

Интернет-журнал «Наукоедение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 8, №5 (2016) <http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol8-5>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/82TVN516.pdf>

DOI: 10.15862/82TVN516 (<http://dx.doi.org/10.15862/82TVN516>)

Статья опубликована 24.11.2016.

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Божко А.Н. Методы анализа геометрической разрешимости при сборке изделий // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №5 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/82TVN516.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**УДК 67.02, 004.942, 519.178**

**Божко Аркадий Николаевич<sup>1</sup>**

ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана», Россия, Москва

Доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования»

Кандидат технических наук, доцент

E-mail: [abozhko@inbox.ru](mailto:abozhko@inbox.ru)

РИНЦ: [http://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=705712](http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=705712)

## **Методы анализа геометрической разрешимости при сборке изделий**

**Аннотация.** Геометрические свойства конструкции оказывают решающее влияние на качество сборочного процесса и декомпозицию изделия на сборочные единицы. В работе рассматриваются методы математического и дескриптивного моделирования геометрической разрешимости при сборке. По критерию методологической близости все подходы разделены на четыре класса. Методы анализа делимости геометрических множеств развиваются в комбинаторной геометрии. Их основной целью является поиск строгих условий делимости в некотором фиксированном классе объектов, например выпуклых полиэдров или сфер. Методы аппроксимации основаны на упрощении форм реальных деталей простыми геометрическими объектами, допускающими эффективную проверку на пересечение. Чаще всего для этих целей используются параллелепипеды и выпуклые оболочки. В комбинаторных методах предлагаются дискретные модели (графы, сети Петри, матрицы), которые описывают локальные препятствия при сборке или разборке и формулируются различные критерии собираемости или разбираемости. В методах пространственной декомпозиции используется дискретизация трехмерного пространства на элементарные формы и проблема геометрической разрешимости при сборке сводится к проверке непересечения множества геометрических примитивов, которыми чаще всего являются кубы. В работе приводится описание достоинств и недостатков моделей и методов анализа геометрической разрешимости при сборке, которые получили наибольшее распространение в современных исследованиях и разработках по автоматизации проектирования. Анализ показал, что тест на геометрическую разрешимость должен сочетаться с эффективной процедурой порождения допустимых альтернатив: последовательностей сборки и схем декомпозиции. Иначе любой геометрический решатель становится неработоспособным, поскольку ему требуется проверить множество альтернатив, мощность которого растет факториально в зависимости от числа деталей.

---

<sup>1</sup> 127015, г. Москва, ул. Бутырская, д. 91, кв. 106

**Ключевые слова:** автоматизация проектирования сборочных процессов; геометрическая разрешимость; геометрический доступ; САПР; сборка; геометрические препятствия

### Введение

Сборка – это заключительный и самый сложный технологический передел в машиностроительных и приборостроительных отраслях промышленности. Потребительские и тактико-технические свойства изделия в значительной степени зависят от качества технологической подготовки сборочного производства. Современное роботизированное и гибкое сборочное производство требует разработки технологических инструкций предельной глубины, в которых регламентируются все элементы технологического процесса, вплоть до рабочих ходов исполнительного органа. Невозможно получить проектную документацию такого уровня и объема без применения современных средств автоматизированного проектирования. Автоматизированное проектирование сборочных процессов (computer aided assembly planning, СААР) – это бурно развивающееся направление современной информатики с большим числом публикаций и программных разработок [1].

Качество сборочного процесса зависит от множества конструкторских, технологических и производственных факторов, среди которых главную роль играют геометрические свойства изделия. Для каждой собираемой детали или сборочной единицы должно существовать движение из позиции хранения в служебное положение, которое задано конструкторской документацией или трехмерной моделью изделия. В работах по СААР это необходимое условие существования любого сборочного процесса принято называть геометрической разрешимостью или геометрическим доступом [2]. В работе рассматриваются актуальные методы анализа геометрической разрешимости, нашедшие применение в современных СААР-системах.

### Методы анализа разделимости геометрических множеств

Геометрическую разрешимость при сборке можно считать частным случаем известной проблемы комбинаторной геометрии – разделимости геометрических множеств (separability problem) [3]. Приведем ее формальную постановку для общего случая. Дано множество  $IP = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$  геометрических множеств (тел) в  $n$ -мерном пространстве  $E^n$ . Пусть  $\text{int}(P_i)$  множество внутренних точек, а  $\text{bound}(P_i) = P_i \setminus \text{int}(P_i)$  – множество граничных точек тела  $P_i$ .

Предполагается, что для любой пары тел  $P_i, P_j \in IP$  выполняется  $\text{int}(P_i) \cap \text{int}(P_j) = \emptyset$ . Говорят, что существует движение тела  $P_i$ , разделяющее его с телом  $P_j$ , если найдется траектория  $t: [0, 1] \rightarrow E^n$  такая, что  $\text{int}(P_i, t) \cap \text{int}(P_j) = \emptyset$ . Тело  $P_i$  разделяется с множеством тел  $IP$ , если  $P_i$  разделяется с каждым  $P_j \in IP$ . Множество  $IP$  разделимо, если существует перестановка тел  $(P_{i_1}, P_{i_2}, \dots, P_{i_k})$  такая, то  $P_{i_l}$  разделимо с  $(P_{i_{l+1}}, \dots, P_{i_k})$  для  $l = 1, 2, \dots, k-1$ .

В публикациях по проблеме разделимости обсуждаются разновидности этой задачи для различных классов геометрических объектов: сфер, интервалов, выпуклых фигур на плоскости и др. [4]. Эти простейшие идеализированные формы значительно проще деталей, которые используются в машиностроительных и приборостроительных отраслях промышленности, поэтому геометрическая разрешимость при сборке не может быть полностью решена как задача комбинаторной геометрии. Тем не менее, многие модели и

алгоритмы анализа делимости используются в исследованиях по автоматизации проектирования сборочных процессов.

Оригинальный подход к моделированию геометрических свойств при сборке изделия излагается в [5]. Работа основана на следующих предположениях об изделии и геометрических свойствах деталей:

- детали представляются в виде пространственных многогранников;
- сопряженные детали контактируют только по фрагментам плоских поверхностей;
- допускаются только прямолинейные движения деталей в процессе сборки или демонтажа;
- проектируется процесс разборки и полагается, что инвертированная последовательность разборки представляет собой корректный план сборки.

Наиболее жесткие ограничения на перемещения детали накладывают те конструктивные элементы, которые находятся в непосредственном контакте с данной деталью. Показано, что множество направлений возможных перемещений детали представляется в виде выпуклого полиэдрального конуса (polyhedral convex cone, PCC) в трехмерном евклидовом пространстве. Если  $PCC = \emptyset$ , то деталь не обладает свободой локального перемещения. Очевидно, что PCC учитывает только локальные геометрические препятствия и не принимает во внимание глобальные запреты на перемещения. Авторы обобщили понятие PCC как пространства допустимых линейных траекторий на случай любых (локальных и глобальных) стационарных геометрических препятствий. Вводится алгебраическая система, в которой носителем служит множество всех PCC, включая пустой конус и само 3D-пространство, а сигнатура состоит из пяти операций: пересечение, объединение, дополнение, отрицание и вычитание. В терминах алгебры выпуклых конусов формулируются условия существования для траекторий разборки в форме ломаных. Рассматриваются два метода поиска таких траекторий: многоступенчатое перемещение (multy-stage transition) и волновой алгоритм. Основным недостатком данной методики можно считать допущение о плоских контактах сопряженных деталей, что автоматических исключает из рассмотрения пары с сопряжениями по цилиндрическим, сферическим, коническим и другим криволинейным поверхностям.

В цикле работ [6] описан метод автоматизированного расчета геометрических отношений предшествования (geometric precedence relations, GPR). GPR – это бинарное отношение частичного порядка, которое задает на множестве деталей изделия геометрическая разрешимость в процессе разборки. Будем считать, что в процессе разборки используются только прямолинейные перемещения деталей. Обозначим  $CD_x(y)$  – множество направлений, в которых деталь  $y$  блокирует движение детали  $x$ . Очевидно, что справедливо соотношение  $CD_x(S) = \bigcup_{y \in S} CD(y)$

. Множество  $S$  называется блокирующим множеством (constraint assembly state) для  $x$ , если,  $CD_x(S) = I, x \notin S$  где  $I$  – представляет собой полное пространство направлений (полный угол на плоскости или полный телесный угол в трехмерном пространстве). Минимальным блокирующим множеством (minimal constraint assembly state, MCAS) называется блокирующее множество, которое теряет свойство  $CD_x(S) = I$  после удаления любого элемента из  $S$ . Понятно, что любая деталь должна быть установлена до того, как будет сформировано любое минимальное блокирующее множество этой детали. Структура отношения частичного порядка GPR определяется по минимальным блокирующим

множествам деталей изделия. В работе предлагается метод вычисления MCAS. Рассмотрим его на примере простой геометрической конфигурации на плоскости, показанной на рис. 1. Найдем все минимальные блокирующие множества детали E. Все пространство возможных линейных перемещений детали E на плоскости разбивается на восемь секторов, в зависимости от положений блокирующих деталей. На рис. 1 показаны два таких сектора. Каждому сектору ставится в соответствие дизъюнкция булевых переменных, соответствующих блокирующим деталям в данном секторе. Детали сопоставляется характеристическая булева функция, которая представляет собой конъюнкцию, взятую по дизъюнкциям, которые сопоставлены секторам.

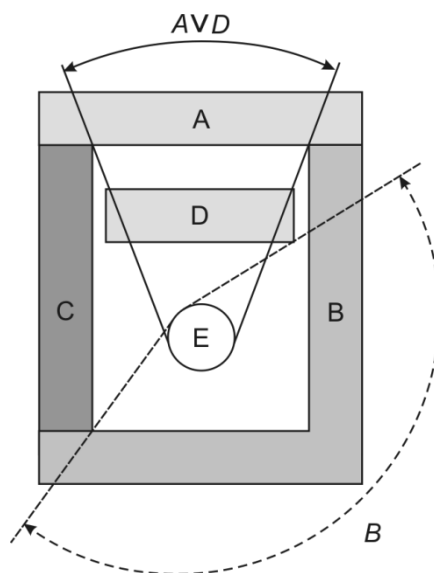


Рисунок 1. Пример геометрической конфигурации

В «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» доказано, что для поиска всех MCAS детали требуется преобразовать конъюнктивную нормальную форму характеристической функции в минимальную дизъюнктивную нормальную форму. Каждая элементарная конъюнкция полученной МДНФ обозначает минимальную блокирующую группировку для данной детали. Так, характеристическая функция детали E, изображенной на рис. 1, записывается как

$$F(E) = B \wedge (B \vee C) \wedge C \wedge (D \vee C) \wedge (A \vee C \vee D) \wedge (A \vee D) \wedge (A \vee B \vee D) \wedge (B \vee D),$$

а МДНФ этой функции – в виде  $ABC \vee BCD$ .

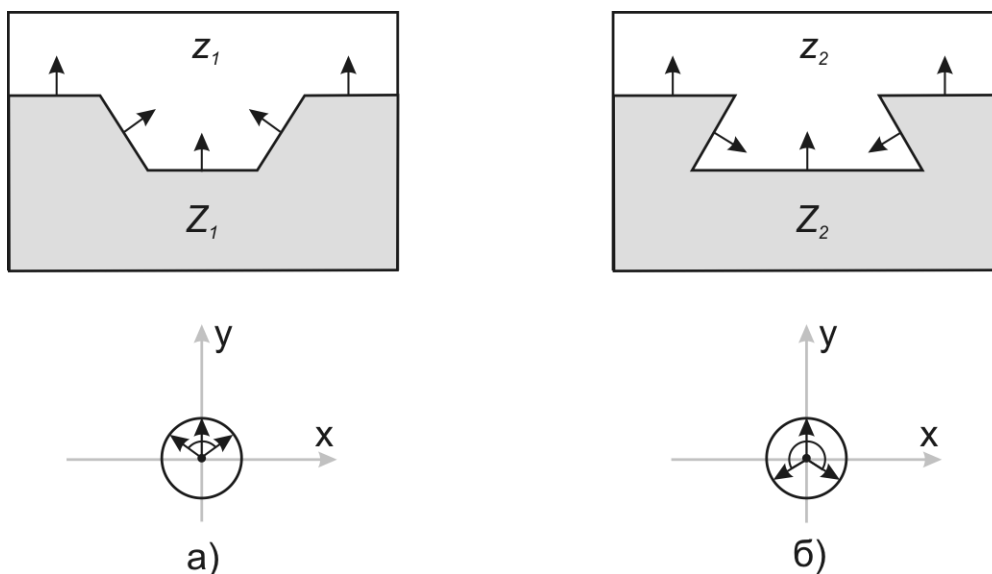
Можно отметить два основных недостатка рассмотренного подхода к моделированию геометрической разрешимости в процессе сборки:

- допускаются только прямолинейные траектории сборки/разборки, тем самым исключаются все резьбовые соединения, широко распространенные в машино- и приборостроении;
- для генерации MCAS детали требуется решить задачу минимизации характеристической булевой функции. Это классическая NP-трудная задача, для которой пока не найден эффективный алгоритм решения [7].

Метод анализа геометрической разрешимости в трехмерном пространстве обсуждается в [8]. Рассматривается процесс разборки изделия и полагается, что каждая деталь может быть демонтирована при помощи движения по прямолинейной траектории. Любое промышленное изделие (машина, прибор, установка и др.) является хорошо структурированной системой. В них, в отличие от игровых и мультимедийных сцен, самые жесткие ограничения на

подвижность элементов накладывают контактирующие детали и комплектующие. Предлагается необходимое условия разбираемости, основанное на анализе конфигурации контактов детали в составе изделия. Принимается допущение о том, что детали изделия в составе технической системы контактируют только по фрагментам плоских поверхностей. Сложные сопряжения по цилиндрическим, сферическим и другим поверхностям сложного профиля предлагается аппроксимировать при помощи полиэдральных оболочек. Показано, что в этих условиях все возможные прямолинейные траектории разборки деталей составляют телесный угол в пространстве. Сформулировано и доказано необходимое условия разбираемости. Критерием служит величина телесного угла, образованного нормальными к контактирующим площадкам. Если этот угол меньше развернутого телесного угла ( $2\pi$  стерadian), то существует локальное движение, разрывающее контакты. В противном случае такое движение невозможно.

На рис. 2 показаны две плоские геометрические конфигурации, иллюстрирующие необходимые условия разбираемости. Статический фрагмент изделия обозначен  $Z$ , проверяемая на возможность удаления деталь –  $z$ . На рис. 2, а нормали к контактирующим поверхностям  $z$  образуют в единичной окружности угол, меньший развернутого, поэтому возможно прямолинейное движение  $z_1$  в любом направлении, лежащим в этом угле. В примере на рис. 2, б поверхности образуют паз типа «ласточкин хвост». Угол между нормальными больше 180 градусов, что запрещает движение детали  $z_2$  в любом направлении на плоскости. Предлагается алгоритм разборки, который использует описанный критерий геометрической разрешимости и две вспомогательные структуры: граф связей граней (face adjacency graph) и граф связей деталей (component mating graph).



**Рисунок 2.** Виды контактов и расположение нормалей: а – геометрически разрешенная конфигурация (возможно движение  $z_1$ ), б – запрещенная конфигурация (движение  $z_2$  на плоскости не возможно)

Данный критерий геометрической разрешимости не требует трудоемких вычислений и может быть распространен на случай сложных траекторий демонтажа, состоящих из нескольких прямолинейных отрезков [9]. Однако, он не дает полного представления о геометрических связях изделия, поскольку учитывает только локальные препятствия.

В [10] предлагается метод определения геометрической разрешимости, основанный на понятии области собираемости. Принимается гипотеза о недеформируемости сборочных элементов (деталей и сборочных единиц). Областью собираемости сборочного элемента  $A_p$

относительно сборочного элемента  $A_q$ , называется множество законов движения  $\varepsilon(A_p / A_q)$ , перемещающих  $A_p$  в заданное относительно  $A_q$ , положение  $A_p^T$ , при которых след  $A_p$  не пересекается с  $A_q$ .

Метод основан на доказанной в [10] теореме, в которой утверждается, что  $\varepsilon(A_p / A_q) = \bigcap_{i=1}^n \bigcap_{j=1}^m \varepsilon(a_i / b_j)$ , где  $A_p = \bigcup_{i=1}^n a_i$ ,  $A_q = \bigcup_{j=1}^m b_j$ . Область собираемости тела  $A_p$  относительно тела  $A_q$  равна пересечению областей собираемости составляющих их тел  $a_i$  и  $b_j$ ,  $i = 1, n, j = 1, m$ .

Этот результат позволяют свести задачу определения области собираемости тел сложной конфигурации (каковыми и являются реальные конструкции) к совокупности задач по нахождению областей собираемости тел простой геометрической формы. Например, изделие можно разбить на сборочные единицы, имеющие более простую конфигурацию, сборочную единицу – на детали, детали – на базовые элементы формы и т.д. Для каждой пары тел  $A_p, A_q$  область собираемости  $\varepsilon(A_p / A_q)$  представляет собой некоторый конус в трехмерном пространстве. Любая прямая, соединяющая две точки конуса, определяет возможную траекторию движения начала координат собственной системы координат тела  $A_p$  относительно внешней системы координат, связанной с  $A_q$ .

Необходимо отметить, что основной алгоритм поиска области собираемости имеет более чем экспоненциальную трудоемкость. Это делает невозможным его практическое применение в исходной авторской редакции. Необходимо найти разумный компромисс между точностью расчета и вычислительными затратами на поиск области собираемости, который позволит выполнять геометрические вычисления за приемлемое для проектировщика время.

### Методы геометрической аппроксимации

Методы данного класса основаны на приближенном описании геометрии деталей изделия при помощи простых форм, допускающих эффективную проверку на пересечение. Геометрическая разрешимость в процессе сборки моделируется прямым способом, то есть устанавливаемая деталь перемещается по выбранной траектории и проверяется ее пересечение (непересечение) со статическим фрагментом, который образует собранный фрагмент изделия.

В [11] предлагается так называемая прямоугольная модель изделия. Каждая деталь трехмерным параллелепипедом, грани которого параллельны плоскостям выбранной системы координат. Установка детали возможна, если выполняется условие непересечения следа параллелепипеда, при перемещении его в статической среде, которую образует неподвижная часть конструкции. Анализ столкновений двух параллелепипедов не требует сложных расчетов, поэтому такую проверку можно выполнить для большого числа точек на сложной криволинейной траектории. Эта идея, выраженная в упомянутых работах в самой общей форме, нашла конструктивную реализацию в публикациях по анализу столкновений [12] и ранних работах по СААП (computer aided assembly planning), например [13].

В области программирования игр и симуляторов, где конфигурация сцены не отличается геометрической сложностью и не требуется высокая точность моделирования, это условие может быть принято в качестве достаточного условия геометрической разрешимости.

При сборке, в которой участвуют детали сложной конфигурации с отверстиями, прямоугольная аппроксимация, в общем случае, не дает возможности сформулировать ни достаточные условия геометрической разрешимости, ни необходимые условия геометрической неразрешимости. Кроме того, прямоугольная модель должна сочетаться с некоторой процедурой генерации допустимых вариантов сборки (разборки), поскольку прямой анализ всех перестановок деталей требует колоссальных вычислительных ресурсов уже для изделий с десятком комплектующих.

В [14] сделана попытка преодолеть недостатки прямоугольной аппроксимации при сборке. Чтобы сократить трудоемкость проверок на геометрическую разрешимость вводятся следующие правила:

- из кандидатов на проверку исключаются детали, которые в сборе не имеют граней, свободных от контактов с другими элементами конструкции;
- не проверяются детали, не обладающие степенями поступательной свободы относительно направления разборки.

Все ситуации, которые могут возникнуть при проверке на глобальную геометрическую разрешимость делятся на группы, в зависимости от значений трех признаков:  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ . Признак  $f_1$  принимает следующие значения: нет пересечения (прямоугольные оболочки не пересекаются), пересечение (оболочки пересекаются), включение (одна оболочка включает другую). Признак  $f_2$  описывает режим проверки: статический или динамический. Признак  $f_3$  дает информацию о пространственном расположении двух деталей, оболочки которых находятся в отношении включения, и принимает два значения: внутри или снаружи. Для каждой из групп выносится заключение об информативности пересечения или непересечения прямоугольных оболочек. Например, пересечение является допустимым для статической конфигурации деталей.

В работе [15] описан двухуровневый тест на геометрическую разрешимость. На первом уровне используется прямоугольная аппроксимация формы детали. На втором уровне предлагается метод, напоминающий трассировку лучей (ray casting interference test). Для детали, которая является кандидатом на удаление, создается дискретная двумерная оболочка, которая с некоторым приближением описывает реальную геометрию детали. Из каждого узла оболочки распространяется луч в направлении разборки и проверяется его пересечение со статической частью конструкции. Если ни один из лучей не пересек статическую форму, то констатируется возможность движения детали в данном направлении. Этот эвристический тест на геометрическую разрешимость имеет несколько очевидных недостатков. Во-первых, плотность оболочки зависит от геометрии детали и ее окружения, во-вторых, направление трассировки лучей должен выбрать эксперт, в-третьих, проверка ограничивается только прямолинейными траекториями разборки.

В [16] обсуждается подход к проектированию последовательности разборки изделия, реализованный в системе BRAEN (B-ger Assembly Engine). Главная подсистема данной системы – это геометрический решатель, который синтезирует геометрически допустимый план демонтажа изделия. Информация о геометрических связях извлекается из трехмерной компьютерной модели, в которой детали изделия представлены моделью B-ger, состоящей из кусков бисплайновых поверхностей. Условия геометрической разрешимости моделируются при помощи переборного алгоритма по следующей схеме. Выбирается некоторое направление в пространстве. Все куски выбранного геометрического примитива перемещаются до столкновения с хотя бы одним куском другого примитива. Определяется минимальное допустимое расстояние по выбранной траектории. На основе полученных данных строится пространство состояний, в котором вершинами являются тройки  $(S, t, f)$ , где  $S$  – это сборка

(совокупность связанных примитивов компьютерной модели),  $t$  – траектория демонтажа,  $f$  – свобода перемещения в выбранном направлении (минимальное расстояние или минимальный поворот). Корневая вершина пространства состояний – изделие в сборе, терминальные описывают состояния, в которых детали удалены друг от друга на достаточное расстояние. Для поиска решающего пути предлагается использовать процедуру  $A^*$ . Комбинаторная мощность пространства возможных состояний разборки чрезвычайно велика, поэтому автор предлагает несколько эвристических правил, призванных сократить объем перебора, необходимого для построения этого пространства. Можно утверждать, что в общем случае даже ограниченный эвристиками перебор не способен справиться с построением пространства геометрически разрешимых состояний для изделий средней сложности. Не случайно, пример, приведенный в работе, включает в себя всего лишь два простых 3D-примитива.

К методам анализа геометрической разрешимости, основанным на упрощении форм деталей, очень тесно примыкают подходы, в которых заключение о наличии или отсутствии препятствий при сборке делается по расположению проекций деталей на выбранной проекционной плоскости. В [17] предлагается следующий тест на геометрическую разрешимость. Если проекции пары деталей не пересекаются, то в направлении перпендикулярном проекционной плоскости эти детали могут быть установлены независимо друг от друга. Если пересечение не пусто, то рассматриваются проекции этих деталей на плоскость, перпендикулярную к первой и т.д.

Более развитая процедура, основанная на проверке расположения проекций деталей, предложена в [18]. В этой работе описан метод извлечения геометрических данных, необходимых для реализации теста, из STEP-файла. Результаты попарного сравнения деталей записываются в так называемую матрицу «непересечений» (interference-free matrix). Это

квадратная матрица порядка  $n$   $A = \| a_{ij} \|_{n \times n}$ , где  $n$  – число деталей изделия, в которой  $a_{ij} = 1$  тогда и только тогда, когда деталь  $j$ , которая находится в служебном положении, не создает препятствий для детали  $i$  в процессе перемещения последней на сборочную позицию в заданном направлении  $(+x, -x, +y, -y, +z, -z)$ . Матрицы пересечений дают всю необходимую информацию о геометрических связях деталей в составе изделия. Авторы не приводят оценок вычислительной трудоемкости предложенного метода, но, по всей видимости, она достаточно велика. Только для генерации трех матриц требуется выполнить  $\frac{3 \cdot n(n-1)}{2}$  проверок на пересечение проекций.

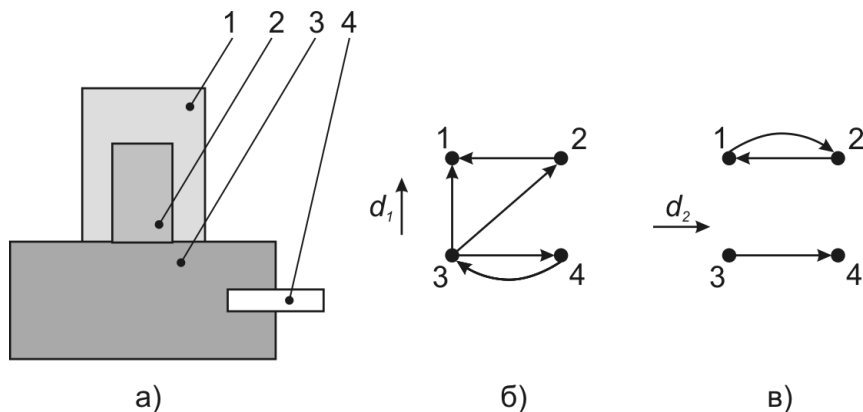
### Графовые и матричные методы геометрической разрешимости

Для принятия решений о невозможности движения детали часто не нужно исследовать ее поведение в среде с препятствиями. Это заключение можно вынести на основе данных о локальной геометрии изделия в окрестности данной детали. Данное предположение используется во многих методах анализа геометрической разрешимости. Самый распространенный метод этого типа описан в [19]. Рассмотрим его более подробно, поскольку этот метод широко цитируется в англоязычных источниках по автоматизированному проектированию сборочных процессов ([1]) и положен в основу нескольких систем СААР, например СТААТ. Пусть  $X$  – множество деталей некоторого изделия. Пусть задано некоторое направление  $d$  в пространстве. Определим граф  $G(d)=(X,R,d)$ , в котором вершины описывают детали и две вершины  $a, b \in X$  связаны дугой  $(a, b) \in R$  тогда и только тогда, когда деталь  $b$  препятствует бесконечно малому линейному перемещению детали  $a$  в направлении  $d$ . Этот носитель называется направленным блокирующим графом (directional blocking graph) или



$db$ -графом. На рис. 3, а показан пример простой конструкции, а на рис. 3, б в приведены два ее  $db$ -графа в направлениях  $d_1$  и  $d_2$ .

Направленный блокирующий граф позволяет сформулировать условия разбираемости конструкции. Элемент  $x \in X$  локально свободен в направлении  $d$ , если в  $db$ -графе  $G(d)$  не существует дуг исходящих из соответствующей вершины. Это очевидное ограничение позволяет дать формальное описание условий разбираемости.



**Рисунок 3.** Пример конструкция (а) и два ее  $db$ -графа: (б) – в направлении  $d_1$  и (в) – в направлении  $d_2$

Если  $db$ -граф  $G(d)$  некоторой конструкции является сильносвязным, то не существует множества деталей, которое можно демонтировать в направлении  $d$ . В противном случае граф  $G(d)$  можно разделить на компоненты сильной связности (бикомпоненты), вершины которых состоят в отношении сильной связности между собой. Вершины различных бикомпонент находятся в отношении односторонней (слабой) связности, поэтому существует, по крайней мере, одна бикомпонента  $A$ , из которой не исходит ни одна дуга. Множество деталей бикомпоненты  $A \subseteq X$  обладает свойством локальной свободы в направлении  $d$  и является кандидатом на разборку.

Если одно направление движения задается единичным вектором, то множество всех направлений в трехмерном пространстве представляется единичной сферой (полным телесным углом). Единичную сферу можно разделить на пространственные конусы (телесные углы), в каждом из которых  $db$ -граф заданной конструкции остается неизменным. В некоторых случаях  $db$ -граф сохраняет свою топологию на лучах или полупространствах, как в примере на рис. 4. Разбиение единичной сферы на конусы (пространства на телесные углы), в пределах которых  $db$ -графы не меняют своей топологии, вместе с самими графами называется  $ndb$ -графом (non-directional blocking graph) [19].

На рис. 4 показан  $ndb$ -граф гипотетической конструкции, приведенной на рис. 3, а. В этом примере множество возможных направлений разбивается на два луча (б, в) и два полупространства (а, в).

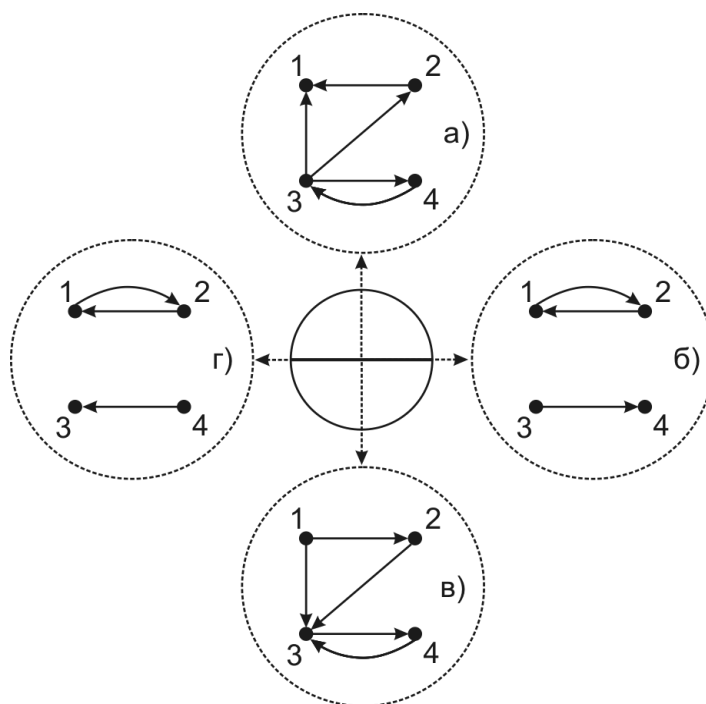


Рисунок 4. Пример *ndb*-графа

*Ndb*-граф – это весьма содержательная модель. Она дает много информации о возможности/невозможности разборки конструкции в разных направлениях. Поскольку *db*-граф описывает только локальные геометрические препятствия и не учитывает глобальную конфигурацию сцены, он позволяет сформулировать только необходимые условия разбираемости, но не достаточные. Однако они являются весьма жесткими, поэтому на основе концепции *db*- и *ndb*-графов можно построить эффективные процедуры синтеза допустимых последовательностей сборки [20].

В [21] концепция *db*- и *ndb*-графов распространена на несколько более общих ситуаций. Во-первых, показано, что эти модели можно использовать и для произвольных перемещений объектов, представляющих любую комбинацию поступательного и вращательного движений. Во-вторых, данные носители допускают обобщения на случай неограниченных поступательных движений полиэдральных объектов в трехмерном пространстве. В-третьих, предложена итеративная вычислительная процедура построения *db*- и *ndb*-графов с полиномиальной сложностью.

В [22] описана система STAAT (Stanford Assembly Analysis Tool), предназначенная для автоматизированного проектирования последовательности сборки изделий. Ядром системы является система геометрического вывода, построенная на вычислении *db*- и *ndb*-графов. В качестве достаточного условия разбираемости используется условие непересечения проекций на плоскости, которая расположена ортогонально направлению разборки.

В фундаментальном исследовании [23] разборка изделия рассматривается как декомпозиция геометрических множеств (partitioning). Дана конструкция, требуется найти в ее составе такое множество деталей, которое может быть демонтировано как единое целое. Для решения этой задачи авторы предлагают комбинированный подход, использующий представление геометрических препятствий в пространстве состояний и их моделирование при помощи *db*-графов. Ключевую роль в данном подходе играет так называемая диаграмма пересечений (interference diagram). Для каждой упорядоченной пары деталей ( $X, Y$ ) в пространстве состояний задается множество  $X/Y$  – точек, в которых неподвижная деталь  $Y$  создает препятствия для подвижной детали  $X$ . Показано, что это множество задается

разностью Минковского  $X/Y = Y \triangleleft X = \{y - x \mid x \in X, y \in Y\}$  двух множеств  $X$  и  $Y$ , а множество  $Y/X$  представляет собой множество  $X/Y$ , повернутое на угол 180 градусов. Для всех пар деталей изделия строится совокупность множеств вида  $X/Y$  относительно выбранной и общей для всех деталей ссылочной точки. Множества  $X/Y$  разбивают пространство состояний на области. Это разбиение называется диаграммой пересечений. С каждой областью диаграммы пересечений связывается  $db$ -граф конструкции. Очевидно, что эти графы не меняют своей топологии в пределах этих областей. В работе описан алгоритм для поиска подмножеств деталей, которые являются кандидатами на удаление, а также рассмотрены различные частные случаи описанной задачи (например, декомпозиция в классе полиэдров при помощи прямолинейных движений).

Srinivasan H. и Gadh R. опубликовали цикл работ, посвященных проблеме частичной разборки изделий (selective disassembly). Эта проблема рассматривается в следующей постановке. Дано изделие  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$  и в нем выделено множество деталей  $A \subseteq X$ .

Требуется найти такую последовательность разборки  $\rho(X, A) = x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}, \dots, x_{i_n}$ , в которой

$k = \arg \max_{\rho \in R} R$ , где  $R$  – множество всех последовательностей разборки, которые допускает изделие по условиям геометрической разрешимости. Иначе, в задаче требуется найти такой план разборки, в котором для удаления заданной группы деталей  $A$  требуется демонтировать минимальное число деталей. Наиболее развернутое изложение этой проблемы дано в [24]. Авторы исходят из обычных в области СААР предположений:

- все детали изделия можно рассматривать как абсолютно твердые тела, не имеющие веса;
- для демонтажа деталей используются только используются только движения по прямой траектории;
- не учитываются сборочные приспособления и специализированный инструмент, которые требуются для реализации плана разборки.

Эти предположения позволяют рассматривать все последовательности сборки и разборки как взаимнообратимые. Для описания геометрических препятствий при разборке авторы предлагают оригинальную графовую модель Removal influence graph ( $RI$ -граф).  $RI$ -граф описывает глубину вложения деталей в конструкцию относительно множества направлений разборки, заданных экспертом. Более точно, это граф  $RI=(X,D)$ , в котором  $X$  – множество деталей и две вершины  $a, b \in X$  связаны взвешенной дугой  $d = (a, b, r) \in D$  тогда и только тогда, когда  $a$  может быть демонтирована в направлении  $r$  после удаления  $b$ .

Граф  $RI$  создается по сборочным чертежам или трехмерной модели изделия при помощи итеративного вычисления двух групп множеств: spatial boundary set (множество пространственной границы) и spatial adjacent set (множество пространственного соседства). В работе показано, что любая топологическая сортировка вершин  $RI$ -графа дает описание геометрически допустимой последовательности разборки изделия. Описанный метод реализован в системе A3D (Assembly and Disassembly in Three Dimensions).

В одной из первых работ по СААР-системам [25] информацию о геометрических препятствиях в изделии предлагается формализовать в виде так называемых матриц пересечений (interference matrix). Рассматривается процесс разборки и принимается предположение о том, что демонтаж деталей может выполняться в шести направлениях вдоль основных координатных осей. Матрица пересечений в направлении  $k$  – это квадратная

матрица  $\overline{A}_k = \| a_{ij} \|_{n \times n}$ , в которой  $a_{ij} = 1$  тогда и только тогда, деталь  $x_i$  пересекается с деталью  $x_j$  при прямолинейном движении в направлении  $k$ . В работе не предлагается никаких средств автоматизации для генерации данных матриц, эта работа возлагается на эксперта. Предлагается критерий геометрической разрешимости, который заключается в определении степеней связности шести ориентированных графов, ассоциированных с матрицами  $\overline{A}_k$ . Если граф  $G(\overline{A}_k)$  является сильносвязным, то в направлении  $k$  разборка изделия невозможна.

В [26] обсуждается метод вычисления локальной подвижности деталей изделия по заданным геометрическим ограничениям (geometric constraints). Эти ограничения задаются в процессе конструирования и могут быть извлечены из трехмерной модели изделия. Авторы рассматривают три типа геометрических ограничений: «against», «fits» и «coplanar». В первую группу входят сопряжения деталей по плоским поверхностям и размещение на фиксированном расстоянии. Вторую группу образуют сопряжения по цилиндрическим поверхностям, в третью входят геометрические, которые требуют расположения поверхностей разных деталей на одной плоскости или в параллельных плоскостях. Авторы предлагают матричные модели для описания геометрических ограничений. Эти модели позволяют вычислить степени свободы каждой детали по набору геометрических ограничений, которые наложены на нее в процессе конструирования.

Несложный анализ показывает, что информации о степенях свободы деталей не достаточно для синтеза последовательности сборки всего изделия. Эти данные можно использовать только для отсекаания заведомо нереализуемых планов, то есть в качестве необходимого условия собираемости. Действительно, если деталь не обладает степенью свободы в некотором направлении, то она не может быть демонтирована в данном направлении.

В [27] предлагается сложная комбинированная модель изделия, которая, по мнению авторов, с достаточной полнотой описывает поведение изделия в процессе сборки и разборки. Основой модели служит так называемый граф связей (liaison graph)  $G=(N,E)$ . Это смешанный граф, в котором множество вершин  $N$  описывает детали изделия, а  $E = E_1 \cup E_2$ , где  $E_1$  – множество ребер, а  $E_2$  – множество дуг. Ребра описывают механические связи между деталями (соединения и сопряжения), а дуги геометрические препятствия в выбранном направлении. Препятствия определяются стандартным образом – по пересечению проекций деталей на плоскость, перпендикулярную направлению разборки. На основе графа связей  $G=(N,E)$  строится семантическая сеть, которую авторы именуют атрибутированным графом связей (attributed liaison graph). Это смешанный граф, с каждым элементом (вершиной, ребром или дугой) которого связана структура данных, описывающая геометрические и физические свойства данного элемента. Например, структура данных механических связей, которую в семантической сети представляют ребра, хранит следующие сведения: форма контакта, имена контактирующих деталей, тип соединения (разъемное, неразъемное), вид соединения (штифтовое, шпоночное и др.) и пр. Процесс сборки проектируется на основе анализа возможных планов разборки изделия. Авторы предлагают метод синтеза геометрически разрешимых последовательностей разборки на основе информации, заключенной в семантической сети. Показано, что геометрическая разрешимость в процессе разборки может быть представлена как разрезание графа связей  $G=(N,E)$ . Чтобы сократить число возможных разрезов графа, авторы предлагают различные эвристические оценки сложности разборки, которые учитывают возможность захвата и сложность траектории демонтажа.

В [28] предлагается развернутое исследование различных физических и геометрических аспектов изделия в процессе сборки. Исходные данные извлекаются из твердотельной компьютерной модели (система ICIP) и фиксируются в виде так называемой реляционной сборочной модели (Relational assembly model). Последняя представляет собой набор отношений разной местности между сборочными элементами, в число которых авторы включают твердотельные модели деталей, CSG-описания деталей и совокупность геометрических особенностей (features) деталей. План сборки формируется на основе анализа допустимых вариантов разборки на две сборочные единицы. Синтез кандидатов на демонтаж выполняется при помощи разрезания графа, как это предложено в [29]. Для сокращения количества возможных отсечений используется реляционная сборочная модель и специальная процедура, которая ищет конструктивно допустимые варианты разделения. Полученные варианты декомпозиции анализируются на геометрическую разрешимость: локальную и глобальную. Условия локальной геометрической разрешимости выполняются, если анализируемая пара имеет непустое локальное пространство разборки (local depart space). Это пространство образуют все возможные прямолинейные направления разборки. Оно представляет собой (см. [5]) выпуклый полиэдральный конус или его частные случаи (прямая, полупространство и др.). Конфигурация пространства вычисляется для всех пар контактирующих элементов на основе по информации, хранящейся в реляционной сборочной модели. Глобальная геометрическая разрешимость вычисляется на основе человеко-машинной процедуры. Допустимым считается такое направление разборки, которое принадлежит пересечению локальных пространств разборки каждой детали подвижной сборочной единицы. Если не существует такого направления, при движении по которому след подвижного фрагмента не пересекает статический фрагмент изделия, то допустимое глобальное направление разборки должен задать пользователь.

Полностью автоматический метод моделирования геометрической разрешимости описан в [30]. Все ограничения, которые накладывает на последовательность сборки конструкция изделия и технологическая система, авторы делят на жесткие (hard constraints) и мягкие (soft constraints). В состав первых входят условия когерентности и геометрической разрешимости. Когерентность означает, что в каждой сборочной операции реализуется хотя бы одна механическая связь между деталями изделия. Эти условия предопределяют множество всех допустимых последовательностей сборки, из которого выбирается рациональная последовательность на основе второй группы ограничений (soft constraints). Жесткие ограничения извлекаются из твердотельной модели изделия, созданной в системе автоматизированного проектирования PADL-2, и записываются в форме так называемой реляционной модели (relational model). Реляционная модель представляет собой вектор  $(P, U)$ , в котором:

- $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  – множество деталей изделия;
- $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$  – множество кортежей длины 4,  $m = n(n-1)$ , каждый из которых представляет реляционные отношения между парой деталей;
- $U_i = (P_a, P_b, C_{ab}, T_{ab})$ , где  $P_a, P_b \in P$ ,  $C_{ab} = (C_1, C_2, \dots, C_6)$  – С-функция,  $T_{ab} = (T_1, T_2, \dots, T_6)$  – Т-функция деталей  $a$  и  $b$ ;
- $C_{ab} = (C_1, C_2, \dots, C_6)$  описывает наличие контактов между деталями  $a$  и  $b$  в положительных и отрицательных направлениях по координатным осям  $X, Y, Z$ .  $C_i = 1$ , если зафиксирован контакт между деталями в направлении  $i$ , 0 – в противном случае;

- $T_{ab} = (T_1, T_2, \dots, T_6)$  описывает запреты на глобальное перемещение, которые создает деталь  $a$  для детали  $b$ .  $T_i = 1$ , если деталь  $a$  блокирует перемещение детали  $b$  в заданном направлении  $i$ .

Генерации С- и Т-функций деталей выполняется по единой методике – при помощи встроенных в САД-систему программных инструментов для анализа столкновений (Collision detection). Выполняется перемещение детали на заданное расстояние в положительном и отрицательном направлениях вдоль каждой из координатных осей и проверяются условия непересечения геометрических образов мобильной и неподвижной деталей. Для С-функций – это локальное перемещение, для Т-функций – глобальное.

Очевидным недостатком данной методики является очень высокая трудоемкость процедуры синтеза С- и Т-функций. Кроме того, сведения о Т-функциях всех пар деталей, в общем случае, будут заведомо избыточны по двум основным причинам. Во-первых, между деталями любой конструкции существуют отношения предшествования, индуцированные отношениями и связями иной (не геометрической) природы. Например, если деталь  $b$  несет на себе основные конструкторские базы для детали  $a$ , то сведения, которые доставляет  $T_{ab}$  не дают новой информации для синтеза последовательности сборки. Во-вторых, совершенно гипотетическим является предположение о шести возможных направлениях сборки/разборки изделия. Можно утверждать, что для подавляющего большинства реальных конструкций количество таких направлений существенно меньше и они могут не совпадать с основными координатными осями.

В работе [31] информация о контактах задается в форме графа связей, а геометрические связи описываются в виде совокупности Т-функций. Этот граф и множество Т-функций рассматриваются как бинарные отношения и описываются при помощи OBD-диаграмм (ordered binary decision diagram). Предлагается алгоритм синтеза всех конструктивно реализуемых последовательностей сборки, основанный на итеративном разделении сборочных единиц. Результат работы алгоритма записывается также в форме OBD-диаграммы. Авторы приводят статистику, которая доказывает, что такой способ хранения требует существенно меньше оперативной памяти, чем представление в виде И – ИЛИ-графа (см. [29]).

### Воксельные модели

Метод пространственной декомпозиции для моделирования сборки изделия предлагается в [32]. Для описания геометрических свойств конструкции используется воксельная модель, заданная в виде восьмеричного дерева (octree). Рассматриваются два типа таких деревьев: дерево ограниченной высоты и дерево ограниченной точности. Предлагаются три алгоритма синтеза геометрически допустимой последовательности сборки: сканирование линий (scan-line), адаптивное сканирование линий (adaptive scan-line) и алгоритм модульной сборки (modular assembly). В работе рассматривается ограниченный класс производственных ситуаций, а именно – быстрое прототипирование (rapid prototyping). Предполагается, что сборочный робот монтирует макет изделия не из деталей, а из кубических элементов, соответствующих воксельной модели изделия. По этой причине этот интересный подход не может быть распространен на моделирование реальных сборочных процессов без существенной модификации.

В [33] обсуждается воксельная модель изделия, предназначенная для моделирования процессов полной или частичной в системе автоматизированного проектирования FLAPS. В работе предложен оригинальный алгоритм анализа столкновений деталей при демонтаже. Движение детали в заданном направлении возможно, если ее проекция на плоскость

ортогональную этому направлению не пересекается с проекцией статического фрагмента изделия. Для воксельной модели данный критерий требует проверки непересечения каждого элемента детали (общим числом  $n$ ) с каждым элементом неподвижной части изделия (общим числом  $m$ ), что в совокупности дает  $n*m$  тестов. Чтобы снизить трудоемкость анализа на геометрическую разрешимость, предлагается задать линию визирования и представить деталь и ее окружение в виде двух трехмерных матриц, элементы которых заполняются нулями или единицами, в зависимости от положения соответствующих вокселей на выбранной линии. Это дает возможность геометрические тесты заменить проверками на совпадение значений матричных элементов. Приводятся расчеты и пример, подтверждающие состоятельность данного подхода.

Воксельная модель описывает геометрическую форму объектов с некоторой систематической погрешностью, которая, в общем случае, является принципиально неустранимой. По этой причине данный геометрический тест не может служить ни точным необходимым, ни строгим достаточным условием геометрической разрешимости.

### Заключение

Наиболее интересные результаты о разделимости геометрических получены для самых простых геометрических форм на плоскости и в пространстве: интервалов, окружностей, выпуклых многоугольников, сфер и пр. Задача не получила исчерпывающего решения в самом интересном общем случае – система непересекающихся многообразий в трехмерном пространстве. Применение этого подхода к задаче геометрической разрешимости при сборке ограничивается двумя факторами. Во-первых, требуется, разбить сложные геометрические формы реальных деталей на элементарные примитивы (например, кубы или параллелепипеды), что может внести недопустимые искажения в геометрию деталей и стать причиной неустранимой систематической погрешности моделирования. Во-вторых, при формальном анализе разделимости рассматриваются только прямолинейные движения тел.

Прямой метод анализа геометрической разрешимости, когда заключение о возможности сборки или разборки выносится на основе моделирования движения детали в среде с препятствиями, требует очень больших вычислительных ресурсов. Снизить трудоемкость расчетов можно за счет использования геометрической аппроксимации. Радикальное упрощение форм деталей геометрическими примитивами, которые допускают простую проверку пересечений (например, параллелепипедами или сферами), является источником возможных ошибок. Кроме того, в некоторых случаях данный тест на пересечение может оказаться ошибочным, например, когда формы деталей приближаются различного рода оболочкам: выпуклыми многогранниками, дискретно-ориентированными политопами (k-dops) и др. Очевидно, что из факта пересечения оболочек не следует пересечение приближаемых тел. Иерархические модели аппроксимации (bounding volume hierarchy, BVH), которые активно развивается в современной компьютерной графике, способны значительно повысить точность аппроксимации. Однако их можно использовать для отбраковки недопустимых вариантов сборки/разборки только в сочетании с эффективной процедурой порождения допустимых альтернатив.

Любые варианты проекционного метода анализа геометрической разрешимости учитывают только поступательное движение деталей по прямолинейным траекториям. В то время как, в процессе сборки/разборки часто используются и более сложные типы движений и траекторий.

В графовых и матричных моделях геометрической разрешимости заключение о возможности (невозможности) ее монтажа (демонтажа) детали (сборочной единицы)

выносятся по результатам анализа локальной геометрической структуры изделия. Несмотря на разнообразие исходных предпосылок и математического аппарата, который используется в этих моделях, все они дают только необходимые условия геометрической разрешимости. Из всех моделей этого класса наибольшее распространение в современных СААР-системах получил тест на основе *db*- и *ndb*-графов. Практика показала, что в сильносвязных механических системах, каковыми являются большая часть машин и механических приборов, наибольшие геометрические препятствия создают детали, находящиеся в непосредственном контакте с проверяемой.

Любая, даже самая мощная и эффективная проверка на геометрическую разрешимость должна сочетаться с рациональной процедурой генерации альтернатив. В противном случае система проектирования сталкивается с проблемой комбинаторного взрыва, поскольку число допустимых альтернатив растет факториально, в зависимости от числа деталей изделия [34], [35]. Ни в одной из цитированных работ (за исключением [2]) не ставилась и не решалась задача минимизации количества геометрических проверок при анализе геометрической разрешимости собираемого изделия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // *Computer-Aided Design*. 2015. Vol. 67 – 68. Pp. 58 – 86. doi:10.1016/j.cad.2015.05.001.
2. Божко А.Н. Геометрическая разрешимость трехмерных сцен. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2013, №3 [92], с. 76 – 89.
3. Toussaint G. Movable separability of sets // *Machine Intelligence and Pattern Recognition*. 1985. Vol. 2. Pp. 335 – 375. doi:10.1016/B978-0-444-87806-9.50018-9.
4. Dehne F., Sack J-R. Translation separability of sets of polygons // *The Visual Computer*. 1987. Vol 3, Issue 4. Pp. 227-235. doi:10.1007/BF01952829.
5. Krishnan S., Sanderson A. Reasoning about geometric constraints for assembly sequence planning // *Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*. Vol. 1. Pp. 776 – 782. doi:10.1109/ROBOT.1991.131680.
6. Su Q. A hierarchical approach on assembly sequence planning and sequences analyzing // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2009. Volume 25, Issue 1. Pp. 224 – 234. doi:10.1016/j.rcim.2007.11.006.
7. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.:Мир,1982, 1982. 416. с.
8. Woo T., Dutta D. Automatic disassembly and total ordering in three dimension // *Journal of Engineering for Industry*. 1991. Volume 113, Issue 2. Pp. 207 – 213. doi:10.1115/1.2899679.
9. Siddique Z., Rosen D. A virtual prototyping approach to product disassembly reasoning // *Computer-Aided Design*.1997. Volume 29, Issue 12. Pp. 847 – 860. doi:10.1016/S0010-4485(97)00034-1.
10. Своятыцкий Д.А. Моделирование процессов сборки в робототехнических комплексах / Под ред. В.Д. Цветкова. Минск: Наука и техника, 1983. 96 с.



11. Павлов В.В. Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов. М.: МФТИ, 1978. 68 с.
12. Ericson Christer. Real-Time Collision Detection. Elsevier, 2005. 593 p.
13. Miller J., Hofman R. Automatic assembly planning with fasteners // Robotics and Automation. Proceedings. 1989 IEEE International Conference. 1989. Vol. 1. Pp. 69 – 74 doi:10.1109/ROBOT.1989.99969.
14. Eng T-H., Ling Z-K., Olson W., Mclean Ch. Feature-based assembly modeling and sequence generation // Computers & Industrial Engineering. 1999. Volume 36, Issue 1. Pp. 17 – 33. doi:10.1016/s0360-8352(98)00106-5.
15. Miller J., Hofman R. Automatic assembly planning with fasteners // Robotics and Automation. Proceedings. 1989 IEEE International Conference. 1989. Vol. 1. Pp. 69 – 74 doi:10.1109/ROBOT.1989.99969.
16. Hoffman R. A common sense approach to assembly sequence planning // Computer-Aided Mechanical Assembly Planning. 1991. Vol. 148. Pp. 289 – 313. doi:10.1007/978-1-4615-4038-0\_12.
17. Митрофанов В.Г., Калачев О.Н., Схиртладзе А.Г. и др. САПР в технологии машиностроения. Ярославль: ЯГУ, 1995. 298 с.
18. Pan Ch., Smith Sh., Smith G. Determining interference between parts in CAD STEP files for automatic assembly planning // Journal of Computing and Information Science in Engineering. 2005. Volume 5, Issue 1. Pp. 56 – 62. doi:10.1115/1.1861473.
19. Wilson R., Latombe, J-C. Geometric Reasoning about Mechanical Assembly // Artificial Intelligence. 1994. V. 71(2). Pp. 371 – 396. doi:10.1016/0004-3702(94)90048-5.
20. Romney B., Godard C., Goldwasser M., Ramkumar G. An efficient system for geometric assembly sequence generation and evaluation. Режим доступа: <http://robotics.stanford.edu/~latombe/cs326/2003/class15/romney.pdf>. (Дата обращения: 9.01.2015).
21. Wilson R. On Geometric Assembly Planning. PhD thesis. Dept. Comput. Sci., Stanford Univ. Stanford, 1992. 156 p.
22. Romney B., Godard C., Goldwasser M., Ramkumar G. An efficient system for geometric assembly sequence generation and evaluation. Режим доступа: <http://robotics.stanford.edu/~latombe/cs326/2003/class15/romney.pdf>. (Дата обращения: 9.01.2015).
23. Wilson R., Kavraki L., Latombe J.-C., Lozano-Perez T. Two-Handed Assembly Sequencing. International Journal of Robotics Research. 1995. V.14 (4). Pp. 335 – 350. doi:10.1177/027836499501400403.
24. Srinivasan H., Gadh R. A non-interfering selective disassembly sequence for components with geometric constraints // IE Transactions. 2002. Vol. 34, Issue 4. Pp. 349 – 361. doi:10.1080/07408170208928875.
25. Dini G., Santochi M. Automated sequencing subassembly detection in assembly planning // CIRP Annals – Manufacturing Technology. 1992. Volume 41, Issue 1. Pp. 1 – 4. doi:10.1016/s0007-8506(07)61140-8.

26. Kim J., Kim K., Choi K., Lee J. Solving 3D geometric constraints for assembly modeling // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2000. Volume 16, Issue 11. Pp. 843 – 849. doi:10.1007/s001700070019.
27. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on geometric reasoning // *Computers & Graphics*. 1990. V. 14 (2). Pp. 237 – 250. doi:10.1016/0097-8493(90)90035-V.
28. Röhrdanz F., Mosemann H. Wahl F. Geometrical and physical reasoning for stable assembly sequence planning // *Geometric Modeling: Theory and Practice*. 1997. Pp. 416 – 434. doi:10.1007/978-3-642-60607-6\_27.
29. Homem de Mello L., Sanderson A. Planning repair sequences using the AND/OR graph representation of assembly plans // *Robotics and Automation. Proceedings 1988 IEEE International Conference*. 1988. V.3. P.1861 – 1862. doi:10.1109/ROBOT.1988.12341.
30. Gottipolu R., Ghost K. An integrated approach to the generation of assembly sequences // *International Journal of Computer Applications in Technology*. 1995. Volume 8, Issue 3-4. Pp. 125 – 138. doi:10.1504/IJCAT.1995.062406.
31. Gu T., Liu H. The symbolic OBDD scheme for generating mechanical assembly sequences // *Formal Methods in System Design*. 2008. Volume 33, Issue 1. Pp. 29 – 44. doi:10.1007/s10703-008-0052-y.
32. Medellin H., Corney J., Davies J., Lim T., Ritchie J. Algorithms for the physical rendering and assembly of octree models // *Computer-Aided Design*. 2006. Volume 38, Issue 1. Pp. 69 – 85. doi:10.1016/j.cad.2005.07.003.
33. Failli F., Dini G. Octree modelling in automated assembly planning // *Advanced Manufacturing Systems and Technology*. 1996. Volume 372. Pp 463 – 470. doi:10.1007/978-3-7091-2678-3\_55.
34. Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2015. doi:10.1177/0954406215584633.
35. Yin Z., Ding H., Xiong Y. A virtual prototyping approach to generation and evaluation of mechanical assembly sequences // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. 2004. Volume 218, Issue 1. Pp. 87 – 102. doi:10.1243/095440504772830237.

**Bozhko Arkadij Nikolaevich**

Bauman Moscow state technical university, Russia, Moscow

E-mail: abozhko@inbox.ru

## **Methods of analysis of geometric obstacles in the assembly of products**

**Abstract.** Geometric design properties have a decisive influence on the quality of the assembly process and decomposition products on the assembly units. The paper deals with the methods of mathematical and descriptive modeling geometric obstacles in the assembly of complex technical systems. All approaches are divided into four classes. Methods of analysis of geometric separability sets developed in combinatorial geometry. Their main goal is to search for strict conditions of separability in some fixed object class, such as convex polyhedra or spheres. Approximation methods are based on a simplified form of the actual details of simple geometric objects that can have an effective check on the intersection. Most often for these purposes parallelepipeds and convex hulls are used. The combinatorial methods include discrete models (graphs, Petri nets, matrix), which describe the local obstacles in assembling or disassembling. The methods of spatial decomposition samples three-dimensional space into elementary form. Problem of geometric obstacles is reduced to the verification of non-intersection of the set of geometric primitives, which are cubes the most. The paper describes the advantages and disadvantages of models and methods for analyzing the geometric obstacles of the assembly. The analysis showed that the test for geometric solvability must be combined with effective procedure for generating acceptable alternatives: the assembly sequences and decomposition schemes. Otherwise, any geometric solver becomes inoperative, because it is required to check a set of alternatives, which is factorial power increases depending on the number of parts.

**Keywords:** computer aided assembly planning; geometric solvability; geometric reasoning; CAAP; geometric obstacles