

Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/vol9-2.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/78TVN217.pdf>

Статья опубликована 21.04.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:

Глазов А.И. Дифференциальное уравнение траектории плоской струи, движущейся над вакуумной воздушной полостью при наличии избыточного давления на верхней поверхности // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/78TVN217.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 627.83:532.533

Глазов Александр Иванович

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»

Россия, Москва¹

Доцент кафедры «Гидравлики и гидротехнического строительства»

Кандидат технических наук

E-mail: GlazovAI@mgsu.ru

Дифференциальное уравнение траектории плоской струи, движущейся над вакуумной воздушной полостью при наличии избыточного давления на верхней поверхности

Аннотация. Надёжность и долговечность водосбросных сооружений является одним из основных условий обеспечения безопасной эксплуатации гидроузлов. Сооружением, отвечающим этим требованиям, является шахтный водосброс, который работает без контакта переливающейся через гребень водослива струи с бетонной поверхностью в пределах воронки и переходного участка. При такой конструкции исключается возможность возникновения кавитации, значительно упрощается производство бетонных работ вследствие отсутствия необходимости профилирования поверхности бетона по заданным координатам. Особенностью работы такого шахтного водосброса является наличие вакуума в подструйном пространстве, чем обусловлены отмеченные в статье конструктивные требования, подлежащие обязательной реализации. Внутренние габариты водосброса должны назначаться с учетом положения нижней поверхности струи, однако методы расчета её координат при наличии вакуума в подструйном пространстве в настоящее время отсутствуют. В статье выделены участки траектории струи с различными условиями её движения. Автором дан вывод дифференциального уравнения траектории плоской струи с учётом влияния вакуума в подструйном пространстве и избыточного гидростатического давления на её верхней поверхности. Приведено его решение в виде определённого интеграла. Обозначена область существования полученных зависимостей. Представлены формулы, которые позволяют определить среднюю скорость и угол наклона её вектора к горизонту в любой точке траектории струи.

Ключевые слова: шахтный водосброс; кольцевой водослив; воронка; кавитация; кавитационная эрозия; траектория струи; вакуум

¹ 129337, Центральный федеральный округ, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26

Шахтные водосбросы, выполненные в традиционном конструктивном стиле, имеют водосливную воронку, рабочая (водосливная) поверхность которой сформирована по координатам нижней поверхности струи, переливающейся через кольцевой водослив с тонкой стенкой. Эти координаты зависят от ряда параметров, а при заданных геометрических характеристиках водослива (высота порога, радиус закругления его гребня в плане) являются функцией напора на гребне водослива. Другими словами, профиль воронки реализуется на сооружении лишь в одном варианте - по так называемому профилирующему напору, соответствующему принятому расчетному расходу воды.

Такая конструкция шахтного водосброса имеет два существенных недостатка.

Во-первых, водосброс работает в расчетном режиме обтекания потоком водосливной поверхности воронки (когда давление на этой поверхности близко к атмосферному) только при напоре, равном профилирующему. При меньших напорах на ней возникает вакуум, достигающий максимальных значений при расходах, величина которых составляет 75% - 85% от расчетного [2, 7]. Такая же картина может иметь место и на переходном участке от воронки к вертикальной шахте и даже в самой шахте, рассчитанной на напорное движение, поскольку при расходах, меньших расчетного, течение в ней может трансформироваться в свободное падение воды [11]. Опасность описанных режимов заключается в возможности возникновения кавитации и, как следствия её, кавитационной эрозии смоченных поверхностей водосбросного тракта.

Во-вторых, расчетные очертания воронки и переходного участка представляют собой чрезвычайно сложную поверхность вращения вокруг оси, совпадающей с осью шахты (при вертикальной шахте), реализация которой в натуре по расчетным координатам с обеспечением необходимой плавности образующей вызывает весьма существенные технологические трудности. Данное обстоятельство, обуславливающее высокую вероятность наличия на водосливной поверхности возбудителей кавитации вследствие полигональности её очертаний, усугубляет то, о чем было сказано, во-первых.

Таким образом, задачи повышения надежности шахтного водосброса и упрощения производства работ при его возведении остаются актуальными, в связи с чем до настоящего времени предлагаются различные изменения его конструкции, направленные на решение этих задач. Анализ конструктивных нововведений не является целью настоящей работы, заметим лишь, что все они предполагают наличие у шахтного водосброса водосливной воронки того или иного профиля с круговым или полигональным очертанием водослива в плане.

По нашему мнению, вышеуказанные проблемы радикально могут быть решены путем устройства на гребне кольцевого водослива уступа, обеспечивающего движение переливающейся через водослив струи без контакта с бетонной поверхностью на всем её протяжении вплоть до встречи со свободной поверхностью воды в вертикальной шахте, определяющей начало напорного режима работы шахты. В таких водосбросах отпадает необходимость в профилированной водосливной поверхности воронки и переходного участка, исключается опасность возникновения кавитации и, следовательно, кавитационной эрозии. Это приводит к удешевлению конструкции за счет значительного упрощения производства бетонных работ при одновременном повышении её надежности. Кроме того, возрастает пропускная способность кольцевого водослива, поскольку под струей имеет место вакуум, обусловленный захватом воздуха струей при падении на поверхность воды в вертикальной шахте. Наличие вакуума является важной особенностью водосброса, которая требует устройства системы подачи атмосферного воздуха под струю в качестве неотъемлемого элемента данной конструкции. При этом за счет изменения пропускной способности воздухопроводов возможно регулирование величины вакуума, а, следовательно, и пропускной способности кольцевого водослива в определенных пределах. Наконец, ещё одним обязательным требованием, направленным на повышение надёжности шахтного водосброса,

можно считать принятие конструктивных решений, обеспечивающих безнапорный режим работы отводящего туннеля, что исключает образование в нём воздушных скоплений в результате деаэрации потока.

Для выбора оптимального положения бетонной поверхности на таком шахтном водосбросе, обеспечивающего минимально возможный объем скальной выемки при отсутствии контакта бетона с водным потоком, координаты нижней поверхности струи, переливающейся через кольцевой водослив, необходимо рассчитывать с учетом вакуума под струей. В настоящее время аналитические методы определения этих координат в условиях наличия вакуума в подструйном пространстве отсутствуют, по крайней мере, автору статьи они не известны. Имеется работа [13], в которой даются результаты лабораторных гидравлических исследований в виде относительных координат нижней поверхности струи для фиксированных значений вакуума под струей, равных (в единицах водяного столба) 10%, 20% и 30% от напора на кольцевом водосливе с тонкой стенкой, что нельзя считать достаточным для решения задач проектирования. Таким образом, очевидна необходимость в разработке инженерного метода расчета координат нижней поверхности струи на кольцевом водосливе с учетом вакуума в подструйном пространстве.

При слиянии струй, сходящих с кольцевого водослива, часть надструйного пространства заполняется водой [8, 13]. Тем самым траектория струи разделяется на два участка: на первом движущийся в поле силы тяжести поток испытывает влияние только вакуума в подструйном пространстве, на втором к факторам, определяющим траекторию струи, прибавляется наличие над струей объема воды, вес которого можно рассматривать как дополнительную нагрузку, действующую на её верхнюю поверхность. Метод расчета координат нижней поверхности кольцевой струи для первого участка её траектории может быть разработан на основе зависимостей, представленных в [3]. Вывод дифференциального уравнения траектории струи, которое может быть использовано в качестве основы для расчета вышеуказанных координат на втором участке, даётся ниже.

Рассмотрим плоскую струю, движущуюся в поле силы тяжести в соответствии со схемой, представленной на рисунке. В качестве известных исходных параметров принимаем: удельный расход q , давление в подструйной полости p_n , атмосферное давление $p_{атм}$, среднюю скорость v_n и угол наклона её вектора к горизонту α_n в начальном сечении. Требуется найти зависимости для вычисления координат траектории струи, значений средней скорости v и угла α наклона её вектора к горизонту.

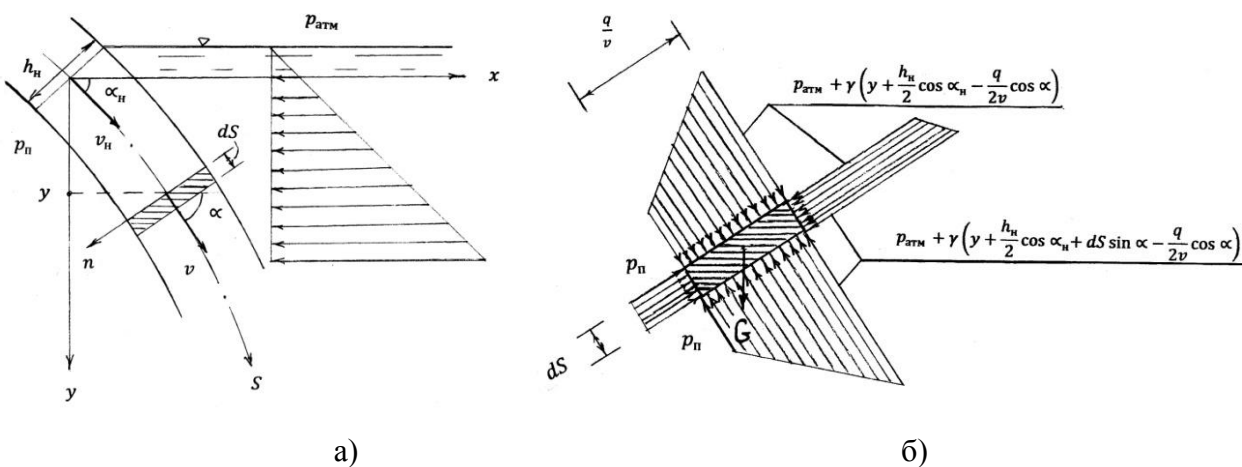


Рисунок. Схема к определению параметров струи: а) расчетная схема течения; б) силы, действующие на выделенный отсек жидкости (составлено автором)

Для решения этой задачи принимаем следующие упрощающие допущения.

Априори полагаем, что давление воды в надструйной области соответствует закону распределения гидростатического давления, то есть сила её воздействия на верхнюю поверхность струи в любой точке может быть принята равной весу столба жидкости над этой точкой.

Между струёй и объемом воды в надструйной области возникает пограничный слой, в котором развиваются турбулентные касательные напряжения, вызывающие торможение струи. Необходимость учета этого явления в нашем случае установим путем оценки потерь напора за счет турбулентного трения. При этом на основании экспериментальных данных [12] и уже имеющегося опыта других авторов [10] по упрощению расчетных схем струйных течений используем зависимости, полученные для свободных плоскопараллельных струй.

Нас интересуют силы трения, возникающие на поверхности раздела, ограничивающей транзитную часть струи с постоянной массой (ядро). Эта поверхность располагается с внешней стороны от оси пограничного слоя и наклонена к ней под углом около 1° [1, 12].

В [1] на основе предположения о равенстве потерь энергии работе касательных напряжений, определённых с помощью опытных данных по формуле Прандтля

$$\tau = \rho_v l^2 \left(\frac{dv}{dn} \right)^2, \quad (1)$$

где: ρ_v - плотность воды;

l - длина пути перемешивания;

$\left(\frac{dv}{dn} \right)$ - поперечный градиент скорости,

получено следующее выражение для потерь напора на участке отрыва руслового потока от твёрдых границ:

$$h_\tau = k \frac{l_1}{h_n} \frac{v_n^2}{2g}, \quad (2)$$

где: $k = 0.01$ - коэффициент;

l_1 - длина поверхности раздела;

g - ускорение свободного падения.

Проведенные нами аналогично [1] расчеты с использованием рекомендаций [12] по определению τ на поверхности ядра постоянной массы плоской струи дали $k = 0,024$. На шахтных водосбросах трудно ожидать $l_1/h_n > 3$, следовательно, принимая среднее значение $k = (0,01+0,024)/2 = 0,017$, с помощью (2) выясняем, что потери энергии потока за счет турбулентного трения не превышают 5% от скоростного напора в начальном сечении. Найденную величину потерь следует считать завышенной, поскольку в действительности вследствие аэрации надструйного объёма воды, наблюдаемой даже на гидравлической модели [13], плотность жидкости (водовоздушной смеси) на поверхности раздела [4]

$$\rho = \rho_v (1 - S) + \rho_a S, \quad (3)$$

где: ρ_a , S - плотность воздуха и его концентрация,

меньше плотности воды, что в силу (1) должно приводить к снижению касательных напряжений. Косвенно это подтверждается тем, что факт уменьшения трения на твердой границе при насыщении пограничного слоя воздухом доказан экспериментально [6].

Подставив в (1) вместо плотности воды плотность водовоздушной смеси и вновь следуя [1], получим (в предположении сохранения для аэрированной жидкости закономерностей развития пограничного слоя):

$$h_{\tau} = 0,017 \frac{\rho}{\rho_B} \frac{l_1}{h_H} \frac{v_H^2}{2g} \quad (4)$$

Согласно (3) и (4) при концентрации воздуха $S = 0,5$ потери снижаются в 2 раза, а при $S = 0,8$ - в 5 раз по сравнению с неаэрированным потоком.

Таким образом, на основании вышеизложенного полагаем, что в данном случае потери энергии, обусловленные касательными турбулентными напряжениями на граничной поверхности ядра постоянной массы, незначительны и при выводе искомых расчётных зависимостей их можно не учитывать.

Методический подход к решению струйных задач при несвободном падении струй, основанный на рассмотрении применительно к выделенному отсеку жидкости длиной dS (см. рисунок) уравнений движения в естественных координатах [14]

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= \Sigma P_s; \\ m \frac{v^2}{R} &= \Sigma P_n, \end{aligned} \quad (5)$$

где: m - масса отсека;

t - время;

R - радиус кривизны траектории;

ΣP_s , ΣP_n - сумма проекций всех сил на направление движения и главную нормаль соответственно,

с целью поиска уравнения оси струи как траектории движения центра тяжести отсека, разработан автором ранее [4].

Следуя этой методике, в рамках плоской задачи найдем уравнение оси струи, принимая во внимание в соответствии с заданными граничными условиями следующие силы, действующие на выделенный отсек (см. рисунок):

- собственный вес отсека:

$$G = \gamma \frac{q}{v} dS = \rho_B g \frac{q}{v} dS,$$

где: γ - удельный вес воды;

- силу гидростатического и атмосферного $p_{атм}$ давлений со стороны надструйного пространства:

$$P_1 = \left(p_{атм} + \rho_B g y + \rho_B g \frac{h_H}{2} \cos \alpha_H - \rho_B g \frac{q}{2v} \cos \alpha + \rho_B g \frac{dS \sin \alpha}{2} \right) dS;$$

- силу давления со стороны подструйной полости:

$$P_2 = p_{п} dS;$$

- силы давления P_3 и P_4 на верхнюю и нижнюю торцевые поверхности отсека соответственно, определённые исходя из линейного закона распределения давления по толщине струи [10]

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{q}{2v} \left(p_{п} + p_{атм} + \rho_B g y + \rho_B g \frac{h_H}{2} \cos \alpha_H - \rho_B g \frac{q}{2v} \cos \alpha \right), \\ P_4 &= \frac{q}{2v} \left(p_{п} + p_{атм} + \rho_B g y + \rho_B g \frac{h_H}{2} \cos \alpha_H + \rho_B g dS \sin \alpha - \rho_B g \frac{q}{2v} \cos \alpha \right). \end{aligned}$$

Выражение для суммы проекций всех сил на главную нормаль

$$\Sigma P_n = P_1 - P_2 + G \cos \alpha$$

после раскрытия составляющих в соответствии с вышеприведёнными формулами и небольших преобразований с учетом равенства $p_{атм} - p_{п} = \rho_{в} g h_{вак}$, где $h_{вак}$ - величина вакуума, выраженная в единицах водяного столба, а также исключения члена второго порядка малости (промежуточные выкладки не приводим) приобретает вид:

$$\Sigma P_n = \rho_{в} g h_{вак} dS + \rho_{в} g y dS + \rho_{в} g \frac{h_{н}}{2} \cos \alpha dS + \rho_{в} g \frac{q}{2v} \cos \alpha dS. \quad (6)$$

Аналогично получаем сумму проекций всех сил на направление движения:

$$\Sigma P_s = G \sin \alpha + P_3 - P_4 = \rho_{в} g \frac{q}{2v} \sin \alpha dS. \quad (7)$$

После подстановки (6) и (7) в исходные уравнения движения (5) и проведения преобразований, учитывая, что масса отсека равна $m = \rho_{в} \frac{q}{v} dS$, имеем:

$$\frac{dv}{dt} = 0,5g \sin \alpha ; \quad (8)$$

$$q \frac{v}{R} = gh_{вак} + gy + g \frac{h_{н}}{2} \cos \alpha_{н} + g \frac{q}{2v} \cos \alpha.$$

Отсюда в силу соотношений

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv dS}{dS dt} = v \frac{dv}{dS}; \quad \frac{1}{R} = \frac{d\alpha}{dS}$$

получаем:

$$v \frac{dv}{dS} = 0,5g \sin \alpha, \quad (9)$$

$$qv \frac{d\alpha}{dS} = gh_{вак} + gy + g \frac{h_{н}}{2} \cos \alpha_{н} + g \frac{q}{2v} \cos \alpha. \quad (10)$$

Имея в виду, что

$$\sin \alpha = \frac{dy}{dS},$$

в (9) разделяем переменные

$$v dv = 0,5g dy$$

и последующим интегрированием при начальных условиях

$$v = v_{н}, y = 0$$

находим:

$$y = \frac{1}{g} (v^2 - v_{н}^2). \quad (11)$$

Отсюда

$$v = \sqrt{v_{н}^2 + gy}. \quad (12)$$

В формуле (12) для средней скорости отсутствует коэффициент 2 перед вторым членом подкоренного выражения. Этим проявляется влияние продольного градиента давления в струе, вызывающего уменьшение её скорости после входа под уровень воды по сравнению со свободным падением.

Выразив из (9) dS и подставив в (10), после преобразований, учитывая, что $d \sin \alpha = -d \cos \alpha$, получим:

$$\frac{d \cos \alpha}{dv} = -\frac{2}{q}y - \frac{\cos \alpha}{v} - \frac{2h_{\text{вак}}}{q} - \frac{h_{\text{н}}}{q} \cos \alpha_{\text{н}}.$$

Исключив из этого выражения y с помощью (11), в итоге приходим к уравнению

$$\frac{d \cos \alpha}{dv} + \frac{\cos \alpha}{v} = A - \frac{2}{gq}v^2, \quad (13)$$

где

$$A = \frac{2}{gq} \left[v_{\text{н}}^2 - g \left(h_{\text{вак}} + \frac{h_{\text{н}}}{2} \cos \alpha_{\text{н}} \right) \right].$$

Решение линейного дифференциального уравнения (13) при начальных условиях

$$v = v_{\text{н}}; \cos \alpha = \cos \alpha_{\text{н}}$$

имеет вид [9]:

$$\cos \alpha = \exp\left(-\int_{v_{\text{н}}}^v \frac{dv}{v}\right) \left[\int_{v_{\text{н}}}^v \left(A - \frac{2}{gq}v^2\right) \exp\left(\int_{v_{\text{н}}}^v \frac{dv}{v}\right) dv + \cos \alpha_{\text{н}} \right].$$

Отсюда после интегрирования и преобразований приходим к выражению, которое даёт возможность определить угол α наклона траектории струи к горизонту:

$$\cos \alpha = \frac{v_{\text{н}}}{v} \left[\frac{A}{2} \left(\frac{v^2}{v_{\text{н}}} - v_{\text{н}} \right) + \frac{1}{2gq} \left(v_{\text{н}}^3 - \frac{v^4}{v_{\text{н}}} \right) + \cos \alpha_{\text{н}} \right]. \quad (14)$$

Уравнение (14) является основой для получения искомого дифференциального уравнения траектории струи в декартовых координатах, переход к которым осуществляем по зависимостям:

$$dx = dS \cos \alpha; \quad dy = dS \sin \alpha.$$

Действительно:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}, \quad (15)$$

что после подстановок в соответствии с (14) даёт:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{v_{\text{н}}}{v} \left[\frac{A}{2} \left(\frac{v^2}{v_{\text{н}}} - v_{\text{н}} \right) + \frac{1}{2gq} \left(v_{\text{н}}^3 - \frac{v^4}{v_{\text{н}}} \right) + \cos \alpha_{\text{н}} \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{\text{н}}}{v} \right)^2 \left[\frac{A}{2} \left(\frac{v^2}{v_{\text{н}}} - v_{\text{н}} \right) + \frac{1}{2gq} \left(v_{\text{н}}^3 - \frac{v^4}{v_{\text{н}}} \right) + \cos \alpha_{\text{н}} \right]^2}}. \quad (16)$$

Наконец, исключив из (16) среднюю скорость v с помощью (12) и интегрируя, получаем зависимость для вычисления координаты x точки траектории с заданной координатой y_1 :

$$x = \int_0^{y_1} \frac{\frac{v_{\text{н}}}{\sqrt{v_{\text{н}}^2 + gy}} \left[\frac{A}{2} \left(\frac{v_{\text{н}}^2 + gy}{v_{\text{н}}} - v_{\text{н}} \right) + \frac{1}{2gq} \left(v_{\text{н}}^3 - \frac{(v_{\text{н}}^2 + gy)^2}{v_{\text{н}}} \right) + \cos \alpha_{\text{н}} \right]}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{н}}^2}{v_{\text{н}}^2 + gy} \left[\frac{A}{2} \left(\frac{v_{\text{н}}^2 + gy}{v_{\text{н}}} - v_{\text{н}} \right) + \frac{1}{2gq} \left(v_{\text{н}}^3 - \frac{(v_{\text{н}}^2 + gy)^2}{v_{\text{н}}} \right) + \cos \alpha_{\text{н}} \right]^2}} dy. \quad (17)$$

Интеграл в уравнении (17) не берётся в квадратурах, однако в настоящее время, когда широкое использование компьютерных технологий, в том числе и в проектных организациях, является нормой, это нельзя считать существенным недостатком. Решение (17) легко может быть получено одним из численных методов интегрирования, например, методом Симпсона.

Уравнения (16) и (17) действительны, как это следует из (15), при $-1 < \cos \alpha < 1$. Формально это означает, что, струя после достижения значения $\alpha = \frac{\pi}{2}$ меняет направление движения на обратное, что в данном случае (при наличии вакуума под струёй и гидростатического давления на её наружную поверхность) не противоречит физике явления. Однако ясно, что в реальных условиях такая картина течения не осуществляется. Поэтому уравнение (17) практически соответствует траектории струи при значениях $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Таким образом, получены все искомые зависимости (12), (14), (16) и (17), описывающие движение плоской струи над вакуумной воздушной полостью при наличии избыточного гидростатического давления на её верхней поверхности. Они носят общий характер и могут быть использованы применительно к различным сооружениям, работающим в условиях, аналогичных рассмотренным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян О.М. О кинематических условиях и рассеянии энергии на плоских поверхностях раздела в турбулентных русловых потоках // Гидротехника и мелиорация. 1959. №5. С. 45-51.
2. Гидравлические расчеты водосбросных гидротехнических сооружений: Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1988. - 624 с.
3. Глазов А.И. Параметры плоской незатопленной струи при наличии под ней вакуумной воздушной полости // Строительство и архитектура. 1983. №8. С. 91-94.
4. Глазов А.И. Параметры плоской струи с учетом влияния водяной подушки и вакуума в подструйной полости // Надежность работы элементов гидротехнических и гидроэнергетических комплексов: Сб. науч. тр. / Моск. инж.-строит. ин-т им. В.В. Куйбышева. М.: МИСИ, 1989 - 185 с.
5. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидравлика газо-жидкостных систем. Издание 2-е. М.: Энергия, 1976. - 296 с.
6. Madavan N.K., Deutsch S., Merkle C.L. Measurements of local skin friction in a microbubble-modified turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, 1985. V. 156, P. 237-256.
7. Мойс П.П. Шахтные водосбросы. М.: Энергия, 1970. - 80 с.
8. Романько Н.И. К расчету водосброса шахтного типа // Гидротехническое строительство. 1963. №4. С. 44-46.
9. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. 2. М.: Наука, 1974. - 655 с.
10. Слиский С.М. Гидравлика зданий гидроэлектростанций. М.: Энергия, 1970. - 424 с.
11. Слиский С.М. Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений: Учебное пособие для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1986. - 304 с.
12. Теория турбулентных струй / Абрамович Г.Н., Гришович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под ред. Г.Н. Абрамовича. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. - 720 с.
13. Wagner W.E. Morning-glory shaft spillways: determination of pressure-controlled profiles. Proc. ASCE, 1954. P. 432-1 - 432-38.
14. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч. 2. М.: Высшая школа, 1977. - 531 с.

Glazov Aleksandr Ivanovich

Moscow state university of civil engineering, Russia, Moscow
E-mail: GlazovAI@mgsu.ru

Differential equation of the trajectory of a plane jet moving above a vacuum air cavity in the presence of excessive pressure on the upper surface

Abstract. Reliability and durability of spillway facilities is one of the main conditions for ensuring safe operation of waterworks. The structure that meets these requirements is a mine spillway that operates without the contact of a jet overflowing through the crest with a concrete surface within the funnel and the transition section. With this design, the possibility of cavitation is excluded; the production of concrete works is greatly simplified due to the absence of the need for profiling the concrete surface at specified coordinates. A feature of the operation of such a mine spillway is the presence of a vacuum in the sub-jet space, which is responsible for the constructive requirements noted in the article, which are subject to mandatory implementation. The internal spillway dimensions should be assigned taking into account the position of the lower surface of the jet; however, there are currently no methods of calculating its coordinates in the presence of a vacuum in the sub-jet space. The sections of the trajectory of the jet with different conditions of its motion are singled out in the article. The author gives the derivation of the differential equation of the trajectory of a plane jet with allowance for the effect of vacuum in the sub-jet space and the excess hydrostatic pressure on her upper surface. Its solution is given in the form of a definite integral. The domain of existence of the obtained dependences is indicated. Presented are formulas that allow us to determine the average velocity and angle of inclination of her vector to the horizon at any point of the trajectory of the jet.

Keywords: shaft spillway; ring spillway; funnel; cavitation; cavitation erosion; stream trajectory; vacuum