

УДК 501

**Кочанова Мария Андреевна**  
ООО «ТЭМ консалтинг»  
Россия, Москва<sup>1</sup>  
Консультант  
E-Mail: [makochanova@gmail.com](mailto:makochanova@gmail.com)

## **Дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов**

**Аннотация.** В настоящей работе рассматривается процесс дифракции волноводных мод на стыке двух полубесконечных планарных волноводов, регулярных слева и справа от границы раздела волноведущей системы. Физически волновод представляет собой канал, обеспечивающий распространение электромагнитной волны вдоль некоторой осевой линии с относительно малым затуханием и ограничивающий эту волну в области пространства вблизи оси.

Волноводы искусственного происхождения применяются для передачи энергии или информации (сигналов) различной природы, основываясь на эффекте полного внутреннего отражения.

В открытых планарных волноводах со смешанным (дискретным и непрерывным) спектром существуют направляемые моды, соответствующие точкам дискретного спектра, и излучательные моды, соответствующие точкам непрерывного спектра. При дифракции волноводных мод на стыке планарного волновода возникают явления, аналогичные преломлению и отражению плоских объемных волн на границе раздела сред.

Целью работы является получение системы линейных алгебраических уравнений для определения вклада каждой направляемой моды в суммарное электромагнитное поле при описании дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов. В качестве основного метода исследований выступает аналитическая редукция уравнений Максвелла с учетом граничных уравнений для электромагнитного поля, а также использование граничных уравнений Максвелла на стыке волноводов для согласования разложений по базисным модам двух частей волновода с помощью техники биортогонального базиса.

На начальном этапе из рассмотрения исключаются излучательные моды.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; численное моделирование; волноводы; направляемые волноводные моды; дифракция волноводных мод; волновая оптика; оптика наноструктур; проектирование оптических устройств; волновые процессы; электродинамика.

Идентификационный номер статьи в журнале 52TVN314

---

<sup>1</sup> 117923 г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

## Введение

Электромагнитные волны оптического диапазона издавна изучались в рамках геометрической и волновой оптики некогерентного и когерентного излучения. Сегодня оптические каналы передачи, приема и обработки информации широко применяются в современных системах связи и телекоммуникаций, включая всемирную сеть Интернет. Для этих целей используют оптические волноводы различного типа, среди которых преобладают волоконные и планарные конструкции как основные волноведущие структуры. Обработка информации в оптических волноводах осуществляется на основе материальных сред со специфическими свойствами, позволяющими эффективно управлять характеристиками распространения электромагнитных волн. К подобным средам, прежде всего, относятся материалы, обладающие акустооптическими, электрооптическими и магнитооптическими свойствами. Широкое применение также находят периодические волноводы с гофрированной поверхностью и связанные диэлектрические волноводы.

Электродинамические проблемы волновых процессов в разнообразных устройствах волоконной и интегральной оптики составляют сегодня предмет волноводной оптики. Теоретическое изучение электромагнитных волн в любой волноведущей структуре всегда базируется на совместном решении уравнений Максвелла с учетом специфики применяемой среды в форме материальных уравнений и электродинамических граничных условий. Анализ любой волноведущей структуры имеет конечной целью выяснение характера волновых взаимодействий в форме обмена мощностью между модами этой структуры при наличии ее возмущения.

В данной работе в качестве объекта излучения выбрана трехслойная волноведущая структура, состоящая из двух плотно пристыкованных друг к другу открытых планарных волноводов. Открытые волноводы являются наиболее общей формой волноведущей структуры. Выбор их в качестве объекта изучения диктуется тем обстоятельством, что для них спектр собственных мод имеет более общий состав по сравнению с экранированными (закрытыми) волноводами. Как известно, для любого закрытого волновода спектр мод всегда является дискретным, в то время как в спектре открытого волновода, наряду с дискретными модами, также присутствуют излучательные моды непрерывной части спектра. Именно это и делает открытые волноведущие структуры более привлекательным объектом для дальнейшего электродинамического изучения.

Для того чтобы проанализировать взаимодействие направляемых мод дискретного спектра, а впоследствии и излучательных мод непрерывного спектра, в качестве базового волновода выбрана планарная трехслойная диэлектрическая структура. В этом случае можно строго вывести явные выражения для ТЕ- и ТМ-поляризованных мод и последовательно выполнить анализ скоростей  $c/\beta_j$  и структуры полей для направляемых (и излучательных) мод.

Актуальность выбранной темы для исследований обусловлена тем фактом, что в последнее время возрос интерес к изучению и проектированию волноведущих систем, включающих открытые волноводы. Для проектирования необходим адекватный учет амплитудно-фазовых согласований (рассогласований) на границах раздела сред и устройств. Одним из таких сочленений интегрально-оптических волноводов является их жесткий стык. А недостаточно изученными являются процессы отражения и преломления волноводного излучения в терминах базисных систем волноводных мод: волноводные законы Снеллиуса и волноводные формулы Френеля. Их изучению и выводу посвящена данная работа.

Целью работы является получение системы линейных алгебраических уравнений для определения вклада каждой направляемой моды в описании дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов. На начальном этапе из рассмотрения исключаются излучательные моды.

Кратко охарактеризуем задачу, которая решается в данной работе.

Будем рассматривать волноведущую систему, состоящую из двух плотно присыканных друг к другу трехслойных планарных волноводов, в целом, без обособления каких-либо ее частей. Задача заключается в том, чтобы определить вклад каждой отраженной или прошедшей моды. Иначе говоря, получить общий вид системы алгебраических уравнений, позволяющей найти неопределенные коэффициенты, суть которых – вклад волноводных мод в суммарное поле волноведущей системы.

В качестве основного метода исследований выступает аналитическая редукция уравнений Максвелла с учетом граничных уравнений для электромагнитного поля, а также использование граничных уравнений Максвелла на стыке волноводов для согласования разложений по базисным модам двух частей волновода с помощью техники биортогонального базиса.

Новизна данного исследования и его практическая ценность заключаются в том, что сделана попытка получения аналитических выражений для расчета вкладов каждой моды при дифракции на плоской границе раздела. При решении поставленных задач был использован новый метод биортогонального базиса. Метод решения допускает обобщение на случай плавных переходов между волноводами.

Практическая значимость данной работы состоит в том, что в ходе исследований получен общий вид системы алгебраических уравнений, позволяющий определить вклады волноводных мод в суммарное поле волноведущей системы. Этот результат может быть использован при проектировании и исследовании свойств волноведущих структур.

### Математическая модель

Рассмотрим математическую модель распространения электромагнитной волны в среде из плоскопараллельных диэлектрических подобластей.

Ограничим класс рассматриваемых электромагнитных волн плоскими, однородными, монохроматическими волнами, зависимость полевых векторов которых от пространственных координат  $\vec{r}$  и времени  $t$  определяется формулами:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]; \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]; \quad (2)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{D}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]; \quad (3)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]; \quad (4)$$

где  $\omega$  - циклическая частота,  $\vec{r}$  - радиус-вектор точки наблюдения,  $\vec{k}$  - волновой вектор,  $\vec{E}$  - вектор напряженности электрического поля,  $\vec{D}$  - вектор индукции электрического поля,  $\vec{H}$  - вектор напряженности магнитного поля,  $\vec{B}$  - вектор индукции магнитного поля.

Теперь опишем процесс распространения электромагнитной волны в среде из плоскопараллельных диэлектрических подобластей. В дальнейшем под термином «волновод»

будем понимать только однородную, изотропную, немагнитную диэлектрическую материальную среду без дисперсии и поглощений, состоящую из трех плоскопараллельных слоев, при этом волноводный слой в свою очередь состоит из двух диэлектрических подобластей с разными показателями преломления. Диэлектрические проницаемости всех подобластей различны и вещественны, магнитная проницаемость везде равна магнитной проницаемости вакуума.

Процесс распространения электромагнитной волны в такой среде описывается уравнениями Максвелла. Запишем их в системе единиц Гаусса:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0; \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (5) показывает, что магнитное поле порождается переменным электрическим полем, уравнение (6) представляет собой математическую формулировку закона электромагнитной индукции, уравнение (7) выражает факт отсутствия статического электрического поля, уравнение (8) постулирует отсутствие в природе магнитных зарядов.

Для совместности системы (5)-(8), дополним уравнения электромагнитного поля материальными уравнениями, в которых учитывается соотношение между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ . Для изотропной среды связь между индукцией и напряженностью электромагнитных волн определяется скалярами  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Таким образом, материальные уравнения приобретают вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}; \quad (9)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (10)$$

Так как мы рассматриваем только не обладающие магнитными свойствами среды, связь между векторами напряженности и индукции магнитного поля определяется следующим образом:

$$\vec{B} = \vec{H}. \quad (11)$$

Следует также сформулировать граничные условия для уравнений электромагнитного поля, которые, в случае нашей задачи, сводятся к равенству тангенциальных компонент векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  на плоской границе раздела двух планарных волноводов:

$$\vec{E}_{\tau_1} = \vec{E}_{\tau_2}; \quad \vec{H}_{\tau_1} = \vec{H}_{\tau_2}. \quad (12)$$

Также добавим асимптотические граничные условия на бесконечности, так как в рассматриваемой системе присутствуют полубесконечные среды:

$$\|\vec{E}\|_{|x| \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad \|\vec{H}\|_{|x| \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (13)$$

Итак, система уравнений, в которую входят уравнения электромагнитного поля (5)-(8), материальные соотношения (9)-(10) и граничные условия (12)-(13), полностью описывает процесс распространения электромагнитного поля в выбранной волноведущей структуре.

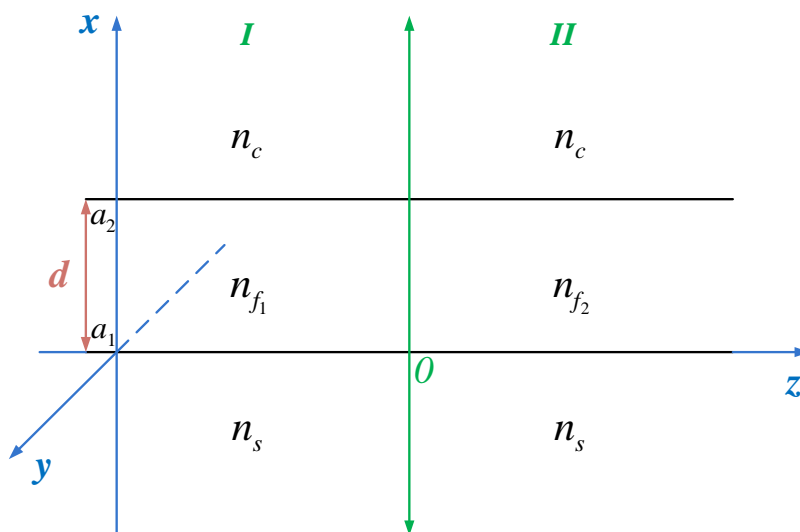
### Физическая постановка задачи

Трехслойный планарный волновод, представленный на рисунке ниже, состоит из трех слоев, но образован четырьмя подобластями:

- полубесконечный покровный слой (воздух) с показателем преломления  $n_c$  ;
- волноводный слой (пленка), состоящий из двух частей с показателями преломления  $n_{f_1}$  и  $n_{f_2}$  , плотно пристыкованных друг к другу перпендикулярно к границам раздела слоев;
- полубесконечная подложка с показателем преломления  $n_s$  ;

На рисунке  $d = a_2 - a_1$  – толщина волноводного слоя.

Все слои однородны в направлениях  $x$  и  $z$ .



**Рисунок** - Схематическое изображение стыка двух полубесконечных регулярных волноводов вдоль оси Oz

Опишем явление дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов волноведущей структуры.

Показатели преломления слоев  $n_s^j, n_{f_j}^j, n_c^j$ ;  $j = 1, 2$  вещественны. Толщина  $d$  допускает существование  $N_1$  ТЕ- и ТМ-поляризованных волноводных мод в I (левой) подобласти и  $N_2$  ТЕ- и ТМ-поляризованных волноводных мод во II (правой) подобласти, задаваемых компонентами  $E_y$  и  $H_y$  соответственно:  $E_{1, \dots, N_1}^I; H_{1, \dots, N_1}^I$  и  $E_{1, \dots, N_2}^{II}; H_{1, \dots, N_2}^{II}$ .

Слева на границу раздела набегают выделенная мода, например  $TE_2^I$ , описываемая стоячей вдоль оси Ox волной  $AE_2^I(x)$ . После дифракции на стыке волноводов влево отразятся моды  $R_j^{TE} E_j^I(x)$  и  $R_j^{TM} H_j^I(x)$ ;  $j = 1, \dots, N_1$ . Во второй подобласти (в правой части волновода)

будут распространяться моды  $T_j^{TE} E_j^I(x)$  и  $T_j^{TM} H_j^I(x)$ ;  $j=1, \dots, N_2$ . Здесь  $A$  - амплитуда падающей волны,  $R_j^{TE}, R_j^{TM}, T_j^{TE}, T_j^{TM}$  - амплитуды отраженных и прошедших волн соответственно.

Таким образом, поле в подобласти I – это совокупность полей падающих и отраженных мод. Поле в подобласти 1 будет иметь вид:

$$E_y^I = E_y^{inc}(x, z, t) + E_y^{ref}(x, z, t) \quad (14)$$

Слагаемое  $E_y^{inc}(x, z)$  описывает падающие (набегающие на границу раздела подобластей) волны, слагаемое  $E_y^{ref}(x, z)$  описывает волны, отраженные от границы раздела подобластей.

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти I (слева) примут вид:

$$E_y^I = AE_2^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta^{TE} z)\} + \sum_{j=1}^{N_1} R_j E_j^I(x) \exp\{i(\omega t + k_0 \beta_j^{TE} z)\};$$

$$H_y^I = \sum_{j=1}^{N_1} R_j H_j^I(x) \exp\{i(\omega t + k_0 \beta_j^{TM} z)\}. \quad (15)$$

Здесь  $\beta$  - коэффициент фазового замедления.

Поле в подобласти II будет представлять собой совокупность прошедших мод:

$$E_y^{II} = E_y^{trans}(x, z, t) \quad (16)$$

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти II (справа) примут вид:

$$E_y^{II} = \sum_{j=1}^{N_2} T_j E_j^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta_j^{TE} z)\};$$

$$H_y^{II} = \sum_{j=1}^{N_2} T_j H_j^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta_j^{TM} z)\}. \quad (17)$$

На границе раздела подобластей I и II должно выполняться равенство тангенциальных компонент.

Для ТЕ-мод:

$$E_y^{inc}(x, z, t) + E_y^{ref}(x, z, t) = E_y^{trans}(x, z, t) \quad (18)$$

Для ТМ-мод:

$$H_y^{ref}(x, z, t) = H_y^{trans}(x, z, t) \quad (19)$$

На границе раздела подобластей тангенциальными компонентами также являются компоненты  $H_x$  для ТЕ-мод и  $E_x$  для ТМ-мод, которые выражаются через  $E_y$  и  $H_y$  с помощью уравнений Максвелла.

Выразим их через компоненты  $E_x$  и  $H_x$ . Используя уравнения Максвелла, получим:

$$H_x = -\frac{1}{ik_0\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z} = \begin{cases} -\frac{\beta_j^I}{\mu_I} E_y^I = H_x^I \\ \frac{\beta_j^{II}}{\mu_{II}} E_y^{II} = H_x^{II} \end{cases}; \quad E_x = \frac{1}{ik_0\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z} = \begin{cases} \frac{\beta_j^I}{\varepsilon_I} H_y^I = E_x^I \\ -\frac{\beta_j^{II}}{\varepsilon_{II}} H_y^{II} = E_x^{II} \end{cases} \quad (20)$$

Согласно граничным условиям, справедливы следующие равенства:

$$H_x^{inc}(x, z, t) + H_x^{ref}(x, z, t) = H_x^{trans}(x, z, t) \quad (21)$$

$$E_x^{ref}(x, z, t) = E_x^{trans}(x, z, t) \quad (22)$$

На границе раздела под областей  $z=0$ , на оси  $Ox$  тангенциальные компоненты электромагнитного поля  $E_y$  и  $H_x$  для ТЕ-мод и  $H_y$  и  $E_x$  для ТМ-мод совпадают. В силу того, что  $z=0$ , множители  $\exp(\pm ik_0\beta z) = 1$ . Равенство тангенциальных компонент выполняется в любой момент времени, а значит и при  $t = 0$ , тогда множитель  $\exp(i\omega t) = 1$ .

Итоговая система уравнений, согласно граничным условиям, примет вид:

$$\begin{aligned} AE_2^I(x) + \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TE} E_j^I(x) &= \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TE} E_j^{II}(x); \\ AE_2^I(x) - \frac{\beta}{\mu} \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TE} E_j^I(x) &= \frac{\beta}{\mu} \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TE} E_j^{II}(x); \\ \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TM} H_j^I(x) &= \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TM} H_j^{II}(x); \\ \frac{\beta}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TM} H_j^I(x) &= -\frac{\beta}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TM} H_j^{II}(x). \end{aligned} \quad (23)$$

Наша задача – найти неопределенные амплитудные коэффициенты этой системы уравнений и таким образом определить вклад каждой отраженной или прошедшей моды

### Решение задачи

Чтобы найти неопределенные амплитудные коэффициенты этой системы уравнений и, таким образом, определить вклад каждой отраженной или прошедшей моды, сделаем следующую процедуру. Спроектируем отрезки функциональных рядов на подпространства биортогонального базиса. Более детально – умножим каждое уравнение системы на комплексно-сопряженные функции к функциям  $E_j^I(x); E_j^{II}(x); H_j^I(x); H_j^{II}(x)$ , а затем проинтегрируем полученные выражения по всей оси  $Ox$ . Затем воспользуемся условием ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix}_i^\alpha(x) \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix}_j^{\beta*}(x) dx = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij}; \alpha, \beta = I, II \quad (24)$$

Умножив систему уравнений сначала на  $E_j^{*I}(x)$  и  $H_j^{*I}(x)$  (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по  $x$ , получим следующую систему (для удобства запишем ее в матричном виде):

$$\hat{A}_{4N_1 \times 2N_1} \cdot \vec{R}_{2N_1 \times 1} = \hat{B}_{4N_1 \times 2N_2} \cdot \vec{T}_{2N_2 \times 1} - \vec{C}_{4N_1 \times 1} \quad (25)$$

где  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  - блочные матрицы с числовыми элементами,  $\vec{R}$  и  $\vec{T}$  - векторы неопределенных коэффициентов,  $\vec{C}$  - вектор свободных членов.

Умножив систему на  $E_j^{*II}(x)$  и  $H_j^{*II}(x)$  (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по  $x$ , получим:

$$\hat{D}_{4N_2 \times 2N_1} \cdot \vec{R}_{2N_1 \times 1} = \hat{G}_{4N_2 \times 2N_2} \cdot \vec{T}_{2N_2 \times 1} - \vec{C}_{4N_2 \times 1}; \quad (26)$$

где  $\hat{D}$  и  $\hat{G}$  - блочные матрицы с числовыми элементами.

Итоговая система в матричном виде :

$$P_{4(N_1+N_2) \times 2N_1} \cdot \vec{R}_{2N_1 \times 1} = Q_{4(N_1+N_2) \times 2N_2} \cdot \vec{T}_{2N_2 \times 1} - \vec{C}_{4(N_1+N_2) \times 1}; \quad (27)$$

где  $P$  и  $Q$  – блочные матрицы, составленные из  $\hat{A}$  и  $\hat{D}$ ,  $\hat{B}$  и  $\hat{G}$  соответственно.

Учитывая (24), примем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \langle E_i^I, E_j^{II} \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} E_i^I(x) E_j^{*II}(x) dx; \\ \langle E_i^I, E_k^I \rangle &= \delta_{ik}; \\ \langle E_l^{II}, E_j^{II} \rangle &= \delta_{lj}. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \langle H_i^I, H_j^{II} \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} H_i^I(x) H_j^{*II}(x) dx; \\ \langle H_i^I, H_k^I \rangle &= \delta_{ik}; \\ \langle H_l^{II}, H_j^{II} \rangle &= \delta_{lj}. \end{aligned} \quad (29)$$

Используя (28) и (29), представим матрицы, фигурирующие в системе, более подробно.



**Матрица  $P$  в общем виде:**

$$P = \begin{pmatrix} \langle E_1^I, E_1^I \rangle & \dots & \langle E_{N_1}^I, E_1^I \rangle & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\beta}{\mu} \langle E_1^I, E_{N_2}^{II} \rangle & \dots & -\frac{\beta}{\mu} \langle E_{N_1}^I, E_{N_2}^{II} \rangle & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \langle H_1^I, H_1^I \rangle & \dots & \langle H_{N_1}^I, H_1^I \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon} \langle H_1^I, H_{N_2}^{II} \rangle & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon} \langle H_{N_1}^I, H_{N_2}^{II} \rangle \end{pmatrix} \quad (30)$$

**Матрица  $Q$  в общем виде:**

$$Q = \begin{pmatrix} \langle E_1^{II}, E_1^I \rangle & \dots & \langle E_{N_2}^{II}, E_1^I \rangle & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\beta}{\mu} \langle E_1^{II}, E_{N_2}^{II} \rangle & \dots & -\frac{\beta}{\mu} \langle E_{N_2}^{II}, E_{N_2}^{II} \rangle & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \langle H_1^{II}, H_1^I \rangle & \dots & \langle H_{N_2}^{II}, H_1^I \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon} \langle H_1^{II}, H_{N_2}^{II} \rangle & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon} \langle H_{N_2}^{II}, H_{N_2}^{II} \rangle \end{pmatrix} \quad (31)$$

Для примера покажем подробнее получение одного из элементов матриц, например,

$$\begin{aligned} \langle E_1^I, E_2^{II} \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x) E_2^{*II}(x) dx : \\ \langle E_1^I, E_2^{II} \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x) E_2^{*II}(x) dx = \int_{-\infty}^{a_1} E_1^{sI}(x) E_2^{*sII}(x) dx + \int_{a_1}^{a_2} E_1^{fI}(x) E_2^{*fII}(x) dx + \\ &+ \int_{a_2}^{\infty} E_1^{cl}(x) E_2^{*clII}(x) dx = \int_{-\infty}^{a_1} A_s A_s^* \exp((\gamma_s^1 + \gamma_s^2)x) dx + \int_{a_1}^{a_2} A_c A_c^* \exp(-(\gamma_c^1 + \gamma_c^2)x) dx + \\ &+ \int_{a_2}^{\infty} \left\{ A_f^+ \exp(i\chi_f^1 x) + A_f^- \exp(-i\chi_f^1 x) \right\} \left\{ A_f^{*+} \exp(i\chi_f^2 x) + A_f^{*-} \exp(-i\chi_f^2 x) \right\} dx \end{aligned}$$

Остальные элементы матриц  $P$  и  $Q$  вычисляются аналогично.

## Выводы

Итак, в данной работе получена система линейных алгебраических уравнений в виде (27), удобном для численного эксперимента, позволяющая определить вклад каждой направляемой моды в описание дифракции волноводных мод на стыке волноводов. В дальнейшем предполагается учесть излучательные моды, соответствующие непрерывному спектру, аналогично тому, как это сделано в работе [11].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Барыбин А.А. Электродинамика волноведущих структур. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. Кочанова М.А., Севастьянов Л.А. Дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов // Материалы всероссийской конференции с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование». - Москва, РУДН, 22-25 апреля 2014. - С. 248-251.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. – М.: Наука, 1982. – Т. 8.
4. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978.
5. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Наука, 2004.
6. Хансперджер Р. Интегральная оптика. – М.: Мир, 1985.
7. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. – М.: Высшая школа, 1990.
8. Никоноров Н.В., Шандаров С.М. Волноводная фотоника. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008.
9. Ayrjjan E.A., Egorov A.A., Michuk E.N., Sevastyanov A.L., Sevastianov L.A., Stavtsev A.V. Representations of guided modes of integrated-optical multilayer thin-film waveguides // Preprint JINR E11-2011-31, Dubna, 2011, 52 P.
10. Oulton R. F., Pile D. F. P., Liu Y., Zhang X. Scattering of surface plasmon polaritons at abrupt surface interfaces: Implications for nanoscale cavities // Phys. Rev. B **76**, 035408 (2007).
11. Mahmoud S. F., Beal J. C.. Scattering of Surface Waves at a Dielectric Discontinuity on a Planar Waveguide // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-23, 193 1975

**Рецензент:** Севастьянов Л.А., д.ф-м. н., профессор ФГБОУ ВПО РУДН.

**Maria Kochanova**  
TEM consulting  
Russia, Moscow  
E-Mail: [makochanova@gmail.com](mailto:makochanova@gmail.com)

## Waveguide modes diffraction at a dielectric discontinuity on a planar waveguide

**Abstract:** This work deals with the problem of waveguide mode diffraction at a dielectric discontinuity of two half-infinite planar waveguides that are regular on each side of the waveguide system given. Physically a wave guide is a channel that allows electromagnetic wave spread along an axial line with relative low fading effect and localizes it within the area close to the axial line.

The ability of artificial waveguides to transmit energy or information (signals) of different kind is based on the total reflection effect.

There can be two types of waveguide modes in open planar waveguides: guided modes, which form discontinuous spectrum, and radiation modes, which form continuous spectrum. When waveguide modes diffract at a dielectric discontinuity of a planar waveguide, the effect is similar to refraction and reflection of plane body waves at a bedding interface.

The aim of this work is derivation of simultaneous linear algebraic equations in order to evaluate the contribution of each mode to the resulting electromagnetic field while considering waveguide mode diffraction at a dielectric discontinuity of half-infinite planar waveguides. The main research methods are: analytical reduction of Maxwell equations considering boundary conditions for electromagnetic field and the application of boundary conditions of Maxwell equations diffraction at a discontinuity of planar waveguides for expansion in orthogonal modes in two parts of the waveguide system using biorthogonal basis technique.

At the beginning radiation modes are excluded from the consideration.

**Keywords:** Mathematical modeling; numerical modeling; waveguides; guided waveguide modes; waveguide mode diffraction; wave optics; nanostructural optics; optical devices design; wave process; electrostatics.

Identification number of article 52TVN314

## REFERENCES

1. Barybin A.A. Jelektrodinamika volnovodushhих struktur. - М.: FIZMATLIT, 2007.
2. Kochanova M.A., Sevast'janov L.A. Difrakcii volnovodnyh mod na styke planarnыh volnovodov // Materialy vsrossijskoj konferencii s mezhdunarodnym uchastiem «Informacionno-telekommunikacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie». - Moskva, RUDN, 22-25 aprelja 2014. - S. 248-251.
3. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. – М.: Nauka, 1982. – Т. 8.
4. Kaliteevskij N.I. Volnovaja optika. – М.: Vysshaja shkola, 1978.
5. Ahmanov S.A., Nikitin S.Ju. Fizicheskaja optika. – М.: Nauka, 2004.
6. Hansperdzher R. Integral'naja optika. – М.: Mir, 1985.
7. Terleckij Ja.P., Rybakov Ju.P. Jelektrodinamika. – М.: Vysshaja shkola, 1990.
8. Nikonorov N.V., Shandarov S.M. Volnovodnaja fotonika. – SPb.: SPbGU ITMO, 2008.
9. Ayrjan E.A., Egorov A.A., Michuk E.N., Sevastyanov A.L., Sevastianov L.A., Stavtsev A.V. Representations of guided modes of integrated-optical multilayer thin-film waveguides // Preprint JINR E11-2011-31, Dubna, 2011, 52 P.
10. Oulton R. F., Pile D. F. P., Liu Y., Zhang X. Scattering of surface plasmon polaritons at abrupt surface interfaces: Implications for nanoscale cavities // Phys. Rev. B **76**, 035408 (2007).
11. Mahmoud S. F., Beal J. C.. Scattering of Surface Waves at a Dielectric Discontinuity on a Planar Waveguide // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-23, 193 1975.