Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/

Том 8, №4 (2016) http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol8-4

URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/44TVN416.pdf

Статья опубликована 29.07.2016.

Ссылка для цитирования этой статьи:
Чугунов Е.С., Лежнина Е.А. Метод решения задачи управления запасами с однономенклатурными партиями и несколькими поставщиками // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №4 (2016) http://naukovedenie.ru/PDF/44TVN416.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 519.874.2

Чугунов Евгений Сергеевич
Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, Санкт-Петербург[1]
Факультет «Прикладной математики - процессов управления»
Ассистент кафедры «Математического моделирования энергетических систем»
Исследователь
E-mail: e.chugunov@spbu.ru

Лежнина Елена Александровна
Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, Санкт-Петербург
Факультет «Прикладной математики - процессов управления»
Доцент кафедры «Математического моделирования энергетических систем»
Кандидат физико-математических наук
E-mail: e.lezhnina@spbu.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=11322

Метод решения задачи управления запасами с однономенклатурными партиями и несколькими поставщиками

Аннотация. В данной работе рассматривается частный случай задачи управления запасами. По условию задачи несколько поставщиков доставляют товары различных видов однономенклатурными партиями определенному количеству продавцов с учетом ценовой конкуренции между продавцами и детерминированным потребительским спросом на товары. Нужно максимизировать прибыль каждого продавца, для этого необходимо определить оптимальные цены, по которым продавцы будут продавать товары, и потребительский спрос на товары у каждого продавца. Помимо этого нужно выбрать лучшего поставщика определённого вида товаров для каждого продавца, а также необходимо определить количество и объем однономенклатурных партий, доставляемых выбранным поставщиком продавцу. Для решения данной задачи авторы статьи предлагают использовать эвристический метод, который состоит из нескольких этапов. Сначала для каждого продавца выбираются оптимальные поставщики товаров, обеспечивающие продавцу минимальные расходы на покупку товаров и оформление однономенклатурных партий при минимальном потребительском спросе. Затем, рассматривая задачу как бескоалиционную игру (в качестве принципа оптимальности рассматривается равновесие по Нэшу), определяются оптимальные значения цен и потребительский спрос на товары у продавцов. После этого проверяется условие, что выбранные поставщики обеспечивают продавцам минимальные издержки на

[1] 198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., 35

оформление однономенклатурных заказав и покупку товаров при оптимальном потребительском спросе. Если условие не выполняется для определённого поставщика, то он меняется на другого, и процесс определения оптимальных значений цен и потребительского спроса повторяется.

Ключевые слова: задача управления запасами; логистика; оптимизация процессов; однономенклатурные партии; теория игр; равновесие по Нэшу; бескоалиционные игры

Введение. Задача управления запасами является одной из ключевых проблем, изучающихся в рамках теории оптимизации процессов. Данной проблеме уделяется много внимания [1, 2] со стороны математиков, экономистов и программистов.

Основной целью решения данного класса задач является определение оптимального количества партий товаров, доставляемых от поставщиков к клиентам, и их объемы, рассматриваются различные постановки задачи: с однономенклатурными и многономенклатурными партиями [3], наличие временных окон на поставку, наличие дефицита товаров [4] или скидок на их стоимость [5]. Для решения данных задач разрабатываются как точные [6], так и различные эвристические методы [7].

В тоже время существуют и малоизученные формулировки, например, ситуации, в которых товары одного вида доставляют сразу несколько поставщиков. Основной сложностью таких задач является выбор лучшего поставщика для каждого клиента (продавца).

В данной статье рассмотрена задача управления запасами с однономенклатурными партиями в случае нескольких поставщиков и продавцов, а также предложен метод ее решения.

Математическая модель. Рассмотрим ситуацию, когда на рынке есть N продавцов, каждый из которых оформляет однономенклатурные заказы на M различных видов товаров у L поставщиков в течение периода планирования T. Пусть у каждого поставщика l количество товаров вида m не ограничено. Продавец n будет заказывать товары данного вида только у одного поставщика $l^{m,n}$, обеспечивающего данному продавцу минимальные расходы на покупку товаров вида m. Также предположим, что между продавцами существует ценовая конкуренция.

В данной задаче необходимо определить следующие величины:

$p_{m,n}$ - цена, по которой продавец n будет продавать товары вида m;

$p_n = \left(p_{1,n}, \cdots, p_{M,n} \right)$ - вектор цен на товары, которые устанавливает продавец n;

$D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})$ - покупательский спрос у продавца n на товары вида m, спрос зависит от цен, по которым данные товары будут продавать все продавцы;

$l^{m,n}$ - номер поставщика, у которого продавец n будет заказывать товары вида m;

$q_{l^{m,n},m,n}$ - количество товаров вида m, доставляемых в одной партии поставщиком $l^{m,n}$ продавцу n;

$q_n = \left(q_{l^{1,n},1,n}, \cdots, q_{l^{M,n},M,n} \right)$ - вектор объемов заказов продавца n.

Функция издержек продавца n на оформление заказов и хранение товаров на своем складе может быть выражена следующим образом:

$$TC_n\left(p_1,\cdots,p_N,q_{l^{1,n},1,n},\cdots,q_{l^{M,n},M,n}\right)=$$
$$=\sum_{m=1}^{M}\left[c_{l^{m,n},m}D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})+c^O_{l^{m,n},m,n}\frac{D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})}{q_{l^{m,n},m,n}}+c^H_{m,n}\frac{q_{l^{m,n},m,n}}{2}\right], \tag{1}$$
$$n=\overline{1,N}.$$

где:

$c_{l^{m,n},m}$ – стоимость покупки продавцом n одной единицы товара вида m у поставщика $l^{m,n}$;

$c^O_{l^{m,n},m,n}$ – стоимость оформления одного заказа продавцом n на одрономенклатурную партию товаров вида m у поставщика $l^{m,n}$;

$c^H_{m,n}$ – стоимость хранения единицы товара вида m на складе продавца n в течение всего периода планирования T.

Будем считать, что функция спроса $D_{l,m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})$ является непрерывно дифференцируемой по $p_{m,n}\in\{0\}\cup\mathbb{R}^+$ и $p_{m,n}>c_{l^{m,n},m}$, $m=\overline{1,M}$, $n=\overline{1,N}$.

Функция прибыли продавца n от продажи товаров, может быть выражена как:

$$\Pi_n(p_1,\cdots,p_N,q_n)=\sum_{m=1}^{M}p_{m,n}D_{m,n}\left(p_{m,1},\cdots,p_{m,N}\right)-TC_n(p_1,\cdots,p_N,q_n)=$$
$$=\sum_{m=1}^{M}\left[\left(p_{m,n}-c_{l^{m,n},m}\right)D_{m,n}\left(p_{m,1},\cdots,p_{m,N}\right)-c^O_{l^{m,n},m,n}\frac{D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})}{q_{l^{m,n},m,n}}-c^H_{m,n}\frac{q_{l^{m,n},m,n}}{2}\right], \tag{2}$$
$$n=\overline{1,N}.$$

Необходимо максимизировать функции прибыли продавцов:

$$\max_{p_1,\cdots,p_N,q_n}\Pi_n(p_1,\cdots,p_N,q_n),\quad n=\overline{1,N}. \tag{3}$$

Определение. Назовем $q_n=\left(q_{l^{1,n},1,n},\cdots,q_{l^{M,n},M,n}\right)$ – внутренней стратегией, а $p_n=\left(p_{1,n},\cdots,p_{M,n}\right)$ – внешней стратегией продавца n.

Метод решения. Для решения данной задачи предлагается использование эвристического метода, состоящего из нескольких шагов:

Шаг 1. Решается задача минимизации функции издержек продавца n на покупку и хранение товаров вида m от поставщика l при заданных ценах продавцов:

$$\min_{q_{l,m,n}}TC_{l,m,n}\left(p_{m,1},\cdots,p_{m,N},q_n\right)= \tag{4}$$

$$= \min_{q_{l,m,n}} \left[c_{l,m} D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}) + c^{O}_{l,m,n} \frac{D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})}{q_{l,m,n}} + c^{H}_{m,n} \frac{q_{l,m,n}}{2} \right],$$

$$l = \overline{1, L},\ m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

Функция издержек (3) продавца n является непрерывно-дифференцируемой по $q_{l,m,n} \in \{0\} \cup \mathbb{R}^{+}$. Таким образом, для решения данной задачи можно использовать формулу Харриса-Уилсона [6]:

$$q^{*}_{l,m,n} = \left(\frac{2 c^{O}_{l,m,n} D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})}{c^{H}_{m,n}} \right)^{1/2}, \tag{5}$$

$$l = \overline{1, L},\ m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

Шаг 2. Функция издержек продавца n на покупку товаров вида m и оформление однономенклатурных заказов у поставщика l имеет вид:

$$TCL_{l,m,n}\left(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}, q_n\right) = c_{l,m} D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}) + c^{O}_{l,m,n} \frac{D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})}{q_{l,m,n}}, \tag{6}$$

$$l = \overline{1, L},\ m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

Подставив $q^{*}_{l,m,n}$ из (5) в функцию издержек (6), получим:

$$TCL_{l,m,n}\left(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}\right) = c_{l,m} D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}) + \left(2 c^{O}_{l,m,n} c^{H}_{m,n} D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})\right)^{1/2}, \tag{7}$$

$$l = \overline{1, L},\ m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

При сравнении расходов продавца n на покупку товаров вида m и оформления однономенклатурных партий от двух поставщиков при одинаковом потребительском спросе у продавца n на данный вид товаров можно опустить значение $\sqrt{D_{m,n}(p_{m,1}, \because p_{m,N})}$ и сравнивать:

$$TCL^{*}_{l,m,n}\left(p_{m,1}, \because p_{m,N}\right) = c_{l,m}\left(D_{m,n}(p_{m,1}, \because p_{m,N})\right)^{1/2} + \left(2 c^{O}_{l,m,n} c^{H}_{m,n}\right)^{1/2}, \tag{8}$$

$$l = \overline{1, L},\ m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

Для продавца n выбирается поставщик $l^{m,n}$, обеспечивающий минимальные расходы продавцу на покупку товаров вида m и оформления заказов на однономенклатурные партии при спросе, стремящимся к 0, т.е. будет выбираться поставщик, индекс которого удовлетворяет условию:

$$l^{m,n} = \arg \min_{l=1,L} \left(\left(2 c^{O}_{l,m,n} c^{H}_{m,n} \right)^{1/2} \right), \tag{9}$$

$$m = \overline{1, M},\ n = \overline{1, N}.$$

Шаг 3. Решается задача минимизации функции издержек продавца n при заданных ценах продавцов:

$$\min_{p_1,\cdots,p_N,q_{l^{1,n},1,n},\cdots,q_{l^{M,n},M,n}} TC_n\left(p_1,\cdots,p_N,q_{l^{1,n},1,n},\cdots,q_{l^{M,n},M,n}\right)=$$
$$=\min_{p_1,\cdots,p_N,q_{l^{1,n},1,n},\cdots,q_{l^{M,n},M,n}} \sum_{m=1}^{M}\left[c_{l^{m,n},m}D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})+\right.$$
$$\left. c^{O}_{l^{m,n},m,n}\frac{D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})}{q_{l^{m,n},m,n}}+c^{H}_{m,n}\frac{q_{l^{m,n},m,n}}{2}\right], \tag{10}$$
$$n=\overline{1,N}.$$

Используя формулу Харриса-Уилсона [6], получим:

$$q^{*}_{l^{m,n},m,n}=\left(\frac{2c^{O}_{l^{m,n},m,n}D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})}{c^{H}_{m,n}}\right)^{1/2} \tag{11}$$
$$m=\overline{1,M},\ n=\overline{1,N}.$$

Подставив полученное значение оптимальной внутренней стратегии $q^{*}_{l^{m,n},m,n}$ продавца n в функцию прибыли (2), получим функцию прибыли в виде:

$$\Pi_n(p_1,\cdots,p_N)=\sum_{m=1}^{M}\left[\left(p_{m,n}-c_m\right)D_{m,n}\left(p_{m,1},\cdots,p_{m,N}\right)-\ -\left(2c^{O}_{m,n}c^{H}_{m,n}\right)^{1/2}\left(D_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})\right)^{1/2}\right], \tag{12}$$
$$n=\overline{1,N}.$$

Шаг 4. Решается задача максимизации прибыли каждого продавца с учетом $q^{*}_{m,n}$:

$$\max_{p_n}\Pi_n\left(p_1,\cdots,p_N\right),\ n=\overline{1,N}. \tag{13}$$

Задачу максимизации Π_n можно рассматривать как бескоалиционную игру:

$$\Gamma=\left\langle \overline{N},\ \left\{\Omega_n\right\}_{n=1}^{N},\ \left\{\Pi_n\right\}_{n=1}^{N}\right\rangle, \tag{14}$$

где

$\overline{N}$ – множество игроков $\left(\overline{N}=1,\cdots,N\right)$,

Ω_n – множество внешних чистых стратегий игрока n, где $\Omega_n=\Omega_{1,n}\times\cdots\times\Omega_{M,n}$,

$$\Omega_{m,n}=\left\{p_{m,n}\mid p_{m,n}>c_m\right\},\ m=\overline{1,M},\ n=\overline{1,N},$$

Π_n – функция прибыли игрока n, которая зависит от внешних стратегий игроков $\left(p_1,\cdots,p_N\right)\in\Omega_1\times\cdots\times\Omega_N$.

В качестве принципа оптимальности в бескоалиционной игре (14) рассмотрим равновесие по Нэшу [8]. Справедлива следующая теорема [9].

Теорема. Предположим, что в игре (14) у любого игрока $n \in \overline{N}$ множество стратегий Ω_n компактно и выпукло, а функция прибыли Π_n вогнута по p_n и непрерывна на $\Omega = \Omega_1 \times \cdots \times \Omega_N$. Тогда в игре (14) существует равновесие по Нэшу в чистых стратегиях.

Утверждение 1. Необходимым условием [10] существования равновесия по Нэшу является:

$$\frac{\partial \Pi_n(p_1, \cdots, p_N)}{\partial p_{m,n}} = 0, \quad n = \overline{1, N}. \tag{15}$$

Покажем, что справедливо следующе утверждение

Утверждение 2. Пусть выполнены следующие условия:

- у любого игрока $n \in \overline{N}$ множество стратегий Ω_n компактно и выпукло;
- функция спроса $D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})$ – непрерывна и дифференцируема по $p_{m,n}$ из Ω_n;
- функция прибыли $\Pi_n(p_1, \cdots, p_N)$ – вогнута по $p_{m,n}$ из Ω_n.

Тогда в игре (14) существует равновесие по Нэшу в чистых стратегиях.

Доказательство. Если функция спроса $D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})$ – непрерывна и дифференцируема по $p_{m,n} \in \Omega_n$, то и функция прибыли $\Pi_n(p_1, \cdots, p_N)$ – непрерывна и дифференцируема по $\in p_{m,n}$ Ω_n. При этом функция прибыли $\Pi_n(p_1, \cdots, p_N)$ – вогнута по $p_{m,n}$. Таким образом, все условия существования равновесия по Нэшу выполнены.

Согласно утверждению 1, если в бескоалиционной игре (14) существует равновесие по Нэшу, то выполнены условия:

$$\frac{\partial \Pi_n(p_1, \cdots, p_N)}{\partial p_{m,n}} = D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}) + (p_{m,n} - c_m)\frac{\partial D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})}{\partial p_{m,n}} -$$

$$-\frac{\left(2 c^{O}_{l^{m,n},m,n} c^{H}_{m,n}\right)^{1/2}}{2\left(D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})\right)^{1/2}} \frac{\partial D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N})}{\partial p_{m,n}} = 0. \tag{16}$$

$$m = \overline{1, M}, \quad n = \overline{1, N}.$$

Если спрос игрока n равен нулю ($D_{m,n}(p_{m,1}, \cdots, p_{m,N}) = 0$), он не участвует в игре. Соответственно, данные случаи не будут учитываться.

После нахождения оптимальных внешних стратегий игроков $(p_1^*, \cdots, p_N^*)$ из системы (16) их можно подставить в функции (11) и найти оптимальные значения внутренних стратегий $q_n = (q_{1,n}, \cdots, q_{M,n})$.

Шаг 5. Для продавца n проверяется условие, что выбранный поставщик $l^{m,n}$ обеспечивает минимальные расходы на покупку товаров вида m и оформление однономенклатурных партий при спросе $D^*_{m,n}(p_{m,1}, \because p_{m,N})$, полученном на шаге 3.

$$\hat{l}^{m,n} = \arg\min_{l=1,L}\left(c_{l,m}\left(D^{*}_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})\right)^{1/2} + \left(2c^{O}_{l,m,n}c^{H}_{m,n}\right)^{1/2}\right), \quad (17)$$

$$m = \overline{1,M},\ n = \overline{1,N}.$$

Если $l^{m,n} \neq \hat{l}^{m,n}$, то существует отличный от $l^{m,n}$ поставщик $\hat{l}^{m,n}$, который обеспечит минимальные расходы на покупку товаров вида m и оформление однономенклатурных партий в объеме $D^{*}_{m,n}(p_{m,1},\cdots,p_{m,N})$. Данный поставщик $\hat{l}^{m,n}$ становится основным претендентом на поставку товаров вида m продавцу n.

Шаг 6. Если на шаге 4 был заменен хотя бы один поставщик, то переходим к шагу 3, учитывая цены на покупку товаров и оформление однономенклатурных партий от новых поставщиков. В противном случае работа метода прекращается, т.к. выбранные поставщики обеспечивают минимальные расходы продавцов при оптимальных ценах продажи товаров, устанавливаемых продавцами.

Заключение. Рассмотрена задача управления запасами в случае однономенклатурных партий для нескольких поставщиков и продавцов. Для решения данной задачи предложен эвристический метод нахождения оптимального количества партий и их объемы для каждой пары поставщик-продавец, основанный на применении теории игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукинский В.С., Бадокин О.В., Блаженкова Т.А., Бобкова В.М., Бочкарев А.А., Зайцев Е.И., Лукинский В.В. Проблемы формирования прикладной теории логистики и управления цепями поставок. СПб.: СПбГИЭУ, 2011. 287 с.
2. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами: Учебное пособие. СПБ.: Питер, 2001. 384 с.
3. Lezhnina E.A., Zakharov V.V. The Nash Equilibrium in Multy-Product Inventory Model // Contributions to Game Theory and Management, 2014, vol. 7, p. 191–200.
4. Чугунов Е.С. Равновесие по Нэшу в однопродуктовой задаче управления запасами с дефицитом товаров // Процессы управления и устойчивость, 2015, Т. 2(18), №1, с. 726–731.
5. Lezhnina E.A., Chugunov E.S. The Nash Equilibrium in Inventory Model with Price Discounts // European Meeting on Game Theory (SING11-GTM2015). Collected abstracts of papers presented on European Meeting on Game Theory, 2015. p. 63–64.
6. Wilson, R.H. A Scientific Routine for Stock Control // Harvard Business Review, 1934, vol. 13, p. 116–128.
7. Чугунов Е.С., Любич С.Я. Применение LP/NLP алгоритма в многопродуктовой задаче управления запасами // Процессы управления и устойчивость, 2014, Т. 1(17), №1, с. 488–494.
8. Nash J.F. Non-Cooperative games // Annals of Mathematics, 1951, vol. 54, p. 286–295.
9. Кукушкин Н.С., Морозов В.В. Теория неантагонистических игр. М.: МГУ, 1984. 103 с.
10. Тироль Ж. Рынки и рыночная власть. Теория организации промышленности. Пер. с англ. СПб.: Экономическая школа, 1996. 745 с.

Chugunov Eugene Sergeevich
Saint Petersburg state university, Russia, Saint Petersburg
E-mail: e.chugunov@spbu.ru

Lezhnina Elena Alexandrovna
Saint Petersburg state university, Russia, Saint Petersburg
E-mail: e.lezhnina@spbu.ru

Method of solving the inventory routing problem with single-product parties and multiple vendors

Abstract. In this paper the special case of inventory routing problem is considered. According to the task several suppliers deliver various kinds of goods to given retailers. These goods delivered by single-product orders. Also in this problem a price competition of retailors and a deterministic consumer demand for goods are taken into account. We should maximize the profit of each retailer. It is necessary to determine the optimal selling prices on the goods and to determine the consumer demand for goods of each retailer. Also it is necessary to choose the best supplier of each kind of goods for each retailer. The quantity and the capacity of single-product orders, which are delivered to retailer by chosen supplier, should be determined. For solving the problem authors of this article propose the several steps heuristic method. At the first step optimal suppliers of goods are chosen for each retailer. These suppliers guarantee retailer the minimal costs for purchase of goods and single-product order registration with minimal consumer demand. At the next step the problem is considered as non-coalition game, where Nash equilibrium is considered as principle of optimality. Then we should determine the optimal prices and consumer demand for goods. At the next step we should check the condition that chosen suppliers provide retailers minimal costs for single-product registration and purchase of goods with optimal consumer demand. If condition is not met for certain supplier, this supplier is replaced by another. The process of determining of optimal prices and consumer demand is repeated.

Keywords: inventory routing problem; logistics; process optimization ; single-product orders; game theory; Nash equilibrium; non-coalition game

REFERENCES

1. Lukinskiy V.S., Badokin O.V., Blazhenkova T.A., Bobkova V.M., Bochkarev A.A., Zaytsev E.I., Lukinskiy V.V. Problemy formirovaniya prikladnoy teorii logistiki i upravleniya tsepyami postavok. SPb.: SPbGIEU, 2011. 287 s.
2. Ryzhikov Yu.I. Teoriya ocheredey i upravlenie zapasami: Uchebnoe posobie. SPB.: Piter, 2001. 384 s.
3. Lezhnina E.A., Zakharov V.V. The Nash Equilibrium in Multy-Product Inventory Model // Contributions to Game Theory and Management, 2014, vol. 7, p. 191–200.
4. Chugunov E.S. Ravnovesie po Neshu v odnoproduktovoy zadache upravleniya zapasami s defitsitom tovarov // Protsessy upravleniya i ustoychivost', 2015, T. 2(18), №1, s. 726–731.
5. Lezhnina E.A., Chugunov E.S. The Nash Equilibrium in Inventory Model with Price Discounts // European Meeting on Game Theory (SING11-GTM2015). Collected abstracts of papers presented on European Meeting on Game Theory, 2015. p. 63–64.
6. Wilson, R.H. A Scientific Routine for Stock Control // Harvard Business Review, 1934, vol. 13, p. 116–128.
7. Chugunov E.S., Lyubich S.Ya. Primenenie LP/NLP algoritma v mnogoproduktovoy zadache upravleniya zapasami // Protsessy upravleniya i ustoychivost', 2014, T. 1(17), №1, s. 488–494.
8. Nash J.F. Non-Cooperative games // Annals of Mathematics, 1951, vol. 54, p. 286–295.
9. Kukushkin N.S., Morozov V.V. Teoriya neantagonisticheskikh igr. M.: MGU, 1984. 103 c.
10. Tirol' Zh. Rynki i rynochnaya vlast'. Teoriya organizatsii promyshlennosti. Per. s angl. SPb.: Ekonomicheskaya shkola, 1996. 745 s.