde{A}_1$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/ y_3>}={<μ($\tilde{A}_1$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/ y_3>} = {<1/0, 0,9/1, … , 0/30; 0,6/0, 0,9/1, …, 0/30; μ(y_1)“средне”/0, μ(y_1)“средне”/1, … , μ(y_1)“средне”/30; μ(y_1)“большинство”/0, μ(y_1)“большинство”/1, …, μ(y_1)“большинство”/30>, <1/0, 0,7/10, … , 0/100; μ(y_2)“менее_активен”/0, μ(y_2) “менее_активен”/10, … , μ(y_2) “менее_активен”/100; μ(y_2)“активен”/0, μ(y_2)“активен”/10, …, μ(y_2)“активен”/100; μ(y_2)“более_активен”/0, μ(y_2)“более_активен”/10, …, μ(y_2)“более_активен”/100; >, <μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/y_3>}.

Чем точнее мы пытаемся описать педагогические ситуации, тем больше «качественных» параметров приходится учитывать, что ведет к лавинообразному увеличению количества рассматриваемых педагогических ситуаций и делает модель слишком громоздкой для практического применения. Для оптимизации модели необходимо иметь механизм, позволяющий сократить количество обрабатываемых элементов в зависимости от требуемой точности результатов.

Для этого введем понятие метрики в пространстве нечетких множеств характеристик объекта[10].

Определение 4. Нечеткое множество $\tilde{A}_1$ является ὲ - равным нечеткому множеству $\tilde{A}$, если d ($\tilde{A}$, $\tilde{A}_1$) < ὲ в непрерывном метрическом пространстве, в котором расстояние определено как

$\forall y \in Y\ d(\mu_{\tilde{A}}\,(y), \mu_{\tilde{A}1}\,(y)) = \sup |\ \mu_{\tilde{A}}(y) - \mu_{\ \tilde{A}1}\,(y)|$

где Y – ограниченный интервал, такой что{ y:max ($\mu_{\tilde{A}}(y)$ - $\mu_{\tilde{A}1}(y)$)>0}

Легко видеть, что ὲ - равенство есть рефлексивное и симметричное отношение на [0,1]. Следует заметить, что это свойство значимо для ὲ <1, так как в противном случае нельзя утверждать, что $\tilde{A}_1$ соответствует $\tilde{A}$.

Пример. Пусть входная эталонная педагогическая ситуация $\tilde{A}_1$ = {<μ($\tilde{A}_1$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/ y_3>}={<μ($\tilde{A}_1$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/ y_3>} = {<1/0, 0,9/1, … , 0/30; 0,6/0, 0,9/1, …, 0/30; μ(y_1)“средне”/0, μ(y_1)“средне”/1, … , μ(y_1)“средне”/30; μ(y_1)“большинство”/0, μ(y_1)“большинство”/1, …, μ(y_1)“большинство”/30>, <1/0, 0,7/10, … , 0/100; μ(y_2)“менее_активен”/0, μ(y_2) “менее_активен”/10, … , μ(y_2) “менее_активен”/100; μ(y_2)“активен”/0, μ(y_2)“активен”/10, …, μ(y_2)“активен”/100; μ(y_2)“более_активен”/0, μ(y_2)“более_активен”/10, …, μ(y_2)“более_активен”/100; >, <μ($\tilde{A}_1$)(y_3)/y_3>}.

А текущая педагогическая ситуация $\tilde{A}_0$ = {<μ($\tilde{A}_0$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_0$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_0$)(y_3)/ y_3>}={<μ($\tilde{A}_0$)(y_1)/ y_1>,<μ($\tilde{A}_0$)(y_2)/ y_2>,<μ($\tilde{A}_0$)(y_3)/ y_3>} = {<1/0, 0,9/1, … , 0/30; 0,7/0, 0,9/1, …, 0/30; μ(y_1)“средне”/0, μ(y_1)“средне”/1, … , μ(y_1)“средне”/30; μ(y_1)“большинство”/0, μ(y_1)“большинство”/1, …, μ(y_1)“большинство”/30>, <1/0, 0,7/10, … , 0/100; μ(y_2)“менее_активен”/0, μ(y_2) “менее_активен”/10, … , μ(y_2) “менее_активен”/100; μ(y_2)“активен”/0, μ(y_2)“активен”/10, …, μ(y_2)“активен”/100; μ(y_2)“более_активен”/0, μ(y_2)“более_активен”/10, …, μ(y_2)“более_активен”/100; >, <μ($\tilde{A}_0$)(y_3)/y_3>}.

Докажем, что текущая педагогическая ситуация $\tilde{A}_0$ является ὲ - равной входной эталонной педагогической ситуации $\tilde{A}_1$.

Тогда $\forall y \in Y$ $d(\mu_{\tilde{A}0}(y), \mu_{\tilde{A}1}(y)) = \sup | \mu_{\tilde{A}0}(y) - \mu_{\tilde{A}1}(y)| = \sup |\{ <\mu(\tilde{A}_0)(y_1)/y_1>, <\mu(\tilde{A}_0)(y_2)/y_2>, <\mu(\tilde{A}_0)(y_3)/y_3>\} - \{<\mu(\tilde{A}_1)(y_1)/y_1>, <\mu(\tilde{A}_1)(y_2)/y_2>, <\mu(\tilde{A}_1)(y_3)/y_3>\}|$ = sup | <1/0, 0,9/1, … , 0/30; **0,7/0**, 0,9/1, …, 0/30; $\mu(y_1)$“средне”/0, $\mu(y_1)$“средне”/1, … , $\mu(y_1)$“средне”/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, …, $\mu(y_1)$“большинство”/30>, <1/0, 0,7/10, … , 0/100; $\mu(y_2)$“менее_активен”/0, $\mu(y_2)$ “менее_активен”/10, … , $\mu(y_2)$ “менее_активен”/100; $\mu(y_2)$“активен”/0, $\mu(y_2)$“активен”/10, …, $\mu(y_2)$“активен”/100; $\mu(y_2)$“более_активен”/0, $\mu(y_2)$“более_активен”/10, …, $\mu(y_2)$“более_активен”/100; >, $<\mu(\tilde{A}_0)(y_3)/y_3>\}$ - {<1/0, 0,9/1, … , 0/30; **0,6/0**, 0,9/1, …, 0/30; $\mu(y_1)$“средне”/0, $\mu(y_1)$“средне”/1, … , $\mu(y_1)$“средне”/30; $\mu(y_1)$“большинство”/0, $\mu(y_1)$“большинство”/1, …, $\mu(y_1)$“большинство”/30>, <1/0, 0,7/10, … , 0/100; $\mu(y_2)$“менее_активен”/0, $\mu(y_2)$ “менее_активен”/10, … , $\mu(y_2)$ “менее_активен”/100; $\mu(y_2)$“активен”/0, $\mu(y_2)$“активен”/10, …, $\mu(y_2)$“активен”/100; $\mu(y_2)$“более_активен”/0, $\mu(y_2)$“более_активен”/10, …, $\mu(y_2)$“более_активен”/100; >, $<\mu(\tilde{A}_1)(y_3)/y_3>\}|$ = sup | 0, 0, … ; **0.1**, …, 0; 0,…….,0| =0.1.

Таким образом, текущая педагогическая ситуация $\tilde{A}_0$ является ὲ - равной входной эталонной педагогической ситуации $\tilde{A}_1$ при условии задания ὲ>0.1.

Задавая значения ὲ мы можем в процессе моделирования педагогического процесса с заданной точностью сократить количество используемых в нем педагогических ситуаций, рассматривая ὲ - равные нечеткие ситуации как одну педагогическую ситуацию. Для данного примера, учащийся Иванов, решивший за время урока на одну задачу больше, чем учащийся Петров, с погрешностью 0,1 имеет тот же уровень знаний по решению задач, что и учащийся Петров. Таким образом, мы можем с заданной точностью сократить количество подлежащих описанию педагогических ситуаций, возникающих в процессе обучения; сгруппировать учащихся по уровню достигнутых результатов в учебные группы; разработать для полученных групп ограниченное количество учебных заданий, направленных на достижение поставленной педагогической цели.

Понятно, что чем меньше будет заданное значение метрики, тем точнее будут описаны текущая, промежуточные эталонные и целевая педагогические ситуации, но тем больший объем вычислительных ресурсов будет необходим для реализации модели.

Для проведения вычислений точных значений параметров педагогического процесса, необходимо выполнение над нечеткими множествами параметров, учитываемых при моделировании педагогических ситуаций, математических операций объединения, пересечения и отрицания нечетких множеств.

Покажем, что указанные математические операции можно применять и в непрерывном метрическом пространстве ὲ - равных нечетких множеств.

Теорема 1. Операции объединения, пересечения, отрицания над нечеткими множествами, определяемые как

$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{N}}(y) = \max(\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{N}}(y))$

$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{N}}(y) = \max(\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{N}}(y))$

$\mu_{\sim\tilde{A}}(y) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(y)$

сохраняют ὲ - равенство (эквивалентность)

Доказательство. Ограничимся доказательством для оператора объединения. Необходимо оценить выражение (определение 4)

$\sup | \max (\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{N}}(y)) - \max (\mu_{\tilde{A}1} (y), \mu_{\tilde{N}1} (y))|$

где $d(\tilde{A}, \tilde{A}_1) \leq \grave{\varepsilon}$, $d(\tilde{N}, \tilde{N}_1) \leq \grave{\varepsilon}$

Очевидно, что $\max (\mu_{\tilde{A}1}(y), \mu_{\tilde{N}1}(y)) \leq \max (\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{N}}(y)) + \grave{\varepsilon}$ для $y \in Y$.

Следовательно, выражение для операции объединения над нечеткими множествами не превышает $\grave{\varepsilon}$. Что требовалось доказать.

Таким образом, рассматривая педагогический процесс как непрерывное метрическое пространство педагогических ситуаций, мы можем на любом этапе представить его в виде непрерывной последовательности конечного количества входных эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_1 \dots \tilde{A}_{k-1}$, промежуточных эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_k \dots \tilde{A}_n$ и целевой педагогической ситуации $\tilde{A}^0$, каждая из которых представляет собой некое множество $\grave{\varepsilon}$ - равных педагогических ситуаций, наличие которых вызвано необходимостью учесть при моделировании большое количество учитываемых, но мало влияющих в конкретный момент времени, «качественных» параметров объекта моделирования. Лингвистические и нечеткие переменные, необходимые для математического описания каждой ситуации, получаем от специалистов-экспертов в конкретной области знаний[11,12]. Определение конкретного количества эталонных педагогических ситуаций $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$, …, $\tilde{A}_n$ на каждом уровне модели производится путем задания степени включения педагогических ситуаций t_v [13]. Чем ниже значение t_v, тем большее количество эталонных педагогических ситуаций на каждом уровне модели и тем выше точность моделирования. Достижение педагогической цели определяется по степени нечеткого равенства текущей педагогической ситуации $\tilde{A}_0$ и целевой педагогической ситуации $\tilde{A}^0$. Доказанная выше теорема дает возможность применения для нахождения степени нечеткого равенства педагогических ситуаций и степени их нечеткого включения операций объединения, пересечения, отрицания над нечеткими множествами.

Полученные результаты позволяют решить основную проблему разработки универсальной модели педагогического процесса: лавинообразное увеличение количества рассматриваемых педагогических ситуаций при увеличении количества учитываемых в модели «качественных» параметров. Рассмотрение педагогического процесса как непрерывного метрического пространства позволяют в процессе моделирования без существенной потери точности резко сократить количество используемых в нем педагогических ситуаций, рассматривая $\grave{\varepsilon}$ - равные нечеткие ситуации как одну педагогическую ситуацию, значения степени принадлежности элементов, которой определяются по определенным формулам. Доказательство применимости к ним операций объединения, пересечения и отрицания над нечеткими множествами, позволяет производить математические действия при моделировании педагогического процесса, в том числе дефадзификацию (получение точных количественных значений) его «качественных» параметров, что, в конечном счете, позволяет реализовать универсальную модель педагогического процесса в виде прикладного программного обеспечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. ru.wikipedia. org/wiki/ Бэкон, Фрэнсис
2. ru.wikipedia. org/wiki/ Коменский, Ян Амос
3. Толочек В. А. Современная психология труда: Учебное пособие. - СПб.: Питер, 2005. -479 с.
4. Н.В. Бордовская, А.А.Реан Педагогика. Учебник для вузов СПб: Издательство “ Питер”,2000. 304 с. — (Серия «Учебник нового века»)
5. Осуга С. Обработка знаний / С. Осуга ; перевод с японского В. И. Эотова. - М: Мир, 1989. – 293 с.
6. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. - Липецк: ЛЭГИ, 2001. - 138 с.
7. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. - М.: Педагогика, 1989. - 192 с.
8. Zadeh L.A. Fuzzy sets. Information and control. 1965. №8. P.338-353.
9. Муравьева Г.Е. Вопросы теории проектирования образовательных процессов// Пед.образование и наука, 2002. №4.-с.14-21.
10. Слепцова М.В. Направление модернизации учебного предмета «Технология» // «European Social Science Journal», 2013. №9(36) том 3.-с.144-150.
11. Слепцова М.В. Применение экспертных систем в процессе обучения учащихся учебному предмету «Технология» // «Вестник Орловского государственного университета, 2014. №2(37).-с.79-83.
12. Слепцова М.В. Согласование экспертных мнений для математической модели учебного предмета «Технология» // «Научное мнение», 2014. №7.-с.320-326.
13. Слепцова М.В. Формализация педагогического процесса развития предпринимательских способностей учащихся сельских школ в рамках учебного предмета «Технология» // «Теория и практика общественного развития», 2014. №11. – с.80-83.

Рецензент: Малев Василий Владимирович, заведующий кафедрой новых информационных технологий и средств обучения, кандидат педагогических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Воронежский государственный педагогический университет».

Sleptsova Marina Viktorovna
Voronezh State Pedagogical University
Russia, Voronezh
79304014250@yandex.ru

The theoretical foundations for the construction of a universal model of the pedagogical process

Abstract. The article is devoted to solving one of the key problems of modeling pedagogical activity - exponential complexity of the model by increasing the number of considered parameters. It is obvious that the complexity of the model due to the complexity of the object modeling - student, a substantial portion carried in the pedagogical process parameters which cannot be described by exact quantitative values. To build the model of the pedagogical process, the author applies the theory of "fuzzy" situational simulations successfully used to develop models of various human-machine systems in different fields of science from the control systems of different production cycles to medicine and Economics. The author of the first pedagogical process is considered as a continuous metric space, which itself pedagogical process is represented as a continuous sequence of pedagogical situations, each of which represents a fuzzy set of characteristics of the object of the pedagogical process. To reduce the amount taken into account when modeling pedagogical situations by the author for the first time when modeling pedagogical activity introduces the concept of ὲ distances between sets. The author proved that the pedagogical situation, the distance between them in a continuous metric space is less than the specified value ὲ are ὲ equal, that allows to consider a variety of pedagogical situations, the distance between which is limited by the value ὲ as the same pedagogical situation. The author first formulated and proved theorem applicability in this case, the operations of Union, intersection, negation over fuzzy sets, which allows to limit the number of considered when modeling the pedagogical process number of pedagogical situations when the number taken into account when modeling parameters without losing quality modeling, and use of computer equipment for optimization of the model of pedagogical activity and determine the extent of achievement of the specified educational goals.

Keywords: the pedagogical process; modeling of pedagogical process; teaching situation; fuzzy situation; qualitative parameters of the pedagogical process; continuous metric space; ὲ - equality; the operations of Union, intersection and negation over fuzzy sets of the linguistic variable; fuzzy variable.

REFERENCES

1. ru.wikipedia. org/wiki/ Bekon, Frensis
2. ru.wikipedia. org/wiki/ Komensky, Yan Amos
3. Tolochek V. A. Sovremennaya psikhologiya truda: Uchebnoye posobiye. - SPb.: Piter, 2005. -479 s.
4. N.V. Bordovskaya, A.A.Rean Pedagogika. Uchebnik dlya vuzov - SPb: Izdatelstvo “Piter”,2000. - 304 s. — (Seriya «Uchebnik novogo veka»)
5. Osuga S. Obrabotka znany / S. Osuga ; perevod s yaponskogo V. I. Eotova. - M: Mir, 1989. – 293 s.
6. Blyumin S.L., Shuykova I.A. Modeli i metody prinyatiya resheny v usloviyakh neopredelennosti. - Lipetsk: LEGI, 2001. - 138 s.
7. Bespalko V.P. Slagayemye pedagogicheskoy tekhnologii. - M.: Pedagogika, 1989. - 192 s.
8. Zadeh L.A. Fuzzy sets. Information and control. 1965. №8. P.338-353.
9. Muravyeva G.E. Voprosy teorii proyektirovaniya obrazovatelnykh protsessov// Ped.obrazovaniye i nauka, 2002. №4.-s.14-21.
10. Sleptsova M.V. Napravleniye modernizatsii uchebnogo predmeta «Tekhnologiya» // «European Social Science Journal», 2013. №9(36) tom 3.-s.144-150.
11. Sleptsova M.V. Primeneniye ekspertnykh sistem v protsesse obucheniya uchashchikhsya uchebnomu predmetu «Tekhnologiya» // «Vestnik Orlovskogo gosudarstvennogo universiteta, 2014. №2(37).-s.79-83.
12. Sleptsova M.V. Soglasovaniye ekspertnykh mneny dlya matematicheskoy modeli uchebnogo predmeta «Tekhnologiya» // «Nauchnoye mneniye», 2014. №7.-s.320-326.
13. Sleptsova M.V. Formalizatsiya pedagogicheskogo protsessa razvitiya predprinimatelskikh sposobnostey uchashchikhsya selskikh shkol v ramkakh uchebnogo predmeta «Tekhnologiya» // «Teoriya i praktika obshchestvennogo razvitiya», 2014. №11. – s.80-83.