Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/

Том 8, №6 (2016) http://naukovedenie.ru/vol8-6.php

URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/74TVN616.pdf

Статья опубликована 19.01.2017

**Ссылка для цитирования этой статьи:**
Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Колобов И.А., Гармонина А.Н. Разработка расчетной модели радиального подшипника с учетом зависимости проницаемости, электропроводности и вязкости жидкого смазочного материала от давления // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №6 (2016) http://naukovedenie.ru/PDF/74TVN616.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**УДК 621.891**

**Ахвердиев Камил Самедович**
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный университет путей сообщения», Россия, Ростов-на-Дону[1]
Заведующий кафедрой «Высшая математика»
Доктор технических наук, профессор
E-mail: vm@rgups.ru

**Мукутадзе Мурман Александрович**
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный университет путей сообщения», Россия, Ростов-на-Дону
Доцент кафедры «Высшая математика»
Доктор технических наук
E-mail: murman1963@yandex.ru

**Колобов Игорь Анатольевич**
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный университет путей сообщения», Россия, Ростов-на-Дону
Доцент кафедры «Управление эксплуатационной работой»
Кандидат технических наук
E-mail: upp@rgups.ru

**Гармонина Анастасия Николаевна**
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный университет путей сообщения», Россия, Ростов-на-Дону
Старший лаборант кафедры «Высшая математика»
E-mail: opatskih@yandex.ru

# Разработка расчетной модели радиального подшипника с учетом зависимости проницаемости, электропроводности и вязкости жидкого смазочного материала от давления

**Аннотация.** В работе на основе нелинейного уравнения движения несжимаемого электропроводящего жидкого смазочного материала, уравнения неразрывности и уравнения Дарси сформирована расчетная модель радиального подшипника скольжения с учетом зависимости вязкости и электропроводности жидкого смазочного материала от давления.

Авторами получены уточненные расчетные модели бесконечного радиального подшипника для поля скоростей и давлений в смазочном слое и пористом покрытии вала, а также многопараметрические выражения для основных рабочих характеристик подшипника, учитывающие наличие электромагнитных полей и зависимость от давления вязкости, электропроводности смазочного материала и проницаемости пористого покрытия.

[1] 344038, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2

В линейной постановке, без учета сил инерции (Re = 0) найдено точное автомодельное решение рассматриваемой задачи для гидродинамического давления в смазочном и пористом слоях в виде разложения функций в ряд Тейлора.

Асимптотическое решение с учетом сил инерции для «тонкого слоя» в нулевом, первом и втором приближении найдено в виде рядов по степеням параметра $\eta$, характеризующего относительный эксцентриситет. Полученные системы алгебраических уравнений решались методом Гаусса - Зейделя с заменой в выражениях произвольных слагаемых конечно-разностным представлением.

Уточненные расчетные модели позволили установить влияние ряда дополнительных факторов, а также выполнить сравнительный анализ вновь полученных результатов и уже имеющихся, что подтверждает большую приближенность новой модели к реальной практике.

**Ключевые слова:** электропроводящий смазочный материал; зависимость от давления вязкости; электропроводности смазочного материала и проницаемости пористого покрытия

## Введение

Развитие современного машиностроения предъявляет все более жесткие требования к различным устройствам как в новых областях техники (атомная энергетика, ракетно-космическая отрасль), так и в традиционных (транспортное машиностроение, приборостроение).

В последнее время практический интерес вызывают исследования механических устройств с применением таких нетрадиционных уплотнительно-смазочных материалов, как магнитные жидкости. Они широко используются не только в уплотнителях, но и в подшипниковых узлах в качестве смазочных материалов, обладающих электропроводящими свойствами.

Значительное количество исследований [1-3] посвящено подшипникам скольжения, работающим на электропроводящих смазочных материалах, обладающих демпфирующими свойствами. Анализ большинства публикаций [4-10] показывает, что в них не учитывается зависимость вязкости и электропроводности жидкого смазочного материала, а также проницаемости пористого слоя от давления. Кроме того, не учитывается и сила инерции.

Ключ к решению проблемы лежит в возможном повышении несущей способности подшипников в результате уточнения их расчетных моделей. Это основано на формировании расчетных гидродинамических моделей радиальных подшипников бесконечной длины при линейной постановке задачи с последующим асимптотическим ее решением с учетом сил инерции. Решение реализуется для «тонкого слоя» при одновременном учете зависимости электропроводности и вязкости смазочного материала от давления и проницаемости пористого покрытия.

*Цель работы* заключается в линейной постановке задачи при разработке расчетной модели бесконечного радиального подшипника с пористым покрытием на поверхности шейки вала, учете зависимости вязкости, проницаемости и электропроводности смазочного материала от давления и последующем асимптотическом решении с учетом сил инерции.

## Постановка задачи

Рассматривается установившееся движение вязкого несжимаемого электропроводящего жидкого смазочного материала в рабочем зазоре бесконечного

радиального подшипника скольжения, работающего в режиме гидродинамического смазывания, с пористым покрытием на поверхности шейки вала в условиях действия внешнего электромагнитного поля (рис. 1). Вал вращается с угловой скоростью Ω, а подшипниковая втулка неподвижна. Предполагается, что пространство между валом и подшипником полностью заполнено смазочным материалом.

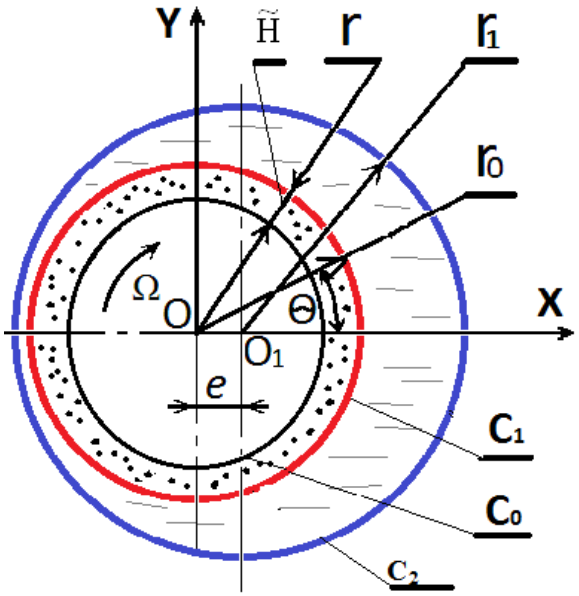



***Рисунок 1.*** *Схема радиального подшипника с пористым покрытием на поверхности шейки вала*

В полярной системе координат с полюсом в центре вала уравнение контуров вала с пористым слоем $C_0$ и $C_1$ и подшипниковой втулки $C_2$ запишем в виде

$$C_0: \quad r = r_0 - \tilde{H};$$

$$C_1: \quad r' = r_0;$$

$$C_2: \quad r' = r_1(1+H);$$

$$H = \varepsilon\cos\theta - \frac{1}{2}\varepsilon^2\sin^2\theta; \quad \varepsilon = \frac{e}{r_1} < 1, \tag{1}$$

где: $r_1$ - радиус подшипника; $r_0$ - радиус вала; $\tilde{H}$ - толщина пористого слоя; $H$ - толщина смазочного материала.

Зависимость электропроводности, проницаемости пористого слоя и вязкости жидкого смазочного материала от давления запишем в виде:

$$\mu' = \mu_0 e^{\beta' p'}, \quad \sigma' = \sigma_0 e^{\beta' p'}, \quad k' = k_0 e^{\beta' p'}. \tag{2}$$

## Исходные уравнения и граничные условия

Движение электропроводящего жидкого смазочного материала в рабочем зазоре бесконечного радиального подшипника скольжения описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial^2 v_0'}{\partial r'^2} = \frac{1}{r'}\frac{1}{\mu'}\frac{\partial p'}{\partial \theta} - \frac{1}{\mu'}\sigma' B'\left(E' - v_0' B'\right) + \frac{\rho}{\mu'}\left(v_{r'}'\frac{\partial v_0'}{\partial r'} + \frac{v_0'}{r'}\frac{\partial v_0'}{\partial \theta} - \frac{v_{r'}' v_0'}{r}\right). \quad (3)$$

С учетом (2) уравнение (3), а также уравнение неразрывности и Дарси запишется в виде:

$$\frac{\partial p'}{\partial r'} = 0, \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial r'^2} = \frac{1}{r'}\frac{1}{\mu_0 e^{\beta' p'}}\frac{\partial p'}{\partial \theta} + \frac{\rho}{\mu_0 e^{\beta' p'}}\left(v_{r'}'\frac{\partial v_\theta'}{\partial r'} + \frac{v_\theta'}{r'}\frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} - \frac{v_{r'}' v_\theta'}{r}\right) - \frac{\sigma_0}{\mu_0} B'(E' - v_\theta' B'),$$

$$\frac{\partial v_{r'}}{\partial r'} + \frac{v_{r'}'}{r'} + \frac{1}{r'}\frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial r'^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P'}{\partial r'} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 P'}{\partial \theta^2} = 0, \quad (4)$$

где: $\mu_0$ - характерная вязкость; $\mu'$ - коэффициент динамической вязкости; $\sigma'$ - электропроводность; $p'$ - гидродинамическое давление в смазочном слое $v_{r'}', v_\theta'$ - компоненты вектора скорости; $\overline{E} = \{0, 0, E'\}$ - вектор напряженности электрического поля; $P'$ - давление в пористом слое; $\rho$ - плотность смазочного материала; $\overline{B} = \{0, B', 0\}$ - вектор магнитной индукции.

Значения $E'(r,0)$ и $B'(r,0)$ считаются заданными и удовлетворяющими уравнениям Максвелла:

$$div\overline{B} = 0, \quad rot\overline{E} = 0. \quad (5)$$

Примем в качестве $E', B'$ следующие значения: $E' = \text{const};\ B' = \frac{B_0}{r'},\ B_0 = \text{const}$, при которых система (5) удовлетворяется.

Система уравнений (4) решается при следующих граничных условиях:

$$v_{r'}' = -\frac{k'}{\mu'}\frac{\partial P'}{\partial r'} \text{ при } r' = r_0,\ v_0' = \Omega r_0 \text{ при } r' = r_0;\ p' = P' \text{ при } r' = r_0;$$

$$\frac{\partial P'}{\partial r'} = 0 \text{ при } r' = r_0 - \tilde{H},\ v_r' = 0,\ v_0' = 0 \text{ при } r' = r_1\left(1 + \tilde{H}\right);\ p(0) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}. \quad (6)$$

Осуществим переход к безразмерным переменным по формулам:

- в смазочном слое:

$$v_{r'}' = \Omega\delta u;\ v_0' = \Omega r_0 v,\ \ r' = r_0 + \delta r,\ \ \delta = r_1 - r_0,\ \ p' = p^* p;\ p^* = \frac{\mu_0 \Omega r_0^2}{\delta^2},\ \beta = \beta' p^*;$$

$$\mu' = \mu_0 \mu,\ \ \sigma' = \sigma_0 \sigma; \quad (7)$$

- в пористом слое:

$$P' = p^* P, \quad r' = \tilde{H} r^*. \tag{8}$$

С учетом (6), (7) и (8) система уравнений (4) с точностью до членов первого порядка малости $O(\delta N),\ O\left(\frac{\delta}{r_0}\right)$ запишется в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{dp}{d\theta} e^{-\beta p} - A + Nv + e^{-\beta p} \operatorname{Re}\left(u\frac{\partial v}{\partial r} + v\frac{\partial v}{\partial \theta}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 P}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*}\frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}}\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = 0, \tag{9}$$

где $A = \frac{\sigma_0 B_0 \delta^2 E'}{\mu_0 r_0^2 \Omega},\ N = \frac{6 B_0^2 \delta^2 \sigma_0}{\mu_0 r_0^2},\ \operatorname{Re} = \frac{\rho \Omega \delta^2}{\mu_0}$ ($A$ - величина, обусловленная наличием электрического поля; $N$ - число Гартмана; Re - число Рейнольдса).

Граничные условия для уравнения (9) примут следующий вид:

$$u = 0,\ v = 0 \text{ при } r = 1 + \eta\cos\theta;$$

$$u\big|_{r=0} = M \left.\frac{\partial P}{\partial r^*}\right|_{r^* = \frac{r_0}{\tilde{H}}},\ v\big|_{r=0} = 1,\ p = P\Big|_{r^* = \frac{r_0}{\tilde{H}}},\ \left.\frac{\partial P}{\partial r^*}\right|_{r^* = \frac{r_0}{\tilde{H}} - 1} = 0,\ p(0) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}, \tag{10}$$

где $M = -\frac{k_0 r_0^2}{\tilde{H}\delta^3},\ \eta = \frac{e}{\delta}$.

В дальнейшем в правой части второго уравнения системы (9) скорость $v$ заменим ее наибольшим значением (то есть принимаем $v = 1$).

## Точное автомодельное решение

Точное автомодельное решение задачи (9) с учетом граничных условий (10) для случая, когда $\operatorname{Re} = 0$, будем искать в виде:

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial r} + V(r,\theta),\ \ u = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + U(r,\theta),\ \ \psi = \tilde{\psi}(\xi);\ \ V = \tilde{r}(\xi),\ \ U(r,\theta) = \tilde{u}(\xi) h'(\theta),$$

$$\xi = \frac{r}{h(\theta)}, \frac{dp}{d\theta} e^{-\beta p} - A + N = \frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}, h(\theta) = 1 + \eta\cos\theta. \tag{11}$$

Подставляя (11) в уравнение (9) с учетом граничных условий (10), придем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий к ним:

$$\tilde{\psi}'''(\xi) = \tilde{C}_2,\ \ \tilde{v}'' = \tilde{C}_1,\ \ \tilde{u}' - \xi\tilde{v}' = 0, \tag{12}$$

$$\tilde{\psi}' = 0 \text{ при } \xi = 0;\ \ \xi = 1;\ \ \tilde{v} = 0,\ \ \tilde{u} = 0 \text{ при } \xi = 1,$$

$$\tilde{v}\big|_{\xi=0}=1,\ \tilde{u}\big|_{\xi=0}=M\left.\frac{\partial P}{\partial r^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\quad \int_0^1\tilde{v}(\xi)d\xi=\tilde{u}(0),\quad \left.\frac{\partial P}{\partial r^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0,\ \ p=P\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}, \tag{13}$$

Решение задачи (12) с граничными условиями (13) находим непосредственным интегрированием. В результате имеем:

$$\tilde{v}=\frac{\tilde{C}_1\xi^2}{2}-\left(\frac{\tilde{C}_1}{2}+1\right)\xi+1,\qquad \tilde{\psi}'=\frac{\tilde{C}_2}{2}\left(\xi^2-\xi\right). \tag{14}$$

**Определение гидродинамического давления**

Для определения гидродинамического давления в смазочном слое имеем:

$$e^{-\beta p}\frac{dp}{d\theta}=\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}+A-N, \tag{15}$$

где $h(\theta)=1+\eta\cos\theta.$

Введем обозначение

$$Z=e^{-\beta p} \tag{16}$$

и, продифференцировав обе части равенства по $\theta$, получим

$$\frac{dZ}{d\theta}=-\beta e^{-\beta p}\frac{dp}{d\theta}. \tag{17}$$

С учетом (17) уравнение (15) запишется в виде:

$$\frac{dZ}{d\theta}=-\beta\left(\tilde{C}_1\left(1-2\eta\cos\theta\right)+\tilde{C}_2\left(1-3\eta\cos\theta\right)+A-N\right). \tag{18}$$

Интегрируя уравнение (18) с точностью до членов второго порядка малости $\theta\left(\eta^2\right)$, получим:

$$Z=-\beta\left[\tilde{C}_1\left(\theta-2\eta\sin\theta\right)+\tilde{C}_2\left(\theta-3\eta\sin\theta\right)+(A-N)\theta\right]+e^{-\beta\frac{p_g}{p^*}}. \tag{19}$$

Используя граничные условия $Z(0)=Z(2\pi)=e^{-\beta\frac{p_g}{p^*}}$, будем иметь:

$$\tilde{C}_2=-\tilde{C}_1-A+N. \tag{20}$$

С учетом (20) уравнение (19) примет следующий вид:

$$Z=-\beta\left(C_1\left(\theta-2\eta\sin\theta\right)+\left(-\tilde{C}_1-A+N\right)\left(\theta-3\eta\sin\theta\right)+\left(A-N\right)\theta\right)+e^{-\beta\frac{p_g}{p^*}} \tag{21}$$

или

$$e^{-\beta p} - e^{-\beta\frac{p_g}{p^*}} = -\beta\left[\tilde{C}_1\eta\sin\theta + (A-N)(3\eta\sin\theta)\right]. \tag{22}$$

Выполним аналитические разложения функций $e^{-\beta p}$ и $e^{-\beta\frac{p_g}{p^*}}$ в ряд Тейлора. Тогда из (22), с точностью до членов $O\left(\beta^2\right)$ включительно, приходим к алгебраическому уравнению второго порядка для определения безразмерного гидродинамического давления:

$$1-\beta p+\frac{\beta^2 p^2}{2}-\left(1-\beta\frac{p_g}{p^*}+\frac{\beta^2\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2}{2}\right)+\beta\eta\sin\theta\left[\tilde{C}_1+3\left(A-N\right)\right]=0. \tag{23}$$

Решая уравнение (23) с точностью до членов $O\left(\eta^2\right)$, $O\left(\beta^3\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)$ для $p$, получим следующее выражение:

$$p=\frac{p_g}{p^*}+\left[1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right]\eta\sin\theta\left(\tilde{C}_1+3\left(A-N\right)\right). \tag{24}$$

С учетом (24) давление фильтрующегося смазочного материала в пористом слое будем искать в виде:

$$P\left(r^*,\theta\right)=R\left(r^*\right)\eta\sin\theta(\tilde{C}_1+3\left(A-N\right))\left(1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)+\frac{p_g}{p^*}. \tag{25}$$

Подставляя (25) в уравнение Дарси системы (9) для определения функции $R\left(r^*\right)$, приходим к следующему дифференциальному уравнению:

$$R''(r^*)+\frac{R'}{r^*}-\frac{R}{r^{*2}}=0 \tag{26}$$

и граничным условиям:

$$\left.\frac{dR}{dr^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0, \quad R\left(\frac{r_0}{\tilde{H}}\right)=1. \tag{27}$$

Непосредственное интегрирование уравнения (26) с учетом (27) для функции $R\left(r^*\right)$ позволяет получить выражение:

$$R\left(r^*\right)=\frac{r_0\tilde{H}r^*}{2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2}+\frac{r_0\left(r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)}{\tilde{H}\left(2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)r^*}. \tag{28}$$

Таким образом, решение задачи будет найдено после определения константы $\tilde{C}_1$. Интегрируя уравнение неразрывности по $\xi$ от 0 до 1, приходим к следующему уравнению:

$$M\left.\frac{\partial P}{\partial r^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}=\int_0^1 \tilde{v}(\xi)d\xi. \tag{29}$$

С учетом (13), (25) и (28) для $\tilde{C}_1$ получим следующее выражение:

$$M\eta\sin\theta\left(\tilde{C}_1+3(A-N)\right)\left(1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)\left[\frac{r_0\tilde{H}}{2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2}-\frac{\left(r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)\tilde{H}}{r_0\left(2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)}\right]=$$

$$=-\left(-\frac{1}{12}\tilde{C}_1+\frac{1}{2}\right)\eta\sin\theta. \tag{30}$$

Решая уравнение (30) относительно $\tilde{C}_1$, будем иметь:

$$\tilde{C}_1=\frac{\left[6M(A-N)\left(1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)\left(2\tilde{H}^2r_0-\tilde{H}^3\right)+r_0\left(2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)\right]6}{-12M\left(1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)\left(2\tilde{H}^2r_0-\tilde{H}^3\right)+r_0\left(2r_0^2-2\tilde{H}r_0+\tilde{H}^2\right)}. \tag{31}$$

Определение несущей способности и силы трения

С учетом (14), (24) и (31) для составляющей вектора поддерживающей силы и силы трения получим выражения:

$$R_y=\int_0^{2\pi}p\sin\theta d\theta=\eta\pi\left(1+\beta\frac{p_g}{p^*}-\frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)\left(\tilde{C}_1+3\left(A-N\right)\right), \tag{32}$$

$$L_{\text{ТР}}=\frac{\Omega r_0}{\delta}\int_0^{2\pi}\mu\left(-\frac{\tilde{C}_2}{2h^2(\theta)}-\left(\frac{\tilde{C}_1}{2}+1\right)\frac{1}{h(\theta)}\right)d\theta=\frac{\mu_0\Omega r_0\pi}{\delta}\left(1+\beta p-\frac{1}{2}\beta^2p^2\right)\left(A-N-2\right).$$

При больших числах Рейнольдса необходимо учесть силы инерции ($\mathrm{Re}\neq 0$).

Выразим граничные условия на поверхности подшипника в виде рядов по степеням параметра $\eta$ (относительного эксцентриситета).

$$u(1+\eta\cos\theta)=u\big|_{r=1}+\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1}\eta\cos\theta+\left.\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right|_{r=1}\eta^2\cos^2\theta+\ldots=0,$$

$$v(1+\eta\cos\theta)=u\big|_{r=1}+\left.\frac{\partial v}{\partial r}\right|_{r=1}\eta\cos\theta+\left.\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right|_{r=1}\eta^2\cos^2\theta+\ldots=0. \tag{33}$$

Поскольку в граничные условия (33) входит малый параметр $\eta$, естественно искать решение уравнения (9) в виде рядов по степеням параметра $\eta$:

$$u=\sum_{k=0}^{\infty}u_k\eta^k,\quad v=\sum_{k=0}^{\infty}v_k\eta^k,\quad p=\sum_{k=0}^{\infty}p_k\eta^k,\ P=\sum_{k=0}^{\infty}P_k\eta^k. \tag{34}$$

**Асимптотическое решение задачи**

Для того чтобы найти асимптотическое решение задачи, необходимо подставить (34) в уравнение (9) с учетом граничных условий (10).

Для нулевого приближения получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial p_0}{\partial r}=0,\quad \frac{\partial^2 v_0}{\partial r^2}=-A+N,\quad u_0=0,\quad p_0=P_0=\text{const}=\frac{p_g}{p^*}, \tag{35}$$

и граничные условия

$$v_0=0 \text{ при } r=1;\ v_0=-1 \text{ при } r=0. \tag{36}$$

Решение задачи (35) с граничными условиями (36) запишем в виде:

$$v_0=-(N+A)\frac{r^2}{2}+(N+A)\frac{r}{2}+r-1. \tag{37}$$

Для первого приближения получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial p_1}{\partial r}=0,\ \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2}=\frac{dp_1}{d\theta}\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0{}^2}{2}\right)+\text{Re}(u_1\frac{\partial v_0}{\partial r}+v_0\frac{\partial v_1}{\partial \theta});$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{\partial v_1}{\partial \theta}=0,\ \frac{\partial^2 P_1}{\partial r^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{\partial P_1}{\partial r^*}+\frac{1}{r^{*2}}\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta^2}=0 \tag{38}$$

и граничные условия:

$$v_1\big|_{r=1}=-\frac{\partial v_0}{\partial r}\bigg|_{r=1}\cos\theta,\ u_1\big|_{r=1}=0,\quad v_1=0 \text{ при } r=0;\quad \tilde{u}_1=M\frac{\partial P_1}{\partial r^*}\bigg|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}};$$

$$p_1=P_1\big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}};\ \frac{\partial P_1}{\partial r^*}\bigg|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0;\quad p_1(0)=p_1(2\pi)=0. \tag{39}$$

Решение задачи (38) с учетом граничных условий (39) по виду правой части для первого приближения будем искать в виде:

$$v_1=R_1(r)\cos\theta+R_2(r)\sin\theta;$$

$$u_1=R_3(r)\cos\theta+R_4(r)\sin\theta;$$

$$p_1=D_1\sin\theta+D_2\cos\theta;$$

$$P_1=R_5(r^*)\cos\theta+R_6(r^*)\sin\theta. \tag{40}$$

Для определения $R_i$ ($i$ = 1…6) подставим (40) в (38) с учетом граничных условий (39) и осуществим переход к следующей системе уравнений:

$$\frac{d^2R_1}{dr^2}=D_1\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0{}^2}{2}\right)+\mathrm{Re}\left(R_3(r)\frac{\partial v_0}{\partial r}+R_2(r)v_0\right),$$

$$\frac{d^2R_2}{dr^2}=-D_2\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0{}^2}{2}\right)+\mathrm{Re}\left(R_4(r)\frac{\partial v_0}{\partial r}-R_1(r)v_0\right),$$

$$\frac{dR_3}{dr}+R_2=0,\ \frac{dR_4}{dr}-R_1=0,$$

$$\frac{d^2R_5}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_5}{dr^*}-\frac{R_5}{r^{*2}}=0,$$

$$\frac{d^2R_6}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_6}{dr^*}+\frac{R_6}{r^{*2}}=0 \qquad (41)$$

и граничным условиям:

$$R_1(1)=-\left.\frac{\partial v_0}{\partial r}\right|_{r=1},\quad R_2(1)=0,$$

$$R_3(1)=0,\ R_4(1)=0,\ D_1=R_6\big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},$$

$$D_2=R_5\big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\quad R_5'=0 \text{ при } r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1;$$

$$R_6'=0 \text{ при } r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1; \qquad (42)$$

$$R_3(0)=MR_5'\big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\ R_4(0)=MR_6'\big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}.$$

Для второго приближения получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial p_2}{\partial r}=0,\ \frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2}=\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0{}^2}{2}\right)\frac{dp_2}{d\theta}+\beta p_1\left(\beta^2 p_0-1\right)\frac{dp_1}{d\theta}+\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0{}^2}{2}\right)\mathrm{R_e}(u_2\frac{\partial v_0}{\partial r}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial\theta}+$$

$$+v_0\frac{\partial v_2}{\partial\theta}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial\theta})+\beta p_1\left(\beta^2 p_0-1\right)\mathrm{R_e}\left(u_1\frac{\partial v_0}{\partial r}+v_0\frac{\partial v_1}{\partial\theta}\right);$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r}+\frac{\partial v_2}{\partial\theta}=0,\quad \frac{\partial^2 P_2}{\partial r^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{\partial P_2}{\partial r^*}+\frac{1}{r^{*2}}\frac{\partial^2 P_2}{\partial\theta^2}=0 \qquad (43)$$

и граничные условия:

$$v_2(1)=-\left.\frac{\partial v_1}{\partial r}\right|_{r=1}\cos\theta-\left.\frac{\partial^2 v_0}{\partial r^2}\right|_{r=1}\cos^2\theta,$$

$$u_2(1)=-\left.\frac{\partial u_1}{\partial r}\right|_{r=1}\cos\theta-\left.\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2}\right|_{r=1}\cos^2\theta,$$

$$v_2(0)=0,\quad u_2\big|_{r=0}=M\left.\frac{\partial P_2}{\partial r^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\quad p_2=P_2\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}\ \text{при}\ r^*=0;\tag{44}$$

$$\left.\frac{\partial P_2}{\partial r^*}\right|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0;$$

$$P_2(0)=P_2(2\pi)=0.$$

Решение задачи (43) с граничными условиями (44) по виду правой части для второго приближения будем искать в виде:

$$v_2=R_7(r)+R_8\cos\theta+R_9(r)\cos 2\theta+R_{10}(r)\sin\theta+R_{11}(r)\sin 2\theta;$$

$$u_2=R_{12}(r)\sin\theta+R_{13}(r)\sin 2\theta+R_{14}(r)\cos\theta+R_{15}(r)\cos 2\theta;$$

$$P_2=A\sin\theta+B\sin 2\theta+C\cos\theta+D\cos 2\theta;$$

$$P_2(r^*,\theta)=R_{17}(r^*)\sin\theta+R_{18}(r^*)\sin 2\theta+R_{19}(r^*)\cos\theta+R_{20}(r^*)\cos 2\theta.\tag{45}$$

Для определения $R_i$ ($i$ = 7…20) подставим (45) в уравнение (43) с учетом граничных условий (44) и осуществим переход к следующей системе уравнений:

$$\frac{d^2R_7}{dr^2}=\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)\mathrm{Re}\left(\frac{R_3(r)R_2(r)-R_4(r)R_1(r)}{2}\right)+\beta\left(\beta^2 p_0-1\right);$$

$$\mathrm{Re}\left(\frac{D_1\left(R_4(r)-R_1(r)\right)+D_2\left(R_3(r)+R_2(r)\right)}{2}\right);$$

$$\frac{d^2R_8}{dr^2}=A\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)+\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)\mathrm{Re}\left(\frac{\partial v_0}{\partial r}R_{12}(r)\right);$$

$$\frac{d^2R_9}{dr^2}=2B\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)+D_1D_2\beta\left(\beta^2 p_0-1\right)+$$

$$+\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)\mathrm{Re}\left[\frac{R_3(r)R_2(r)+R_4(r)R_1(r)}{2}+R_1(r)R_2(r)\right]+$$

$$+\beta\left(\beta^2 p_0-1\right)\mathrm{Re}\left[\frac{D_2R_3(r)-D_1R_4(r)}{2}\frac{\partial v_0}{\partial r}+v_0\frac{D_1R_1(r)+D_2R_2(r)}{2}\right];\tag{46}$$

$$\frac{d^2R_{10}}{dr^2}=-C\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)+\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 p_0^{\,2}}{2}\right)\mathrm{Re}\left[\frac{\partial v_0}{\partial r}R_{10}(r)-v_0R_6(r)\right];$$

$$\frac{d^2R_{11}}{dr^2}=-2D\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 {p_0}^2}{2}\right)+\beta\left(\beta^2 p_0-1\right)\frac{D_1^2-D_2^2}{2}+$$

$$+\left(1-\beta p_0+\frac{\beta^2 {p_0}^2}{2}\right)\mathrm{Re}\left[\frac{\partial v_0}{\partial r}R_{11}(r)+\frac{R_4(r)R_2(r)-R_3(r)R_1(r)}{2}-2v_0R_7(r)+\frac{R_1^2(r)-R_2^2(r)}{2}\right]+$$

$$+\beta\left(\beta^2 p_0-1\right)\mathrm{Re}\left[\frac{D_1R_3(r)+D_2R_4(r)}{2}\frac{\partial v_0}{\partial r}+v_0\frac{D_1R_2(r)-D_2R_1(r)}{2}\right];$$

$$\frac{dR_{12}}{dr}-R_8=0;\ \frac{dR_{13}}{dr}-2R_9=0;\ \frac{dR_{14}}{dr}+R_{10}=0;\ \frac{dR_{15}}{dr}+2R_{11}=0;\ \frac{d^2R_{17}}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_{17}}{dr^*}+\frac{R_{17}}{r^{*2}}=0;$$

$$\frac{d^2R_{18}}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_{18}}{dr^*}+\frac{2R_{18}}{r^{*2}}=0;\ \frac{d^2R_{19}}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_{19}}{dr^*}-\frac{R_{19}}{r^{*2}}=0;\qquad \frac{d^2R_{20}}{dr^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{dR_{20}}{dr^*}-\frac{2R_{20}}{r^{*2}}=0$$

и граничным условиям:

$$R_7(1)=\frac{1}{2}(N+A),\ R_7(0)=0,\ R_8(1)=-\frac{\partial v_1}{\partial r}\Big|_{r=1},\ R_8(0)=0,\ R_9(1)=\frac{1}{2}(N+A),\tag{47}$$

$$R_9(0)=0,\ R_{10}(1)=0,\ R_{10}(0)=0,\ R_{11}(1)=0,\ R_{11}(0)=0,\ R_{12}(1)=0,\ R_{13}(1)=0,$$

$$R_{14}(1)=-\frac{\partial u_1}{\partial r}\Big|_{r=1},\ R_{15}(1)=-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2}\Big|_{r=1},\ R_{18}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}=B,\ R_{19}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}=C,\ R_{20}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}}=D,$$

$$R'_{17}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0,\ R'_{18}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0,\ R_{20}(r^*)\left(r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}\right)=D,\qquad R_{15}(0)=2MR'_{16}\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},$$

$$R_{12}(0)=-MR'_{17}\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\ R_{13}(0)=-2MR'_{18}\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}},\ R'_{19}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0,\ R'_{20}(r^*)\Big|_{r^*=\frac{r_0}{\tilde{H}}-1}=0.$$

Заменяя в выражениях (41) для первого приближения и (46) для второго приближения производные слагаемые конечно-разностным представлением, перейдем к системе алгебраических уравнений, решаемых методом Гаусса - Зейделя.

## Определение несущей способности и силы трения

В результате с учетом (37), (40), (45) для составляющих вектора поддерживающей силы и силы трения будем иметь:

$$\frac{R_x}{p^*r_0}=\int_0^{2\pi}\left(\eta p_1+\eta^2 p_2\right)\cos\theta d\theta=\eta\pi\left(D_2+\eta C\right);\tag{48}$$

$$\frac{R_y}{p^*r_0}=\int_0^{2\pi}\left(\eta p_1+\eta^2 p_2\right)\sin\theta d\theta=\eta\pi\left(D_1+\eta A\right);\tag{49}$$

$$L_{\text{ТР}} = \frac{\mu\Omega r}{\delta}\int_0^{2\pi}\left[\left.\frac{\partial v_0}{\partial r}\right|_{r=0} + \eta\left.\frac{\partial v_1}{\partial r}\right|_{r=0} + \eta^2\left.\frac{\partial v_2}{\partial r}\right|_{r=0}\right]d\theta = \frac{\mu\Omega r}{\delta}\int_0^{2\pi}\left[\frac{N+A}{2} + \eta^2 R_5'(r)\right]d\theta =$$

$$= \frac{\mu_0\Omega r\pi}{\delta}\left(1 + \beta\frac{p_g}{p^*} - \frac{\beta^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right)\left[N + A + 2\eta^2 R_5'(r)\right]. \quad (50)$$

Для проверочных расчетов на основе полученных теоретических моделей выбраны величины, характеризующие второстепенные переменные факторы, входящие во все выражения независимо от условий постановки задачи и незначительно влияющие на ее выход. В расчетах использованы следующие их значения:

$$\tilde{H} = 0{,}0055_{\text{м}};\ p_g = 0{,}2_{\text{МПа}};\ r_1 = 0{,}02 \div 0{,}35_{\text{м}}.$$

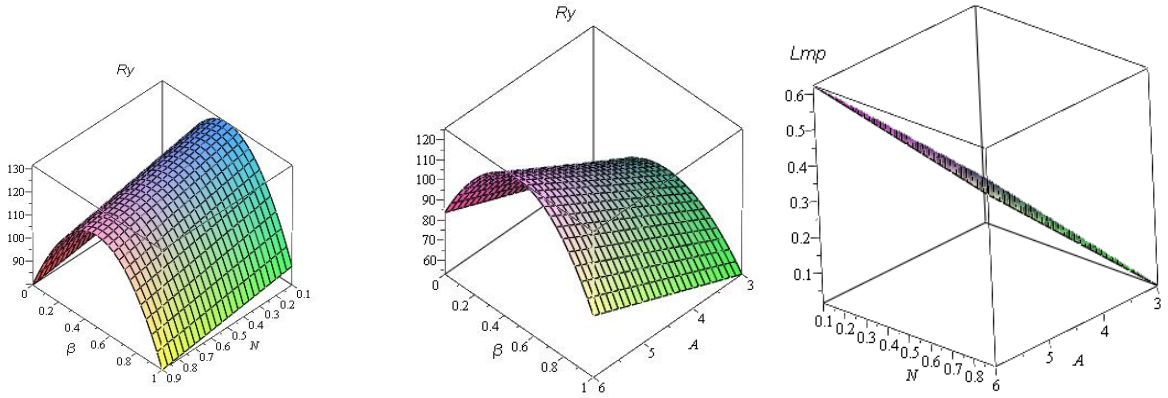
Вязкостные характеристики жидких смазочных материалов охватывают диапазон вязкости двух совместимых минеральных масел МС-20 и ТП22-С, а также их смесей в температурной области 30-100ºС. Входные параметры для расчета несущей способности и силы трения, определяемые выражениями (32), (33), (48), (49), (50), приведены в таблице 1:

**Таблица 1**

**Входные параметры для расчета несущей способности и силы трения подшипника**

| Параметр | | | Диапазон исследования | |
|---|---|---|---|---|
| наименование | обозначение | размерность | min | max |
| Коэффициент динамической вязкости | $\mu$ | Нс/м$^2$ | 0,0608 | 0,0078 |
| Угловая скорость | $\Omega$ | с$^{-1}$ | 100 | 1800 |
| Относительный эксцентриситет | $\eta$ | б/р | 0,3 | 1 |
| Радиальный зазор | $\delta$ | м | $0{,}05\cdot10^{-3}$ | $0{,}07\cdot10^{-3}$ |
| Параметр, характеризующий зависимость вязкости от давления | $\beta$ | б/р | 0 | 1 |
| Безразмерная величина | $\tilde{C}_1$ | | 6 | 8 |
| Параметр, обусловленный наличием пористого покрытия на поверхности шейки вала | $M$ | | 0,1 | 3 |
| Величина, обусловленная наличием электрического поля | $A$ | | 0,1 | 6 |
| Число Гартмана | $N$ | | 0,1 | 0,9 |
| Число Рейнольдса | Re | | 0,1 | 0,97 |
| Радиус вала | $r_0$ | м | 0,019985 | 0,04933 |

Результаты численного анализа полученных расчетных моделей, иллюстрирующих зависимость составляющей несущей способности ($R_y$) и силы трения от параметров $A$ и $N$, обусловленных наличием электромагнитного поля, и ($\beta$), характеризующего зависимость вязкости от давления, представлены в виде графиков на рисунках 2, *а*, *б* и *в* (Re = 0).



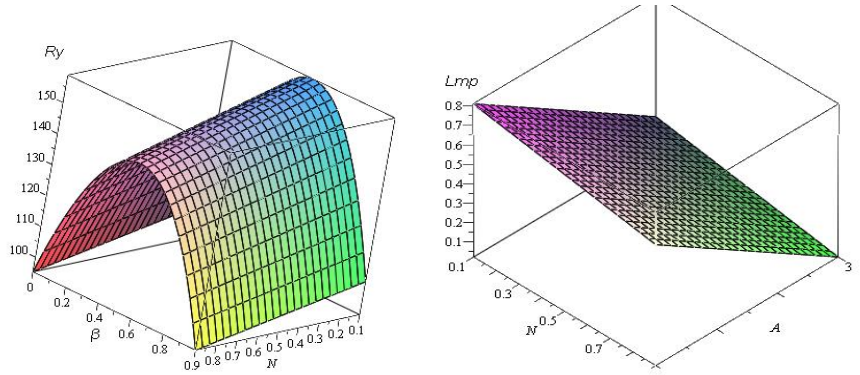

*а* *б* *в*

***Рисунок 2.*** *Графики зависимостей несущей способности (а, б) и силы трения (в), варьирующихся в исследованном диапазоне параметров*

Анализ графиков показывает, что составляющая несущей способности $R_y$ имеет четко выраженный максимум в исследованном диапазоне параметров при значении $\beta$ = 0,5 и определенный рост с увеличением параметров *A* и *N*.

Отмечен рост силы трения на 10-15% с ростом параметра *A*, характеризующего электрическое поле, и снижение с ростом параметра *N* - числа Гартмана.

Учет сил инерции (Re ≠ 0) позволил получить аналогичные зависимости, представленные на рисунках 3 *а*, *б,* и 4.




*а* *б*

***Рисунок 3.*** *Графики зависимостей несущей способности (а) и силы трения (б) от параметра A, характеризующего электрическое поле, числа Гартмана N и параметра β, характеризующего зависимость вязкости от давления*

Сравнительный анализ рисунков 2 и 3 показывает их качественное сходство, но существенную разницу в количественных характеристиках. Так, экстремум составляющей несущей способности при учете сил инерции сдвигается в сторону меньших значений параметра $\beta$ и равен ≈0,5. Кроме того, рост силы трения при учете сил инерции в этом же диапазоне исследований растет гораздо интенсивнее (более чем в 2 раза).

Эти обстоятельства свидетельствуют о значительном вкладе инерционных процессов в работу исследуемых подшипников.

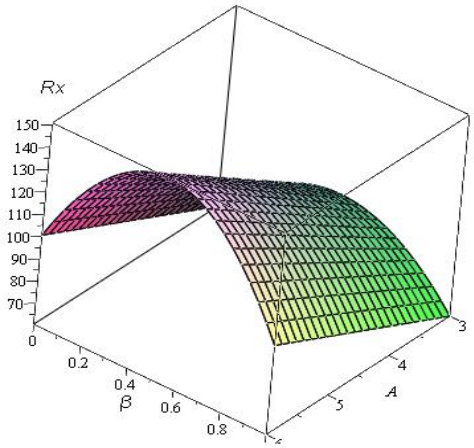



***Рисунок 4.*** *График зависимости несущей способности $R_x$ от параметра A, обусловленного электрическим полем, и параметра β, характеризующего зависимость вязкости от давления (Re ≠ 0)*

Существенно, что учет сил инерции при расчете второй составляющей несущей способности $R_x$ также показывает наличие максимума от параметра $\beta$, что подтверждает значение инерции для этой составляющей. Таким образом, учет инерционного влияния в значительной степени приближает полученные теоретические результаты к реальности.

## Выводы

1 Получена уточненная расчетная модель радиального подшипника скольжения с пористым покрытием на шейке вала, работающего в условиях гидродинамического смазывания на электропроводящем смазочном материале в условиях внешнего электромагнитного поля.

2 Показан значительный вклад инерционных сил в величину основных триботехнических параметров рассматриваемых радиальных подшипников.

3 Установлено значительное повышение несущей способности при росте параметра $\beta$, характеризующего зависимость вязкости от давления, с выраженным максимумом при значении $\beta$ = 0,5, и некоторая существенная зависимость от параметра *A* и *N*.

4 Доказано, что сила трения увеличивается по закону, близкому линейному, с ростом параметра $\beta$, причем с ростом инерционных сил этот рост более чем в 2 раза интенсивнее.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Лагунова, Е.О. Нелинейные эффекты воздействия электропроводящей смазки на шип подшипника, обладающего демпфирующими свойствами / Е.О. Лагунова, А.Н. Гармонина, Е.А. Копотун // Сборка в машиностроении и приборостроении. - 2016. - №3. - С. 40-46.

2 Гармонина, А.Н. Расчетная модель электропроводящей смазки радиального подшипника с демпфирующими свойствами при наличии электромагнитных полей / А.Н. Гармонина // Вестник РГУПС. - 2015. - №3. - С. 121-127.

3 Лагунова, Е.О. Гидродинамический расчет радиального подшипника при наличии электромагнитного поля / Е.О. Лагунова // Труды РГУПС. - 2008. - №3 (7). - С. 46-51.

4 Албагачиев, А.Ю. Фрикционно-износные и температурные характеристики материалов при высокоскоростном скольжении в машинах и аппаратах / А.Ю. Албагачиев, В.Д. Кожемякина, А.В. Чичинадзе // Трение и смазка в машинах и механизмах. - 2010. - №3. - С. 19-29.

5 Гидродинамический расчет радиального подшипника скольжения, работающего в турбулентном режиме трения при неполном заполнении зазора вязкоупругой смазкой / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, В.А. Замшин, И.С. Семенко // Вестник машиностроения. - 2009. - №7. - С. 11-17.

6 Liquids Viscousity: Theory, Estimation, Experiment and Data / D.S. Viswanath, T.K. Ghosh, D.H.L. Prasad, N.V.K. Dutt, K.Y. Rani. - N.Y., 2010.

7 Ахвердиев, К.С. Гидродинамический расчет упорного подшипника скольжения, работающего на вязкоупругой смазке в турбулентном режиме трения / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, И.С. Семенко // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2011. - №4. - С. 69-77.

8 Задорожная, Е.А. Оценка теплового состояния сложнонагруженного подшипника с учетом реологических свойств смазочного материала / Е.А. Задорожная, В.Г. Караваев // Двигатели внутреннего сгорания. Всеукраинский научно-исследовательский журнал. - Харьков: Изд-во «Харьковский Политехнический Институт», 2012. - №2. - С. 66-73.

9 Akhverdiev, K.S. Radial bearing with porous barrel / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, A.M. Mukutadze // Proceedings of Academic World: International Conference, 28th of March, 2016, San Francisco, USA. - IRAG Research Forum: Institute of Research and Journals, 2016. - P. 28-31.

10 Задорожная, Е.А. Решение термогидродинамической задачи смазки сложнонагруженных подшипников скольжения с учетом реологических свойств смазывающей жидкости / Е.А. Задорожная // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2014. - №4. - С. 70-81.

**Akhverdiyev Kamil Samedovich**
Rostov state transport university, Russia, Rostov-on-Don
E-mail: vm@rgups.ru

**Mukutadze Murman Aleksandrovich**
Rostov state transport university, Russia, Rostov-on-Don
E-mail: murman1963@yandex.ru

**Kolobov Igor Anatolyevich**
Rostov state transport university, Russia, Rostov-on-Don
E-mail: upp@rgups.ru

**Garmonina Anastasia Nikolaevna**
Rostov state transport university, Russia, Rostov-on-Don
E-mail: opatskih@yandex.ru

# Development of computational models of the radial bearing based on the dependence of the permeability, conductivity and viscosity of liquid lubricant from the pressure

**Abstract.** On the basis of nonlinear equations of motion of an incompressible electrically conductive liquid lubricant, the equations of continuity and Darcy equations generated analysis model of the radial sliding bearing taking into account the dependence of viscosity and electrical conductivity of liquid lubricant from the pressure.

The authors obtained the refined analysis model an infinite radial bearing for the velocity field and the pressure in the lubricating layer and the porous surface of the shaft, and multi-parameter expressions for the main performance characteristics of the bearing, taking into account the presence of electromagnetic fields and the pressure dependence of viscosity, electrical conductivity of the lubricant and the permeability of the porous coating.

In linear statement, without taking into account the forces of inertia (Re = 0) exact self-similar solution of the considered problem for the hydrodynamic pressure in the lubrication and porous layers in the form of decomposition of functions in Taylor series.

Asymptotic solution with the account of forces of inertia for a «thin layer» in the zero, first and second approximation was found in the form of series in powers of the parameter η characterizing the relative eccentricity. The resulting system of algebraic equations were solved by Gauss - Seidel with the replacement in terms of arbitrary finite-difference representation.

Specified the design of the model allows to determine the influence of several additional factors, and also to perform a comparative analysis of the newly obtained results and existing, which confirms the great proximity of the new model to real practice.

**Keywords:** electrically conductive lubricant; the pressure dependence of viscosity; electrical conductivity of the lubricant and the permeability of the porous coating.

## REFERENCES

1. Lagunova, E.O. Nonlinear effects of conductive grease on the dowel bearing having damping properties / E.O. Lagunova, A.N. Garmonina, E.A. Kopotun // Assembly in mechanical engineering and instrument making. - 2016. - №3. - P. 40-46.
2. Garmonina, A.N. A computational model of conductive grease radial sub-release bearing with damping properties in the presence of electromagnetic fields / A.N. Garmonina // Vestnik RGUPS. - 2015. - №3. - P. 121-127.
3. Lagunova, E.O. Hydrodynamic calculation of the radial bearing in the presence of electromagnetic field / E.O. Lagunova // Proceedings of RSTU. - 2008. - №3 (7). - P. 46-51.
4. Albagachiev, A.Yu. Friction-wear and temperature characteristics of materials under high-speed sliding in machines and devices / A.Yu. Albagachiev, V.D. Kozhemyakina, A.V. Chichinadze // Friction and lubrication in machines and mechanisms. - 2010. - №3. - Pp. 19-29.
5. Hydrodynamic calculation of the radial sliding bearing operating in turbulent regime the friction in case of incomplete filling of the gap of a viscoelastic lubricant / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, V.A. Zamshin, I.S. Semenko // Bulletin of engineering. - 2009. - №7. - P. 11-17.
6. Liquids Viscousity: Theory, Estimation, Experiment and Data / D.S. Viswanath, T.K. Ghosh, D.H.L. Prasad, N.V.K. Dutt, K.Y. Rani. - N.Y., 2010.
7. Akhverdiyev, K.S. calculation of Hydrodynamic thrust bearing operating on a viscoelastic lubricant in the turbulent mode / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, I.S. Semenko // Problems of mechanical engineering and reliability of machines. - 2011. - №4. - P. 69-77.
8. Zadorozhnaya, E.A. Evaluation of the thermal state of heavily loaded tribo-bearing with consideration of the rheological properties of the lubricant / E.A. Zadorozhnaya, V.G. Karavaev // Internal combustion engines. Ukrainian scientific-research journal. - Kharkov: Publishing house «Kharkov Polytechnic Institute», 2012. - №2. - P. 66-73.
9. Akhverdiev, K.S. Radial bearing with porous barrel / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, A.M. Mukutadze // Proceedings of Academic World: International Conference, 28th of March, 2016, San Francisco, USA. - IRAG Research Forum: Institute of Research and Journals, 2016. - P. 28-31.
10. Zadorozhnaya, E.A. Solution of the thermohydrodynamic problem of lubrication of hard loaded bearings of sliding taking into account the rheological properties of lubricating fluids / E.A. Zadorozhnaya // Problems of mechanical engineering and reliability of machines. - 2014. - №4. - P. 70-81.