

**Овчинников Илья Игоревич**

Ovchinnikov Ilya Igorevich

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

410054, Саратов, ул Политехническая, 77

Доцент/docent

05.23.17 Строительная механика

E-Mail: [bridgeart@mail.ru](mailto:bridgeart@mail.ru)

**Овчинников Игорь Георгиевич**

Ovchinnikov Igor Georgievich

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

614600, Пермь, ул. Королева 19.

Профессор/professor

05.23.17

E-Mail: [bridgesar@mail.ru](mailto:bridgesar@mail.ru)

### **Исследование влияния жидкометаллической среды на поведение толстостенного трубопровода. 1. Основные соотношения**

Investigation of influence of the liquid metal environment on the behavior of the thick-walled pipe. 1. basic relations

**Аннотация:** Приведены уравнения модели деформирования и разрушения материала, взаимодействующего с жидкими металлами в условиях сложного напряженного состояния. Получены разрешающие уравнения толстостенной трубы, обезуглероживающейся в жидком натрии.

**The Abstract:** The equations of deformation and damage for the material that interacts with liquid metals in a complex stress state are given. Resolving equations of thick-walled tube under decarburization of liquid sodium were obtained.

**Ключевые слова:** Моделирование, ползучесть, накопление повреждений, жидкие металлы, долговечность, толстостенная труба.

**Keywords:** Modeling, creep, damage accumulation, liquid metals, durability, thick-walled pipe.

\*\*\*

**Введение.** В статьях [1,2] описана модель деформирования и разрушения одномерных конструктивных элементов, подвергающихся обезуглероживанию в жидком натрии, определены значения коэффициентов модели и исследовано поведение стержневого элемента круглого поперечного сечения, взаимодействующего с жидкометаллической средой (натрием).

При описании поведения материала с учетом влияния обезуглероживания полагалось, что полная деформация  $\varepsilon$  складывается из упругой деформации и деформации ползучести  $p$ :

$$\varepsilon = \sigma/E + p, \quad (1)$$

где  $E$ - модуль упругости. Уравнения ползучести принимались в виде, описывающем все три стадии ползучести:

$$\frac{dp}{dt} = A \cdot p^{-\alpha} \cdot \left(\frac{\sigma}{1 - \mu \cdot \Pi}\right)^k, p(0) = 0, p(t_p) = p^*; \quad (2)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B \cdot \sigma^n}{(1 - \Pi)^{n+S}}, \Pi(0) = 0, \Pi(t_p) = 1; \quad (3)$$

Здесь  $t_p$  – время до разрушения;  $A, \alpha, k, B, n, S, \mu$  – коэффициенты,  $\Pi$  – параметр поврежденности.

Влияние обезуглероживания на кинетику деформирования и разрушения учитывалось зависимостью модуля упругости материала  $E(C)$  и коэффициентов уравнений (2) и (3) от концентрации углерода  $C$  в виде:

$$E(C) = b_0 + b_1 C$$

$$A = A_0 \cdot \chi(C)^{-k}, \quad B = B_0 \cdot \chi(C)^{-n}.$$

Здесь  $\chi(C)$  отношение предела длительной прочности для образцов с некоторой концентрацией  $C$  к пределу длительной прочности образцов с исходной (базовой) концентрацией  $C_0$ ,

$$\chi(C) = 1 - \gamma(C_0 - C).$$

Для определения концентрации углерода  $C$  в точке конструкции используется уравнение диффузии, которое для случая осесимметричной задачи имеет вид:

$$\frac{\partial(C_0 - C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(D \cdot \frac{\partial(C_0 - C)}{\partial r}\right) + \frac{1}{r} \cdot D \cdot \frac{\partial C}{\partial r} \quad (4)$$

где  $r$  - текущий радиус,  $D$  – коэффициент диффузии углерода, учитывающий влияние уровня поврежденности материала на кинетику перемещения углерода следующим образом:

$$D(\Pi) = D_0 (1 + \alpha \Pi^\beta),$$

где  $D_0$  - коэффициент диффузии углерода в неповрежденном материале,  $\alpha, \beta$  – коэффициенты, учитывающие влияние поврежденности  $\Pi$  на процесс диффузии,  $C_0 - C$  характеризует потери концентрации углерода в точке элемента конструкции.

К уравнению (4) следует присоединить соответствующие начальные и граничные условия.

В работе [2] было исследовано поведение стержневого конструктивного элемента, находящегося в одномерном напряженном состоянии и взаимодействующего с жидкометаллической средой и показаны эффекты, к которым приводит учет влияния обезуглероживания, вызванного действием жидкометаллической среды.

Однако реальные конструкции обычно работают в условиях сложного напряженного состояния, поэтому представляет интерес исследовать влияние жидких металлов на поведение сложнонапряженных конструкций в условиях контакта с жидкими металлами

## 1. Учет обезуглероживания при расчете конструкций, находящихся в условиях сложного неоднородного напряженного состояния

Для расчета элементов конструкций, находящихся в условиях ползучести при сложном неоднородном напряженном состоянии нужно обобщить уравнения (2) и (3) на случай сложного напряженного состояния, а также ввести гипотезу о том, что механические свойства в точке элемента конструкции с концентрацией углерода  $C$  такие же, как и в образце с однородной концентрацией  $C$ .

В случае сложного напряженного состояния, уравнения (2) и (3) принимают вид:

$$dp_u/dt = A \cdot p_u^{-\alpha} \left( \frac{\sigma_u}{1-\Pi} \right)^k, p(0) = 0, \quad (5)$$

$$d\Pi/dt = B \cdot \sigma_{\text{экв}}^n / (1-\Pi)^{n+S}, \Pi(0) = 0, \Pi(t_p) = 1. \quad (6)$$

Здесь  $p_u$  – интенсивность деформаций ползучести;  $\sigma_u$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_{\text{экв}}$  – эквивалентное напряжение. Для приращений компонент тензора деформаций ползучести справедливы следующие уравнения:

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{\sigma_x - 0,5 \cdot (\sigma_y + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt},$$

$$\frac{dp_y}{dt} = \frac{\sigma_y - 0,5 \cdot (\sigma_x + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt},$$

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_x + \sigma_y)}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt},$$

$$\frac{dp_{xy}}{dt} = \frac{3 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt}, \quad \frac{dp_{xz}}{dt} = \frac{3 \cdot \tau_{xz}}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt}, \quad \frac{dp_{yz}}{dt} = \frac{3 \cdot \tau_{yz}}{\sigma_u} \cdot \frac{dp_u}{dt},$$

где  $p_x, p_y, p_z, p_{xy}, p_{xz}, p_{yz}$  – компоненты деформаций ползучести  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – компоненты тензора напряжений.

В качестве эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{экв}}$  для длительного статического нагружения и в условиях сложного напряженного состояния обычно используют критерии эквивалентных напряжений И.А.Биргера [3], А.Джонсона [4], В.П.Сдобырева [5], И.И.Трунина [4] и других [6,7].

Такой подход позволяет свести действие сложного напряженного состояния к действию одноосного растягивающего напряжения. Выбор конкретного вида эквивалентного напряжения обычно опирается на оценку разрушения при сложном напряженном состоянии и учитывает характер разрушения – вязкое, хрупкое, смешанное. Для элементов конструкций подвергающихся обезуглероживанию под воздействием жидкого металла характерно увеличение пластичности, поэтому в дальнейшем для них в качестве эквивалентного напряжения разумно использовать интенсивность напряжений, которая обычно применяется как критерий прочности в случае вязкого разрушения.

Трубчатые элементы конструкций являются основными конструктивными элементами теплообменного оборудования с жидкометаллическими теплоносителями. Условия эксплуа-

тации таких конструкций предполагают длительное совместное воздействие механических нагрузок, высокой температуры и жидкометаллической среды.

## 2. Моделирование поведения толстостенной трубы в условиях осесимметричной деформации, взаимодействующей с жидкометаллической средой

Рассмотрим толстостенную трубу с внутренним радиусом  $R_a$ ; наружным радиусом  $R_b$ , находящуюся под действием внутреннего давления  $q_a$  и наружного давления  $q_b$ . Жидкометаллическая среда находится снаружи трубы. Полагая, что труба отнесена к цилиндрической системе координат  $r, \theta, z$  запишем физические соотношения в приращениях, при этом будем считать, что приращения полных деформаций складываются из приращений упругих и температурных деформаций и деформаций ползучести

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_r &= \Delta \varepsilon_r^y + \Delta \varepsilon_r^T + \Delta p_r; \\ \Delta \varepsilon_\theta &= \Delta \varepsilon_\theta^y + \Delta \varepsilon_\theta^T + \Delta p_\theta; \\ \Delta \varepsilon_z &= \Delta \varepsilon_z^y + \Delta \varepsilon_z^T + \Delta p_z;\end{aligned}\tag{7}$$

$\Delta \varepsilon_r^y, \Delta \varepsilon_\theta^y, \Delta \varepsilon_z^y$  – соответственно приращения радиальной, окружной и осевой упругих деформаций, которые определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_r^y &= \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_\theta - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_z)}{E^2} \cdot \Delta E; \\ \Delta \varepsilon_\theta^y &= \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_\theta - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\sigma_\theta - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{E^2} \cdot \Delta E; \\ \Delta \varepsilon_z^y &= \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_\theta - \frac{\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta)}{E^2} \cdot \Delta E;\end{aligned}\tag{8}$$

где  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  – соответствующие напряжения,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $E = E(C, T)$  – модуль упругости, зависящий от концентрации углерода и температуры;  $\Delta \varepsilon_r^T, \Delta \varepsilon_\theta^T, \Delta \varepsilon_z^T$  – соответственно приращения температурных деформаций, причем:

$$\Delta \varepsilon_r^T = \Delta \varepsilon_\theta^T = \Delta \varepsilon_z^T = T \cdot \Delta \alpha + \alpha \cdot \Delta T\tag{9}$$

$\Delta p_r, \Delta p_\Theta, \Delta p_z$  – соответственно приращения радиальной, окружной и осевой деформаций ползучести, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned}\Delta p_r &= \frac{\sigma_r - 0,5 \cdot (\sigma_\Theta + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u; \\ \Delta p_\Theta &= \frac{\sigma_\Theta - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u; \\ \Delta p_z &= \frac{\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\Theta)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u;\end{aligned}\tag{10}$$

Приращения интенсивности деформаций ползучести  $\Delta p_u = p(t_i) - p(t_{i-1})$  за шаг времени  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$  определяются из кинетических уравнений ползучести (5) и накопления повреждений (6). Записывая физические соотношения (7) с учетом (8), (9), (10), имеем:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_r \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_\Theta - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\Theta + \sigma_z)}{E^2} \Delta E + \\ + \frac{\sigma_r - 0,5 \cdot (\sigma_\Theta + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u + T \cdot \Delta \alpha + \alpha \cdot \Delta T \\ \Delta \varepsilon_\Theta \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_\Theta - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\sigma_\Theta - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{E^2} \Delta E + \\ + \frac{\sigma_\Theta - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u + T \cdot \Delta \alpha + \alpha \cdot \Delta T \\ \Delta \varepsilon_z \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_z - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_\Theta - \frac{\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\Theta)}{E^2} \Delta E + \\ + \frac{\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\Theta)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u + T \cdot \Delta \alpha + \alpha \cdot \Delta T.\end{aligned}\tag{11}$$

Полагая, что  $\varepsilon_z = 0$  или  $\Delta \varepsilon_z = 0$  получим из (11):

$$\begin{aligned}\Delta \sigma_z = \nu \cdot (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_\Theta) + \frac{\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\Theta)}{E} \Delta E - \frac{E}{\sigma_u} (\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\Theta)) \Delta p_u - \\ - E \cdot (T \cdot \Delta \alpha + \alpha \cdot \Delta T).\end{aligned}\tag{12}$$

Подставляя теперь (12) в первые два выражения из (11), имеем:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_\Theta - \frac{\nu^2}{E} \cdot \Delta \sigma_r - \frac{\nu^2}{E} \cdot \Delta \sigma_\Theta - \\ - \frac{\nu}{E^2} \cdot (\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\Theta)) \cdot \Delta E + \frac{\nu}{\sigma_u} (\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\Theta)) \Delta p_u +\end{aligned}$$

$$+v \cdot (T \cdot \Delta\alpha + \alpha \cdot \Delta T) - \frac{\sigma_r - v \cdot (\sigma_\theta + \sigma_z)}{E^2} \cdot \Delta E + \frac{\sigma_r - 0,5 \cdot (\sigma_\theta + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u +$$

$$+ T \cdot \Delta\alpha + \alpha \cdot \Delta T \quad (13)$$

$$\Delta\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot \Delta\sigma_\theta - \frac{v}{E} \cdot \Delta\sigma_r - \frac{v^2}{E} \cdot \Delta\sigma_r - \frac{v^2}{E} \cdot \Delta\sigma_\theta - \frac{v}{E^2} \cdot (\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta)) \Delta E +$$

$$+ \frac{v}{\sigma_u} \cdot (\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta)) \cdot \Delta p_u + v \cdot (T \cdot \Delta\alpha + \alpha \cdot \Delta T) -$$

$$- \frac{\sigma_\theta - v \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{E^2} \cdot \Delta E + \frac{\sigma_\theta - 0,5 \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{\sigma_u} \cdot \Delta p_u + T \cdot \Delta\alpha + \alpha \cdot \Delta T \quad (14)$$

Уравнения равновесия в приращениях в данном случае имеет вид:

$$\frac{d\Delta\sigma_r}{dr} + \frac{\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta}{r} = 0 \quad (15)$$

Откуда получим выражение для  $\Delta\sigma_\theta$ :

$$\Delta\sigma_\theta = \Delta\sigma_r + r \cdot \frac{d\Delta\sigma_r}{dr} \quad (16)$$

Подставляя выражения (13) в уравнения неразрывности деформаций, которое в приращениях записывается так:

$$\frac{d\Delta\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{\Delta\varepsilon_r - \Delta\varepsilon_\theta}{r} \quad (17)$$

и принимая во внимание (16), после некоторых преобразований получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2\Delta\sigma_r}{d^2r} + P(r) \cdot \frac{d\Delta\sigma_r}{dr} + Q(r) \cdot \Delta\sigma_r = F(r), \quad (18)$$

где обозначено

$$P(r) = \frac{3}{r} - \frac{1}{E} \cdot \frac{dE}{dr}, \quad (19)$$

$$Q(r) = -\frac{1}{E \cdot r \cdot (1-v^2)} \cdot (1-v-2 \cdot v^2) \cdot \frac{dE}{dr}, \quad (20)$$

$$F(r) = F_1(r) \cdot \Delta E + F_2(r) \cdot \Delta p_u + F_3(r) \cdot \Delta T + F_4(r) \cdot \Delta\alpha +$$

$$+ F_5(r) \cdot \frac{d\Delta E}{dr} + F_6(r) \cdot \frac{d\Delta p_u}{dr} + F_7(r) \cdot \frac{d\Delta T}{dr} + F_8(r) \cdot \frac{d\Delta\varepsilon}{dr}, \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 F_1(r) = & \left( \frac{1}{E \cdot (\nu - 1) \cdot r^2} + \frac{2 \cdot \nu}{E^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot r} \cdot \frac{dE}{dr} \right) \sigma_r + \left( \frac{1}{E \cdot (1 - \nu) \cdot r^2} + \frac{2 \cdot (\nu - 1)}{E^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot r} \cdot \frac{dE}{dr} \right) \sigma_\theta + \\
 & + \left( \frac{\nu}{E \cdot (\nu^2 - 1) \cdot r} \right) \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + \left( \frac{1}{E \cdot (1 + \nu) \cdot r} \right) \cdot \frac{d\sigma_\theta}{dr}, \\
 F_2(r) = & \left( \frac{3 \cdot E}{2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sigma_u^2 \cdot r} \right) \cdot (\sigma_r - \sigma_\theta) + \left( \frac{E}{\sigma_u^2 \cdot (\nu - 1) \cdot r} \cdot \frac{d\sigma_u}{dr} \right) \cdot \sigma_r + \\
 & + \left( \frac{E \cdot (2 - \nu)}{2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sigma_u^2 \cdot r} \cdot \frac{d\sigma_u}{dr} \right) \cdot \sigma_\theta + \left( \frac{E \cdot (2 \cdot \nu - 1)}{2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sigma_u^2 \cdot r} \cdot \frac{d\sigma_u}{dr} \right) \cdot \sigma_z + \\
 & + \left( \frac{E \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}{2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sigma_u \cdot r} \right) \cdot \frac{d\sigma_z}{dr}, \tag{22} \\
 F_3(r) = & \frac{E}{(\nu - 1) \cdot r} \cdot \frac{d\alpha}{dr}, \quad F_4(r) = \frac{E}{(\nu - 1)} \cdot \frac{dT}{dr}, \\
 F_5(r) = & \frac{\nu \cdot \sigma_r + (\nu - 1) \cdot \sigma_\theta}{E \cdot (\nu - 1) \cdot r}, \quad F_6(r) = \frac{(1 + \nu) \cdot \sigma_r + (\nu - 2) \cdot \sigma_\theta + (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \sigma_z}{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_u \cdot r} \cdot E, \\
 F_7(r) = & \frac{\alpha \cdot E}{(\nu - 1) \cdot r}, \quad F_8(r) = \frac{T \cdot E}{(\nu - 1) \cdot r}.
 \end{aligned}$$

Граничные условия для уравнения (18) имеют вид:

$$r = R_a, \Delta\sigma_r = 0; \quad r = R_b, \Delta\sigma_r = 0. \tag{23}$$

Уравнение (18) с граничными условиями (23) является основным разрешающим уравнением, описывающим деформирование и разрушение толстостенной трубы, взаимодействующей с жидкометаллической средой на шаге по времени  $\Delta t$ . Для получения полной системы разрешающих уравнений к уравнению (18) с граничными условиями (23) следует присоединить уравнения (5) и (6), описывающие кинетику процессов ползучести и накопления повреждений, уравнение диффузии углерода (4), закон распределения температуры по толщине трубы (или уравнение теплопроводности) и зависимости  $E = E(C, T)$ ,  $\alpha = \alpha(C, T)$  и зависимости коэффициентов выражений (5) и (6) от  $C$  и  $T$ . К каждой группе уравнений следует добавить соответствующие граничные и (или) начальные условия.

**Вывод.** Получена система разрешающих уравнений, описывающих кинетику ползучести и накопления повреждений материала в условиях сложного напряженного состояния. С использованием этих уравнений получены уравнения деформирования и разрушений толстостенной трубы, подвергающейся обезуглероживанию вследствие контакта с жидким металлом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Овчинников И.И. Построение и идентификация модели деформирования и разрушения металлов, взаимодействующих с жидкометаллической средой // Интернет-журнал «Науковедение» 2012, № 3, с. 1- 11.
2. Овчинников И.И. Моделирование поведения стержневого элемента, взаимодействующего с жидкометаллической средой// Интернет-журнал «Науковедение» 2012, № 3, с. 1-11.
3. Термопрочность деталей машин / Под ред. И.А.Биргера и Б.Ф.Шорра. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
4. Писаренко Г.С, Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. - Киев: Наукова думка, 1976. - 415 с.
5. Сдобырев В.П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. - 1959. - № 6. - с.93-99.
6. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб// Теплоэнергетика. - 1955. - № 11. - с. 37-40. .
7. Стасенко И.В. Установившаяся ползучесть толстостенной трубы // Изв. вузов: Машиностроение. – 1974. – № 2. – с. 14-17.
8. Овчинников И.И., Овчинников И.Г. Исследование влияния жидкометаллической среды на поведение толстостенного трубопровода. 1. Основные соотношения// Интернет-журнал «Науковедение» 2012, № 4.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512 с.
10. На Ц. Вычислительные методы решения прикладных граничных задач: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 296 с.
11. Коздоба Л.А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. - М.: Наука, 1975. - 227 с.
12. Коренев В.Г. Задачи теории теплопроводности и термоупругости. - М.: Наука, 1980. - 400 с.
13. Лыков Д.З. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. - 595 с.
14. Коздоба Л.А., Круковский П.Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. - Киев: Наукова думка, 1982. - 360 с.
15. Степанов Р.Д., Шленский О.Ф. Расчет на прочность конструкций из пластмасс, работающих в жидких средах. - М.: Машиностроение, 1981. – 136 с.
16. Овчинников И.Г., Салихов А.Ю. Нелинейный анализ толстостенного цилиндра методом последовательных возмущений параметров // Строительная механика и расчет сооружений, 1992, № 1
17. Овчинников И.Г., Хвалько Т.А. Работоспособность конструкций в условиях высокотемпературной водородной коррозии. Изд-во СГТУ. Саратов, 2003. 176 с.

*Данная работа выполнена в рамках работы над грантом РФФИ № 12-01-31130 Мол\_а «Нелинейные модели деформирования и методы определения долговечности элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами и полями».*