

Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/vol9-2.php>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/82TVN217.pdf>

Статья опубликована 25.04.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:

Боргоякова Т.Г., Лоцицкая Е.В. Математическое моделирование: определение, применяемость при построении моделей образовательного процесса // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №2 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/82TVN217.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 004.942

Боргоякова Татьяна Григорьевна

ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», Россия, Красноярск

Аспирант

ФГБОУ ВО «Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова», Россия, Абакан

Ассистент

E-mail: Borgoyakova_tg@khsu.ru; tatyana-borgoyakova@mail.ru

Лоцицкая Екатерина Викторовна

ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», Россия, Красноярск

Аспирант

E-mail: kurmanchik@list.ru

**Математическое моделирование:
определение, применяемость при построении
моделей образовательного процесса**

Аннотация. В статье раскрываются понятия «математическая модель» и «математическое моделирование». Авторами рассматриваются научные исследования в области математического моделирования, в частности, моделирования образовательного процесса. Формализация данного сложного процесса сталкивается с большими трудностями, которые объясняются наличием большого количества факторов, игнорирование которых приводит к несоответствию модели и моделируемого процесса, в результате снижается практическая значимость исследования. Сегодня придается особое значение применению математического аппарата при осуществлении управления качеством процесса обучения в высших учебных заведениях. Задачами данной работы являются исследование базисных методов математического моделирования при построении моделей образовательного процесса, построение и анализ модели ранжирования объектов высшего образования. Описан алгоритм построения математической модели ранжирования объектов высшего образования на примере вузов России. Проведен корреляционный анализ предложенных характеристик учебных заведений. Результатом работы является построенная математическая модель, которая позволяет описать наиболее значимые связи между качественными характеристиками вуза, оценивать разные параметры зависимостей, прогнозировать негативные последствия, затем определить самое лучшее управляющее решение.

Ключевые слова: образовательный процесс; математическое моделирование; математическая модель; интегральный показатель качества

Определение «математическая модель» и «математическое моделирование»

В настоящее время математические модели применяются во многих отраслях современной науки. Математические модели являются инструментом описания самых разных задач. Спектр данных задач очень широк, включает различные области человеческой деятельности: образовательную, научно-исследовательскую деятельность, техническое проектирование, механику, медицину, экономику, экологию и т.д. Корректно построенная математическая модель позволяет описать наиболее значимые связи между объектами, предсказывать поведение объекта в разных условиях, оценивать разные параметры зависимостей, прогнозировать негативные последствия, затем определить самое лучшее решение.

Рассмотрим определение «математическая модель». В краткой статье А.Н. Тихонова в математической энциклопедии данный термин определяется как приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Математическая модель определяется как объект - заместитель объекта - оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала [8]. В работе [7] дается определение математической модели как «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства - законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям». А.Д. Мышкис в работе [5] определяет математическую модель как систему уравнений, или арифметических соотношений, или геометрических фигур, или комбинацию того и другого, исследование которых средствами математики должно ответить на поставленные вопросы о свойствах некоторой совокупности свойств объекта реального мира.

Соответственно, математическое моделирование - это построение и исследование математических моделей. По А.А. Ляпунову, математическое моделирование - это опосредованное практическое или теоретическое исследование объекта, при котором непосредственно изучается не сам интересующий нас объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система (модель), находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом, способная замещать его в определенных отношениях и дающая при ее исследовании, в конечном счете, информацию о самом моделируемом объекте [6].

Под математическим моделированием будем понимать процесс установления соответствия реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью.

Применяемость математического моделирования при построении моделей образовательного процесса

Решение проблем управления качеством образовательного процесса возможно в случае применения математического моделирования, в том числе построения математических моделей образовательного процесса. Действительно, эффективное управление качеством невозможно без замены субъективных описаний строгими объективными оценками процесса обучения, что позволяет сделать метод построения математической модели. В.И. Мешалкин в работе [4] описал различные аспекты деятельности вуза с точки зрения всего спектра функционалов качества, которые применяются для решения задачи оптимизации управления качеством образовательного процесса. В статьях [1, 9] авторы рассмотрели оптимизационные модели оценки и управления качеством подготовки выпускников вузов. Они рассмотрели понятие функционал качества при решении задачи оптимального управления образовательным

процессом, причем эти авторы не придают особого значения неконтролируемым помехам, исключить которые не представляется возможным.

Эталонная модель управления большими системами управления для синтеза самонастраивающихся систем автоматического управления сложными многоконтурными техническими объектами была предложена профессором В.И. Чернецким [10]. Сущность эталонной модели состоит в том, что предоставляется возможность выбрать эталонный (идеальный) объект управления, в котором значения параметров считаются оптимальными. Затем значения контролируемых параметров других объектов управления, которые относятся к тому же типу, что эталонный объект, калькулируются по отношению от значений параметров эталонного объекта. По результатам сравнения эталонных и фактических значений контролируемых параметров составляется дополнительный контур управления, цель которого - последовательная модификация некоторых технологических параметров, которые определяют изменение движения объекта. Используя главную идею принципа эталонной модели, рейтинговые модели управления большими системами управления, в сущности, представляют собой математические модели синтеза дополнительных контуров адаптации системы управления, которые обеспечивают наибольшую эффективность их функционирования в сложных динамически неопределенных условиях при наличии человеческих факторов, определяемых, например, неконтролируемыми воздействиями.

Модель расчета рейтингов, предложенная в работе [3], заключается в том, что исходные показатели активности и состояния деятельности заданного объекта разбиваются на две группы показателей: показатели результативности и показатели потенциальных возможностей. Показатели результативности (активности), отражающие результаты функционирования объекта за предшествующий период, разделяются на количество видов деятельности. Показатели потенциальных возможностей, характеризующие потенциальные возможности выполнения разных видов деятельности, состоят из некоторого количества классов, которые имеют свои признаки. Для каждого класса экспертным методом определяются весовые коэффициенты и вычисляются рейтинги потенциалов по всем видам потенциальных возможностей и рейтингов результативности (активности) по разным видам деятельности.

В настоящее время популярна модель ранжирования объектов системы высшего образования. Интегральный показатель качества объекта, основанный на объективной значимости каждого фактора:

$$R(S_i) = \sum_{j=1}^n k_{ij} H_j, \quad i = 1, \dots, m, \quad (1)$$

где: $R(S_i)$ - интегральное качество объекта S_i ;

m - количество объектов;

n - количество признаков;

H_j - значимость j -го признака;

k_{ij} - качественная оценка j -го признака для i -го объекта.

Мерой значимости фактора предлагается использовать значение энтропии признака [11] как меры неопределенности значений признака. Тогда большую значимость будут иметь признаки с большей степенью разброса значений в анализируемой выборке. Для ранжирования объектов системы высшего образования сначала выбирается число качественных уровней. Вычисляется интегральное качество каждого объекта по формуле (1) и по найденным значениям осуществляется ранжирование объектов. После анализа полученных результатов принимаются управленческие решения для коррекции и координации дальнейшего развития.

Можно выделить этапы математического моделирования:

1. Определение объекта моделирования.
2. Определение цели моделирования.
3. Выбор математического аппарата моделирования.
4. Выбор переменных, параметров, шкал измерения, критериев оценки.
5. Определение связей между переменными.
6. Выбор ограничений.
7. Исследование модели.

Последующие этапы связаны с изучением устойчивости и адекватности модели, с практической реализацией и внедрением результатов моделирования. Вид математической модели зависит от реального объекта, целей исследования, требуемой точности и от выбора исследователя. Любая математическая модель описывает реальный объект лишь с некоторой степенью приближения к действительности.

Построение и анализ модели ранжирования объектов высшего образования

Предположим, что показатель качества высшего учебного заведения определяется числом некоторых признаков h . Представим данный набор в математическом виде:

$$H = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix} \in R^n$$

Компонентами данного вектора H возьмем характеристики высшего учебного заведения. Можно рассматривать набор следующих признаков:

- численность профессорско-преподавательского состава (ППС) на одного студента ($N_{\text{ппс}}$);
- средневзвешенный балл ЕГЭ зачисленных по конкурсу на очную форму обучения по программам бакалавриата и специалитета ($C_{\text{егэ}}$);
- доля ППС, имеющих ученую степень кандидата или доктора наук ($Q_{\text{кди}}$);
- объем бюджета, привлеченного на НИОКР за календарный год в расчете на одного научно-педагогического работника ($V_{\text{ниокр}}$);
- общее количество цитирований статей, в расчете на 100 научно-педагогических работников ($N_{\text{ринц}}$).

Набор признаков представим в виде базы данных, используя программу для работы с электронными таблицами MS Excel. В базе данных представлено 50 вузов и 5 характеристик для каждого объекта. Основным источником, на котором были отобраны 50 вузов России, послужил веб-сайт «Рейтинговое агентство эксперт». Информация о характеристиках вузов отобрана на сайте Минобрнауки России и на сайтах выбранных высших учебных заведений в отчете о самообследовании за 2015 год.

Сначала необходимо произвести корреляционный анализ, целью которого является определение взаимосвязи между характеристиками. Корреляционный анализ применяется для оценки зависимости выходных полей данных от входных факторов и устранения незначимых. Такие факторы могут быть исключены из результирующего набора данных практически без потери полезной информации. Определим коэффициенты корреляции Пирсона и построим матрицу парной корреляции (таблица 1).

Таблица 1

	$N_{ппс}$	$V_{ниокр}$	$Q_{кдн}$	$N_{ринц}$	$C_{егэ}$
$N_{ппс}$	1	0,25	- 0,06	0,35	0,14
$V_{ниокр}$	0,25	1	- 0,03	0,15	0,11
$Q_{кдн}$	- 0,06	- 0,03	1	0,05	0,1
$N_{ринц}$	0,35	0,15	0,05	1	0,18
$C_{егэ}$	0,14	0,11	0,1	0,18	1

Составлено авторами

Результаты указывают на наличие связи между заданными характеристиками. Положительное значение указывает на то, что связь прямая, а отрицательное указывает на обратную связь. Можно констатировать, что с численностью профессорско-преподавательского состава связано количество цитирований статей и объем бюджета, привлеченного на НИОКР. В последнем столбце самая сильная связь между показателем средневзвешенного балла ЕГЭ и показателем количества цитирований статей. Средневзвешенный балл ЕГЭ характеризует уровень знаний, с которым поступил в высшее учебное заведение выпускник школы. Стоит предположить, что чем выше уровень знаний у студентов, тем больше цитирований статей ППС, так как студенты продолжают исследования преподавателей, публикуют результаты исследований, в которых цитируют работы преподавателей.

Изобразим диаграмму распределения значений заданных характеристик на примере пяти образовательных учреждений, выбранных случайным образом. Результаты моделирования представлены на рис. 1. Видно, что очень большой разброс значений характеристик и без применения математического аппарата не предоставляется возможность ранжирования объектов исследования.

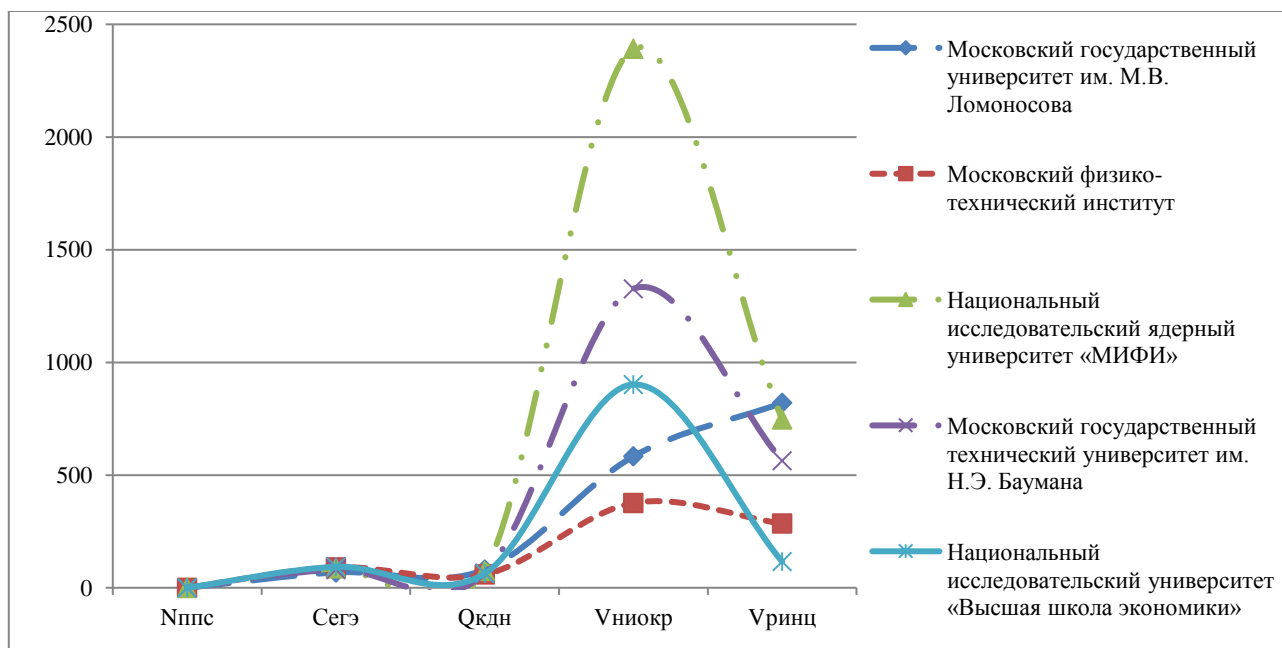


Рисунок 1. *Распределение характеристик высших учебных заведений (составлено авторами)*

В используемой программе вычисляем интегральный показатель качества каждого учебного заведения по формуле (1) и вносим в базу данных. Значения интегрального показателя качества отображают специфические свойства образовательной системы, которые учитываются в данной задаче. Результаты расчета, на примере десяти объектов исследования, представлены на рис. 2. Произведем ранжирование высших учебных заведений по значениям интегрального показателя качества: первое место в рейтинге занимает учебное заведение с наибольшим значением R , пятидесятое место - с наименьшим значением.

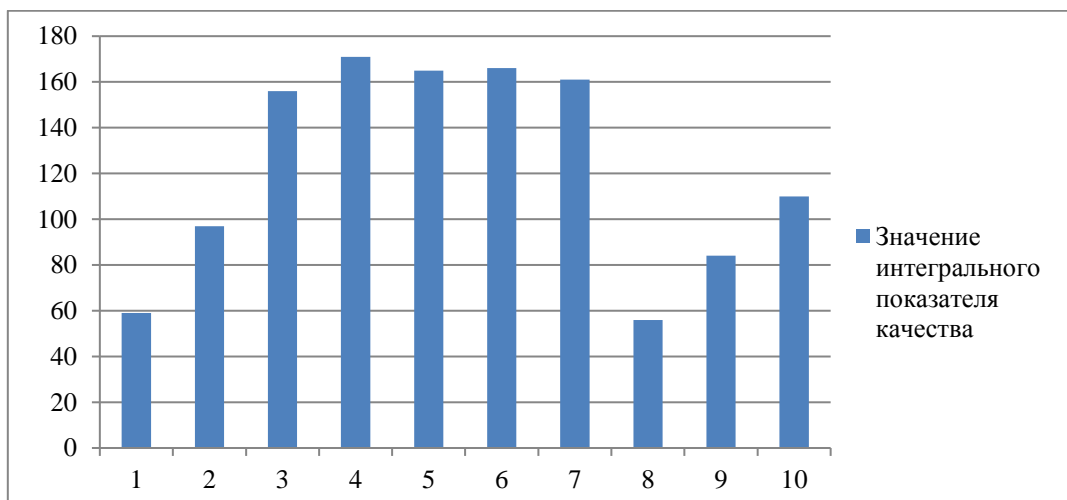


Рисунок 2. Ранжирование по интегральному показателю качества (составлено авторами)

Результаты ранжирования сопоставляем с рейтингом вузов России, который представлен на сайте «Рейтинговое агентство эксперт». Анализ показал, что модель ранжирования объектов системы высшего образования приближена к действительности, то есть, так называемому, «официальному» рейтингу вузов. Причем для моделирования был выбран набор характеристик отличный от тех, что учитываются при составлении рейтинга «Рейтинговым агентством эксперт».

ЛИТЕРАТУРА

1. Аветисов А.А., Камышникова Т.В. Оптимизационная модель оценки и управления качеством подготовки студентов в ВУЗе [Текст] // Проблемы качества, его нормирования и стандартов в образовании. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов. 1998. С. 105 - 109.
2. Боргоякова, Т.Г. Моделирование информационных процессов при реализации образовательной программы в вузе [Текст] / С.А. Бронов, А.С. Кацунова, К.В. Калиновский, Т.Г. Боргоякова, Д.С. Тесленко, А.В. Мартынов, Е.Д. Потёмкина, М.Ю. Ушакова // Информатизация образования и методика электронного обучения: материалы I Международной научной конференции в рамках IV Международного научно-образовательного форума «Человек, семья и общество: история и перспективы развития» (Красноярск, 27-30 сентября 2016 г.) // под общ. ред. М.В. Носкова. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2016. - С. 358-363. - ISBN 978-5-7638-3559-5.
3. Васильев В.Н. и др. О математических моделях оптимального управления системой подготовки специалистов [Текст] - Петрозаводск: изд-во Петр. ГУ. 1997.
4. Мешалкин В.И. Учреждения высшего и среднего профессионального образования в Российской Федерации. Аккредитация - самообследование - рейтинг [Текст] - М.: изд-во РУДН, 1995. - 136 с.
5. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей [Текст] - 3-е изд., испр. - М.: КомКнига, 2007. - 192 с. ISBN 978-5-484-00953-4.
6. Новиков И.Б. О философских вопросах кибернетического моделирования [Текст] - М., Знание, 1964.
7. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Текст] - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. ISBN 5-9221-0120-X.
8. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем [Текст]: учеб. для вузов - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 2001. - 343 с. - С. 6 ISBN 5-06-003860-2.
9. Сухинин В.П., Горшенина М.В. Проектирование дополнительных образовательных услуг на основе методов Г. Тагути [Текст] // Управление качеством высшего образования: теория, методология, организация, практика, СПб-Кострома: Смольный институт РАО, изд-во КГУ. 2005. Т. 3. С. 80-85.
10. Чернецкий В.И. Математическое моделирование динамических систем [Текст] - Петрозаводск: изд-во Петр. ГУ. 1996.
11. Shannon C.E. A mathematical theory of communication // The Bell System Technical Journal. Vol. 27. P. 379-423, 623-656. July-October. 1948.

Borgoyakova Tatyana Grigor'evna

Siberian federal university, Russia, Krasnoyarsk
Katanov Khakass state university, Russia, Abakan
E-mail: Borgoyakova_tg@khsu.ru; tatyana-borgoyakova@mail.ru

Lozitskaya Ekaterina Viktorovna

Siberian federal university, Russia, Krasnoyarsk
E-mail: kurmanchik@list.ru

Mathematical modeling: definition, applicability at construction of models of educational process

Abstract. The concepts "mathematical model" and "mathematical modeling" are revealed in the article. The authors consider scientific research in the field of mathematical modeling, in particular, the modeling of the educational process. The formalization of this complex process beset with difficulties, which are explained by the presence of a large number of factors, the neglect of which leads to a mismatch between the model and the modeling process, resulting in reduced practical significance of the research. Today is of special importance to application of mathematical apparatus for the implementation of the quality management of the learning process in higher education institutions. The objectives of this work are the study of the basis of mathematical modeling methods when building models of the educational process, the construction and analysis of a ranking model of objects in higher education. The described algorithm of construction of mathematical model of the ranking of objects of higher education in the universities of Russia. Performed correlation analysis of the proposed characteristics of educational institutions. The result is a mathematical model that allows to describe the most significant relationships between qualitative characteristics of the University, to evaluate different parameters dependencies, to predict the negative consequences, then determine the best control decision.

Keywords: educational process; mathematical modeling; mathematical model; integral indicator of quality