

Интернет-журнал «Наукоедение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 8, №6 (2016) <http://naukovedenie.ru/vol8-6.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/52TVN616.pdf>

DOI: 10.15862/52TVN616 (<http://dx.doi.org/10.15862/52TVN616>)

Статья опубликована 13.12.2016

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Грошев С.В., Карпенко А.П. Мета-оптимизация популяционных алгоритмов многоцелевой оптимизации // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №6 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/52TVN616.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

*Работа поддержана РФФИ (проекты № 16-07-00287, 15-07-01764)*

**УДК 519.6**

**Грошев Сергей Владимирович**

ФГБОУ «Московский Государственный технический университет им. Н.Э. Баумана», Россия, Москва<sup>1</sup>  
Старший преподаватель кафедры «Системы автоматизированного проектирования»  
E-mail: [groshv\\_sergey@mail.ru](mailto:groshv_sergey@mail.ru)

**Карпенко Анатолий Павлович**

ФГБОУ «Московский Государственный технический университет им. Н.Э. Баумана», Россия, Москва  
Зав. кафедрой «Системы автоматизированного проектирования»  
Доктор физико-математических наук, профессор  
E-mail: [akarpenko@bmstu.ru](mailto:akarpenko@bmstu.ru)

**Мета-оптимизация популяционных алгоритмов  
многоцелевой оптимизации**

**Аннотация.** Рассматриваются популяционные (эволюционные и роевые) алгоритмы многоцелевой оптимизации, которые основаны на предварительном построении конечно-мерной аппроксимации множества (а тем самым, и фронта) Парето этой задачи, называемые П-алгоритмами. Для оценки качества указанной конечно-мерной Парето-аппроксимации (П-аппроксимации) используют различные критерии (индикаторы) качества (П-индикаторы). В работе ставится задача структурной мета-оптимизации П-алгоритмов, которая предполагает одновременное построение П-аппроксимации и оптимизацию этой аппроксимации по одному или нескольким П-индикаторам.

Предлагается класс само-адаптивных методов решения указанной задачи мета-оптимизации. Применительно к одному из П-индикаторов общая идея предлагаемого подхода к синтезу методов мета-оптимизации заключается в модификации эволюционных операторов и/или итерационной формулы исходного (базового) П-алгоритма с использованием этого П-индикатора так, чтобы повысить качество получаемой П-аппроксимации с точки зрения данного индикатора. Подход основан на периодическом или квазипериодическом определении совокупности архивных точек, являющихся «притягивающими» для ближайших агентов текущей популяции.

Рассматриваются две стратегии реализации данного подхода: добавление в базовый П-алгоритм оператора кроссинговера (скрещивания), построенного на основе «притягивающей»

---

<sup>1</sup> 105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5

точки; добавление в итерационную формулу того же алгоритма слагаемого, которое обеспечивает перемещение выбранного агента в направлении этой точки.

**Ключевые слова:** многокритериальная оптимизация; множество Парето; парето-аппроксимация; популяционные алгоритмы; фронт Парето; качество решения

## Введение

Известно большое число алгоритмов решения задачи многоцелевой оптимизации (МЦО-задачи). Рассматриваем алгоритмы, основанные на предварительном построении аппроксимации множества (а тем самым, и фронта) Парето этой задачи [1]. Алгоритмы данного класса (*П-алгоритмы*), преимущественно, строят на основе эволюционных и, прежде всего, на основе генетических алгоритмов [2]. Обзор эволюционных П-алгоритмов представлен, например, в работах [3, 4]. Известно также большое число П-алгоритмов, построенных на основе алгоритмов роя частиц, колонии муравьев, медоносных пчел и т.д. [5 - 7]. Под П-алгоритмами в работе понимаем *популяционные алгоритмы*, которые включают в себя эволюционные и роевые алгоритмы [8].

Оценку эффективности П-алгоритмов производят путем оценки качества полученной Парето аппроксимации (*П-аппроксимации*) и суммарных вычислительных затрат. На содержательном уровне качество П-аппроксимации может быть оценено с помощью следующих характеристик:

- близость найденных решений к точному множеству (фронту) Парето рассматриваемой МЦО-задачи;
- равномерность распределения решений в полученной П-аппроксимации;
- мощность найденного множества решений.

Для формализации указанных характеристик может быть использовано значительное число индикаторов качества П-аппроксимации (*П-индикаторов*) [9 - 11], так что задача оценки качества П-аппроксимации в общем случае сама является многоцелевой (многоиндикаторной).

Хорошо известна задача *параметрической мета-оптимизации* популяционных алгоритмов глобальной оптимизации, суть которой заключается в отыскании оптимальных в некотором смысле значений их свободных параметров [12]. По аналогии с этим определяют *структурную* и *структурно-параметрическую мета-оптимизацию* алгоритмов глобальной оптимизации [8]. По такой же логике говорим о задачах параметрической, структурной и структурно-параметрической мета-оптимизации П-алгоритмов (*ММЦО-задачах*).

Подобно работе [13] используем следующую классификацию методов решения ММЦО-задач. На верхнем уровне иерархии выделяем методы *настройки* и методы *управления* исходным (*базовым*) П-алгоритмом. Методы настройки предполагают выбор лучшего базового алгоритма путем решения ряда исходных (*базовых*) МЦО-задач данного класса с помощью исследуемого набора П-алгоритмов. Методы управления предусматривают решение ММЦО-задачи в процессе решения базовой МЦО-задачи и подразделяются на методы *адаптивного* и *само-адаптивного управления*. В методах адаптивного управления алгоритм мета-оптимизации надстраивается над базовым П-алгоритмом и использует в процессе своей работы информацию, получаемую в процессе функционирования последнего. Методы само-адаптивного управления (*self-adaptive control*) требуют модификации базового П-алгоритма так, чтобы одновременно с решением базовой задачи оптимизации модифицированный алгоритм решал и задачу мета-оптимизации. Рассматриваемые в работе

методы мета-оптимизации относятся к классу структурных само-адаптивных методов управления.

В современных П-алгоритмах задачу мета-оптимизации в неявной форме решают по отношению к индикаторам, формализующим требование равномерности распределения решений П-аппроксимации в целевом пространстве (требование равномерности покрытия). Работа имеет целью конструирование само-адаптивных П-алгоритмов, предназначенных для решения задачи мета-оптимизации, в которой *мета-целями* являются и другие П-индикаторы.

В первом разделе работы приводим постановки МЦО- и ММЦО-задач. Во втором разделе представляем используемые П-индикаторы. Основным является третий раздел работы, в котором изложены предлагаемые методы мета-оптимизации П-алгоритмов.

### 1. Постановка МЦО- и ММЦО-задач

**Постановка МЦО-задачи.** Совокупность частных *целевых функций (целей)*  $f_k(X)$ ,  $k \in [1 : |F|]$  образует векторную целевую функцию  $F(X) \in \{F\}$ , где  $X \in \{X\}$  - вектор варьируемых параметров;  $\{X\}$ ,  $\{F\}$  - пространство параметров и целевое пространство соответственно. Здесь и далее запись вида  $|A|$ , где  $A$  - некоторый вектор или счетное множество, означает размерность этих объектов.

Рассматриваем задачу минимизации каждой из указанных частных целевых функций в области допустимых значений вектора варьируемых параметров  $D_X \subset R^{|X|}$ . Множество достижимости задачи обозначаем  $D_F$ , фронт Парето -  $D_F^* \subset D_F \subset \{F\}$ , множество Парето -  $D_X^* \in D_X \subset \{X\}$ . Полагаем, что решением МЦО-задачи является конечно-мерная аппроксимация  $\tilde{D}_F^*$  фронта (а, тем самым, и множества) Парето этой задачи.

Результаты решения МЦО-задачи (П-аппроксимация), полагаем, накапливаются в *архивных множествах*  $\Theta_F$ ,  $\Theta_X$ , содержащих не доминируемые точки  $F_j^\Theta \in D_F$  и соответствующие точки  $X_j^\Theta \in D_X$ , где  $|\Theta|$  - мощность множеств  $\Theta_F$ ,  $\Theta_X$ ;  $j \in [1 : |\Theta|]$ . Если не указано иное, то под множеством  $\Theta$  далее понимаем множество  $\Theta_F$ .

В П-алгоритмах новые точки для архивов  $\Theta_F$ ,  $\Theta_X$  «поставляет» популяция агентов  $S = \{s_i, i \in [1 : |S|]\}$ . Текущие координаты агента  $s_i$  в пространстве поиска  $\{X\}$  равны  $X_i$ , а в пространстве  $\{F\}$  -  $F_i = F(X_i)$ .

**Постановка ММЦО-задачи.** Вектор рассматриваемых П-индикаторов обозначаем  $I(\Theta) = (I_\alpha(\Theta), \alpha \in [1 : |I|])$ , где  $I_\alpha$  - индикатор с номером  $\alpha$ . Формально ММЦО-задачу записываем в виде

$$\begin{cases} F(X) \rightarrow \min_{X \in D_X} \\ I(\Theta) \rightarrow \text{extr}_{X \in D_X} \end{cases} \quad (1)$$

Первая из задач (1) формализует стремление ЛПР обеспечить широкое исследование целевого пространства с тем, чтобы не были потеряны существенные фрагменты фронта Парето  $D_F^*$ . Вторая задача формализует необходимость достижения высокого качества П-аппроксимации  $\Theta$ . Указанные цели ЛПР противоречивы и поэтому решение задачи ММЦО (1) неизбежно является компромиссным с точки зрения целей  $F(X)$  и индикаторов  $I(\Theta)$ .

## 2. Используемые П-индикаторы

Выделяют два класса П-индикаторов – *унарные* и *бинарные* индикаторы [8, 11].

Бинарные индикаторы ориентированы на сравнение точного фронта Парето  $D_F^*$  и архивного множества  $\Theta$ . Если иметь в виду П-алгоритмы, предназначенные для решения практически значимых МЦО-задач, то, очевидно, такие алгоритмы не могут строиться на основе П-индикаторов, использующих информацию о точном фронте Парето. Поэтому рассматриваем только унарные П-индикаторы, основными из которых являются следующие.

*Среднее рассеяние (Spacing)*. Данный индикатор является мерой равномерности распределения архивных решений в целевом пространстве и определяется формулой

$$I_S(\Theta) = \sqrt{\frac{1}{|\Theta| - 1} \sum_{j=1}^{|\Theta|} \text{abs}(\bar{d} - d_j)} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где:  $d_j = \min_{k \in [1:|\Theta|], k \neq j} \|F_j^\Theta, F_k^\Theta\|_M$  – минимальное манхеттоновское расстояние между решением  $F_j^\Theta$  и остальными архивными решениями;  $\bar{d}$  – среднее всех этих величин.

*Максимальное рассеяние (Maximum Spread)* также формализует равномерность покрытия и имеет вид, аналогичный (2):

$$I_{MS}(\Theta) = \sqrt{\sum_{j=1}^{|\Theta|} \max_{k \in [1:|\Theta|]} \|F_j^\Theta, F_k^\Theta\|_M} \rightarrow \min.$$

*Отклонение от равномерного распределения (Deviation from Uniform distribution)*, как и предыдущие индикаторы, определяет равномерность распределения архивных решений в целевом пространстве. Индикатор имеет вид

$$I_{DU}(\Theta) = \sum_{j=1}^{|\Theta|} \frac{\text{abs}(d_j - \bar{d})}{|\Theta|},$$

где:  $d_j$  – евклидово расстояние решения  $F_j^\Theta$  до ближайшего из решений множества  $\Theta$ ;  $\bar{d}$  – среднее этих величин.

*Мощность множества решений (Overall Nondominated Vector Generation)  $I_{ONVG}(\Theta)$*  есть ни что иное, как число элементов множества  $\Theta$ :

$$I_{ONVG}(\Theta) = |\Theta| \rightarrow \max.$$

Объем объемлющего гиперкуба (*Hypercube enclosing indicator*) равен

$$I_{HC}(\Theta) = (I_{HC_1}(\Theta) - I_{HC_2}(\Theta))^{|F|} = (p - q)^{|F|},$$

где величины  $I_{HC_1}(\Theta)$ ,  $I_{HC_2}(\Theta)$  имеют смысл координат точек  $P = (p, p, \dots, p)$ ,  $Q = (q, q, \dots, q)$  целевого пространства, которая доминирует все архивные решения и которую доминируют все эти решения соответственно:

$$I_{HC_1}(\Theta) = \max_{P \in R^{|F|}} (P \succ F_j^\Theta, \forall j \in [1 : |\Theta|]) = p,$$

$$I_{HC_2}(\Theta) = \min_{Q \in R^{|F|}} (Q \prec F_j^\Theta, \forall j \in [1 : |\Theta|]) = q.$$

Здесь отношение  $\succ$  есть отношение доминирования.

Протяженность (*Dimensions Extent*)  $I_{DE}(\Theta)$  имеет смысл протяженности архивного множества  $\Theta$  :

$$I_{DE}(\Theta) = \sqrt{\sum_{j=1}^{|F|} \max_{k, l \in [1 : |\Theta|]} |f_j(X_k^\Theta) - f_j(X_l^\Theta)|} \rightarrow \max$$

### 3. Предлагаемые методы мета-оптимизации П-алгоритмов

Применительно к одному из П-индикаторов общая идея предлагаемого подхода к синтезу методов мета-оптимизации П-алгоритмов заключается в модификации эволюционных операторов и/или итерационной формулы базового П-алгоритма с использованием этого П-индикатора так, чтобы повысить качество получаемой П-аппроксимации с точки зрения данного индикатора. С помощью базового П-алгоритма формируем архивные множества

$\Theta_X, \Theta_F$  достаточно большой мощности  $|\Theta|^{\min}$ . В последующих итерациях в эволюционные операторы и/или итерационную формулу базового П-алгоритма добавляем составляющие, сформированные на основе  $m$  точек текущих архивных множеств, которые являются наихудшими с точки зрения рассматриваемого П-индикатора. Эти составляющие призваны обеспечить движение агентов популяции в направлении, которое приводит к получению архивных точек, улучшающих значения рассматриваемого П-индикатора. Здесь  $|\Theta|^{\min}$ ,  $m$  - свободные параметры *мета П-алгоритма* соответственно.

Очевиден аналогичный подход к мета-оптимизации П-алгоритмов, использующий не притягивающие, но отталкивающие архивные решения.

Путем подбора значений величин  $|\Theta|^{\min}$ ,  $m$  ЛПР имеет возможность достичь требуемого баланса между шириной исследования целевого пространства и качеством П-аппроксимации. Увеличение значений  $|\Theta|^{\min}$  приводит, очевидно, к более детальному исследованию целевого пространства, но может не обеспечить требуемое качество П-аппроксимации. Большие значения величины  $m$  вызывают обратный эффект – уменьшение

широты исследования целевого пространства и возможное повышение качества П-аппроксимации.

**Одно-индикаторная задача мета-оптимизации.** Пусть вектор индикаторов  $I(\Theta)$  включает в себя только один из указанных индикаторов  $I_\alpha(\Theta)$ ,  $\alpha \in [1:|I|]$ , то есть рассматриваем вторую из ММЦО задач (1) как одно-индикаторную. Обозначаем  $(\hat{X}_j^\Theta, \hat{F}_j^\Theta)$ ,  $j \in [1:|\Theta|]$  - одно из  $m$  архивных решений, являющихся худшим (в смысле индикатора  $I_\alpha(\Theta)$ ) на рассматриваемой итерации базового П-алгоритма. Агента текущей популяции  $S$ , для которого это решение должно стать притягивающим, обозначаем  $s_{j^*}$ .

Возможны две стратегии модификации базового П-алгоритма (а также их комбинация).

1) Добавление в базовый П-алгоритм оператора кроссинговера (скрещивания), построенного на основе координат притягивающей точки. Подчеркнем, что этот оператор может быть использован для модификации не только генетического, но и любого из популяционных П-алгоритмов.

2) Добавление в итерационную формулу базового П-алгоритма слагаемого вида

$$w U_{|X|}(0; a) \otimes (\hat{X}_j^\Theta - X_{j^*}), \quad (3)$$

обеспечивающего перемещение агента  $s_{j^*}$  в пространстве параметров в направлении точки  $\hat{X}_j^\Theta$ , а в целевом пространстве - в направлении точки  $\hat{F}_j^\Theta$ . Здесь  $w$  - весовой коэффициент, определяющий величину влияния притягивающей точки на эволюцию агента  $s_{j^*}$ ;  $U_{|X|}(0; a) = (|X| \times 1)$  - вектор независимых вещественных случайных чисел, равномерно распределенных в интервале  $[0; a]$ , где  $a$  - положительное вещественное число;  $\otimes$  - символ прямого произведения векторов.

Вторая стратегия, на наш взгляд, является более гибкой, поскольку с помощью коэффициента  $w$  позволяет легко управлять «силой» притяжения агента  $s_{j^*}$  точкой  $(\hat{X}_j^\Theta, \hat{F}_j^\Theta)$ . Далее имеем в виду использование именно этой стратегии.

Обозначим произвольную меру расстояния в целевом пространстве как  $\mu_F(F_j, F_k)$ . Идея метода мета-оптимизации для любого из представленных выше П-индикаторов, кроме индикатора  $I_{ONVG}(\Theta)$ , одинакова и состоит в следующем. В архиве  $\Theta$  находим  $m$  решений  $\hat{F}_j^\Theta$ ,  $j \in [1:m]$ , которые в наибольшей степени ухудшают значения индикатора  $I_\alpha(\Theta)$ . Для каждого из этих решений определяем в целевом пространстве  $n \geq 1$  ближайших (в смысле расстояния  $\mu_F(\cdot, \cdot)$ ) агентов  $\{s_{j_1}, s_{j_2}, \dots, s_{j_n}\} = S_j$  текущей популяции  $S$ . С помощью того или иного алгоритма селекции выбираем из множества  $S_j$  агента  $s_{j^*}$ , для которого точку

$(\hat{X}_j^\ominus, \hat{F}_j^\ominus)$  объявляем притягивающей. Величина  $n$  является свободным параметром алгоритма.

Схема метода мета-оптимизации имеет следующий вид.

1) Вычисляем для текущего архивного множества  $\Theta$  значение индикатора  $I_\alpha(\Theta)$ .

2) Поочередно исключаем из этого множества точки  $\hat{F}_j^\ominus, j \in [1:|\Theta|]$  и вычисляем соответствующие значения индикатора  $I_{\alpha,j} = I_\alpha(\Theta / \hat{F}_j^\ominus)$ .

3) Сортируем величины  $I_{\alpha,j}, j \in [1:|\Theta|]$  в порядке ухудшения их значений и помещаем в список  $L$ . Для простоты записи положим, что решения в этом списке расположены в порядке  $I_{\alpha,1}, I_{\alpha,2}, \dots, I_{\alpha,|\Theta|}$ .

4) Для каждого из первых  $m$  решений  $\hat{F}_j^\ominus, j \in [1:m]$  списка  $L$  выполняем следующие действия.

4.1) Определяем расстояния  $\mu_F(\hat{F}_j^\ominus, F_i), i \in [1:|S|]$  и на этой основе сортируем агентов текущей популяции в порядке возрастания указанного расстояния и помещаем в список  $L_j$ .

4.2) Выбираем из списка  $L_j$  первых  $n$  агентов  $\{s_{j_1}, s_{j_2}, \dots, s_{j_n}\} = S_j$ .

4.3) С помощью используемого алгоритма селекции выбираем из набора  $S_j$  агента  $s_{j^*}$ .

Схема метода мета-оптимизации для индикатора  $I_{ONVG}(\Theta)$  отличается от рассмотренной схемы тем, что в качестве архивных точек  $\hat{F}_j^\ominus, j \in [1:m]$  используются точки, расстояния  $\|\cdot\|_M$  между которыми минимальны. Заметим, что в результате могут ухудшиться значения П-индикаторов, которые формализуют равномерность покрытия. Очевидна идея использовать значения индикатора  $I_{ONVG}(\Theta)$  в условии окончания итераций базового П-алгоритма.

Рассмотренные методы мета-оптимизации предполагают использование статических значений своих свободных параметров  $|\Theta|^{\min}, m, w, n$ . Можно предложить большое число вариантов этих методов, использующих динамические значения указанных параметров, когда они представляют собой некоторые функции номера текущей итерации  $t$ . Периодический или квазипериодический характер функции  $|\Theta|^{\min} = |\Theta|^{\min}(t)$  позволяет «включать» и «выключать» процесс мета-оптимизации с ростом числа итераций. При использовании возрастающей функции  $m = m(t)$  автоматически обеспечивается доминирование цели повышения качества П-аппроксимации на завершающих итерациях мета П-алгоритма.

Аналогичный эффект позволяет получить возрастающая функция  $w = w(t)$ . Функция  $n = n(t)$ , значения которой возрастают с увеличением числа итераций, диверсифицирует поиск на заключительных итерациях мета П-алгоритма.

Еще большие возможности по управлению процессом мета-оптимизации обеспечивают адаптивные правила изменения указанных свободных параметров. Вообще говоря, эти правила можно строить на основе всех рассматриваемых П-индикаторов, а также на основе различных характеристик популяции (параметров ниш, например).

**Много-индикаторная задача мета-оптимизации.** Перейдем к рассмотрению ситуации, когда вектор индикаторов  $I(\Theta)$  включает в себя более одного индикатора ( $|I| > 1$ ), то есть рассмотрим вторую из ММЦО задач (1) как много-индикаторную. Введем следующие обозначения:  $(\hat{X}_{\alpha,j}^{\ominus}, \hat{F}_{\alpha,j}^{\ominus})$ ,  $\alpha \in [1 : |I|]$ ,  $j \in [1 : |\Theta|]$  - одно из  $m$  архивных решений, являющихся худшим на рассматриваемой итерации базового П-алгоритма с точки зрения П-индикатора  $I_{\alpha}(\Theta)$ . Агента популяции  $S = S(t)$ , для которого это решение станет притягивающим, обозначаем  $s_{\alpha,j^*}$ .

В этих обозначениях по аналогии с выражением (3) в итерационную формулу мета П-алгоритма следует включить слагаемое вида

$$\sum_{\alpha=1}^{|I|} w_{\alpha} U_{|X|}(0; a_{\alpha}) \otimes (\hat{X}_{\alpha,j}^{\ominus} - X_{\alpha,j^*})$$

Здесь  $w_{\alpha}$  - весовой коэффициент, определяющий величину влияния притягивающей точки  $(\hat{X}_{\alpha,j}^{\ominus}, \hat{F}_{\alpha,j}^{\ominus})$  на эволюцию агента  $s_{\alpha,j^*}$ , а остальные обозначения совпадают с соответствующими обозначениями в (2).

Схема много-индикаторного метода отличается от рассмотренной выше схемы одно-индикаторного метода тем, что указанные там задачи приходится последовательно решать для каждого из индикаторов  $I_{\alpha}(\Theta)$ ,  $\alpha \in [1 : |I|]$ .

### Заключение

Можно предложить варианты представленных мета П-алгоритмов, основанные на модификации фитнес-функции агентов популяции путем добавления в эту функцию слагаемых, формализующих расстояния соответствующего агента до притягивающих точек.

Известно значительное число унарных П-индикаторов [14], отличных от рассмотренных в работе. Представленный подход к решению задачи мета-оптимизации П-алгоритмов может быть использован и для этих индикаторов.

Поскольку ММЦО-задача является многоцелевой, она, как и исходная МЦО-задача, относится к классу плохо формализованных задач. Решение таких задач является принципиально субъективным, определяемым, в конечном счете ЛПР [15]. Поэтому перспективной является разработка интерактивных вариантов предложенных в работе мета П-алгоритмов.



Поскольку практически значимые МЦО-задачи имеют высокую вычислительную сложность и требуют использования для своего решения параллельных вычислительных систем, представляется актуальной разработка параллельных вариантов предложенных мета П-алгоритмов, ориентированных на различные классы таких систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Физматлит. - 2007. - 256 с.
2. Fonseca C.M., Fleming P.J. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization / Proc. of the 5th International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo, California. - 1993. - pp. 416-423.
3. Карпенко А.П., Митина Е.В., Семенихин А.С. Популяционные методы аппроксимации множества Паретов в задаче многокритериальной оптимизации // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. - 2012. - №4 (<http://www.technomag.edu.ru/doc/363023.html>).
4. Guliashki V., Toshev H., Korsemov Ch. Survey of Evolutionary Algorithms Used in Multiobjective Optimization // Problems of Engineering Cybernetics and Robotics. - 2009. - Vol. 60. - pp. 42 - 54.
5. Coello C.A., Lechuga M.S. MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization / In IEEE Proceedings, World Congress on Computational Intelligence (CEC2002). - 2002. - pp. 1051-1056.
6. Карпенко А.П., Чернобривченко К.А. Эффективность оптимизации методом непрерывно взаимодействующей колонии муравьев (ЦИАК) // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. - 2011. - №2 (<http://technomag.edu.ru/doc/165551.html>).
7. Гришин А.А., Карпенко А.П. Исследование эффективности метода пчелиного роя в задаче глобальной оптимизации // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. - 2010. - №8 (<http://technomag.edu.ru/doc/154050.html>).
8. А.П. Карпенко Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы вдохновленные природой / А.П. Карпенко. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. - 2014. - 446 с.
9. Zitzler E., Deb K., Thiele L. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results // Evolutionary Computation. - 2000. - Vol. 8(2). - pp. 173-195.
10. Zitzler E., Thiele L., Marco Laumanns M., Fonseca C.M., da Fonseca V.G. Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review // IEEE Transactions of Evolutionary Computation. - 2003. -Vol. 7(2). - pp. 117-132.
11. Knowles J., Corne D. On metrics for comparing nondominated sets / In: Evolutionary Computation 2002 (CEC '02). Proceedings of the 2002 Congress on. - 2002. - Vol. 1. - pp. 711-716.
12. Michalewicz Z., Hinterding R., Eiben A.E. Parameter Selection. Evolutionary Optimization. - New York: Springer. - 2003. - Vol. 48. - No. 11. - pp. 279-306.
13. Eiben A.E., Michalewicz Z., Schoenauer M., Smith J.E. Parameter Control in Evolutionary Algorithms / Parameter Setting in Evolutionary Algorithms, Springer Verlag. - 2007. - pp. 19-46.

14. Guliashki V., Toshev H., Korsemov Ch. Survey of Evolutionary Algorithms Used in Multiobjective Optimization // Problems of Engineering Cybernetics and Robotics. - 2009. - Vol. 60. - pp. 42 - 54.
15. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений: Учебник для ВУЗов. - М.: Университетская книга, Логос. - 2006. - 392 с.

**Groshev Sergey Vladimirovich**

Bauman Moscow state technical university, Russia, Moscow  
E-mail: groshev\_sergey@mail.ru

**Karpenko Anatoly Pavlovich**

Bauman Moscow state technical university, Russia, Moscow  
E-mail: akarpenko@bmstu.ru

## **Meta-optimization of populations algorithms in multipurpose optimization**

**Abstract.** We consider the population (evolutionary and swarms) algorithms for multi-objective optimization, which are based on pre-constructed finite-dimensional approximation of (and thus, and front) Pareto this problem, called the P-algorithms. To assess the quality of this course-dimensional Pareto-approximation (P-approximation) use different criteria (indicators) quality (P-indicators). In this work we seeks to optimize the structural meta-P algorithms, which involves the simultaneous construction of the P-approximation and optimization of the approximation for one or more P-indicators.

Proposed class of self-adaptive methods for solving this problem of meta-optimization. With regard to one of the P-indicators the general idea of the proposed approach to the synthesis methods of meta-optimization is to modify the evolutionary operators and/or iterative formula initial (base) P-algorithm using this P-indicator as to improve the quality of the resulting P-approximation from the viewpoint of approximation of the indicator. The approach is based on a periodic or quasi-periodic determination of the aggregate history points that are "attracting" for the nearest agent of the current population.

We consider two strategies for the implementation of this approach: Added to the base-set P-operator algorithm crossover (cross-breeding), builded on the basis of "attractive" terms; adding to the same formula iterative algorithm term, which moves the selected agent toward that point.

**Keywords:** multicriteria optimization; Pareto set; Pareto approximation; population-based algorithms; Pareto Front; quality of solution