Интернет-журнал «Науковедение» ISSN 2223-5167 http://naukovedenie.ru/
Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol7-6
URL статьи: http://naukovedenie.ru/PDF/91EVN615.pdf
DOI: 10.15862/91EVN615 (http://dx.doi.org/10.15862/91EVN615)

УДК 658:69

Зильберова Инна Юрьевна
ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный строительный университет»
Россия, Ростов-на-Дону[1]
Профессор
Кандидат технических наук
E-mail: zilberova2011@yandex.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=327005

Маилян Александр Левонович
ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Докторант
Кандидат технических наук
Доцент
E-mail: lrm@aaanet.ru

Баркалов Сергей Алексеевич
ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Директор «Института экономики, менеджмента и информационных технологий»
Доктор технических наук
Профессор
E-mail: sbarkalov@nm.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=110830

Моисеев Сергей Игоревич
ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»
Россия, Воронеж
Докторант
Кандидат физико-математических наук
Доцент
E-mail: mail@moiseev.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=36233

---

[1] 344002, Россия, Ростов-на-Дону, ул. Верхненольная 5, кв. 66

Модель экспертного оценивания, основанная на теории измерения латентных переменных

Аннотация. В работе предлагается оригинальная модель экспертного оценивания качественных альтернатив при принятии решений. В основе метода лежит подход оценки латентных переменных по модели Раша. По сравнению с классическим методом аналитической иерархии (Analytic Hierarchy Process), данная модель позволяет получать оценки альтернатив независимо от критерия по линейной шкале. Описанная методика позволяет проводить оценки альтернатив по одному критерию. Однако большинство задач принятия решений являются многокритериальными. Для выбора оптимальной альтернативы по описанной методике находятся оценки привлекательности альтернатив для каждого критерия, и веса (степени важности для ЛПР) самих критериев Описанный метод в большей степени устраняет основные недостатки имеющиеся в наиболее часто используемых при решении подобного класса задач - методах парных сравнений. Данные методы основаны на попарном сравнении альтернатив при помощи вербальной шкалы относительной важности. Оценка альтернатив с возможностью измерения по линейной шкале является уникальной особенностью разработанной модели экспертного оценивания.

Приводятся рекомендации для практической реализации модели и расчетов в среде MS Excel.

Ключевые слова: альтернативы; критерии; принятие решений; аналитическое оценивание; модель Раша; метод аналитической иерархии; параметры модели; парные сравнения; привлекательность альтернатив; экспертные сравнения; эмпирическая вероятность; многокритериальная задача.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Зильберова И.Ю., Маилян А.Л., Баркалов С.А., Моисеев С.И. Модель экспертного оценивания, основанная на теории измерения латентных переменных // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №6 (2015) http://naukovedenie.ru/PDF/91EVN615.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/91EVN615

Статья опубликована 25.11.2015.

В теории принятии решений, аналитическом планировании, экспертном оценивании одной из важнейших задач является количественная оценка качественных показателей. Для решения этой задачи чаще всего используют методы парных сравнений, в частности метод аналитической иерархии (Analytic Hierarchy Process – AHP), разработанный Т. Саати [1], и его модификацию – мультипликативный AHP [2, 3]. Данные методы основаны на попарном сравнении альтернатив при помощи вербальной шкалы относительной важности. Результаты сравнения переводятся в некоторые количественные показатели привлекательности альтернатив в соответствии с заданной шкалой. Однако эти методы имеют ряд недостатков, наиболее существенными из которых являются:

1. Шкала относительной важности достаточно абстрактна и субъективна, а ее числовые значения не несут четкого смысла.
2. Полученные оценки важности альтернатив не линейны, то есть если одна альтернатива в несколько раз лучше другой, то ее оценка не обязательно больше в это же число раз.
3. Оценки важности альтернатив зависимы от других альтернатив и не являются уникальными характеристиками оцениваемых показателей.

Для устранения перечисленных недостатков, авторами предлагается оригинальная модель оценок многокритериальных альтернатив, основанная на подходе парных сравнений и использующая элементы метода Раша оценки латентных переменных [4, 5].

Приведем краткое описание данной модели. Пусть имеется n альтернатив, которые нужно оценить по количественной шкале по некоторому качественному критерию. Предположим, что лицо, принимающее решение (ЛПР) путем парных сравнений пытается определить эту оценку. В классическом подходе находятся степени превосходства альтернатив, и вектор предпочтений для данного критерия будет равен $X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$, где x_{ij} - степень превосходства альтернативы A_i по сравнении с альтернативой A_j.

Он отражает уровень оценки ЛПР рассматриваемой i-й альтернативы на имеющемся множестве альтернатив, однако на его основании невозможно построить оценки этой же альтернативы, но в другом наборе иных альтернатив. Обязательным условием построения такого прогноза является использование вероятностной модели. Рассмотрим возможный прогноз выбора двух альтернатив с номерами i и j. Обозначим P_{im} – вероятность выбора ЛПР i-й альтернативы по сравнению с m-й. Соответственно, вероятность не выбора i-й альтернативы по сравнению с m-й будет $(1-P_{im})$. Для j-й альтернативы по сравнению с m-й применяются аналогичные рассуждения. Тогда оценка степени привлекательности $U_{i/j}$ альтернативы A_i (в единицах оценки альтернативы A_j) путем сравнения их с некой альтернативой A_m будет, согласно теореме умножения вероятностей, пропорциональна вероятности выбора A_i по сравнению с A_m умноженную на вероятность не выбора A_j по сравнению с A_m: $U_{i/j} \sim P_{im}(1-P_{jm})$. Аналогично оценка качества A_j по сравнению с A_i будет $U_{j/i} \sim (1-P_{im})P_{jm}$.

Отношение этих параметров можно записать как

$$\frac{U_{i/j}}{U_{j/i}}\Big|_m = \frac{P_{im}(1-P_{jm})}{P_{jm}(1-P_{im})} \tag{1}$$

Так, как не накладывалось никаких условий на промежуточную альтернативу, с которой проводилось сравнение A_m, то будет справедливо равенство:

$$\frac{U_{i/j}}{U_{i/j}}\Big|_m = \frac{P_{im}(1-P_{jm})}{P_{jm}(1-P_{im})} = \frac{P_{ik}(1-P_{jk})}{P_{jk}(1-P_{ik})} = \frac{U_{i/j}}{U_{i/j}}\Big|_k \quad (2)$$

В свою очередь, из выражения (2) можно записать следующее:

$$\left(\frac{P_{im}}{1-P_{im}}\right) = \left(\frac{P_{ik}}{1-P_{ik}}\right)\left(\frac{1-P_{jk}}{P_{jk}}\right)\left(\frac{P_{jm}}{1-P_{jm}}\right)$$

Тогда, при $m=j$, получим:

$$\left(\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}}\right) = \left(\frac{P_{ik}}{1-P_{ik}}\right)\left(\frac{1-P_{jk}}{P_{jk}}\right)\left(\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\right) \quad (3)$$

Для использования вышеописанного метода на практике необходимо, что бы оценки привлекательности альтернатив A_i и A_j были объективны. А для этого нужно, чтобы для любого ЛПР было справедливо соотношение любого набора оценок альтернатив с номерами m и k. С целью обеспечения выполнения этого требования в качестве исходных точек для проведения сравнительного анализа возьмем уровень оценок некоторой альтернативы с индексом 0. Помимо этого необходима единая шкала измерения оценок альтернатив по критерию, при этом за точку отсчета в ней удобно принять оценку альтернативы с индексом 0. Также учтем, что значение параметра P_{mm} и в том числе P_{00} будет равно 0,5. Применив это (при k=0), получим из (3) выражение:

$$\left(\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}}\right) = \left(\frac{P_{i0}}{1-P_{i0}}\right)\left(\frac{1-P_{j0}}{P_{j0}}\right)\left(\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\right) = \left(\frac{P_{i0}}{1-P_{i0}}\right)\left(\frac{1-P_{j0}}{P_{j0}}\right). = \frac{U_{i/j}}{U_{i/j}}\Big|_0 \quad (4)$$

Необходимо отметить, что в выражении (4), $\frac{P_{i0}}{1-P_{i0}} = b_i$ – это оценка степени привлекательности альтернативы A_i, а $\frac{1-P_{j0}}{P_{j0}} = \frac{1}{b_j}$ – величина, обратная той же оценки альтернативы A_j. Оценки степени привлекательности альтернатив, полученные таким образом, являются уникальными свойствами этих альтернатив. Учитывая также, что из смысла вероятностей $P_{ij} = 1 - P_{ji}$, можно для (4) записать:

$$\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}} = \frac{P_{ij}}{P_{ji}} = \frac{b_i}{b_j}. \quad (5)$$

Таким образом, отношение оценок привлекательности альтернатив равно отношению вероятностей предпочесть одну из них другой, то есть оценки пропорциональны вероятностям выбора соответствующих им альтернатив, что и предполагалось ранее.

Найдем вероятность P_{ij}. При этом, чтобы соблюдалось свойство линейности оценок b_i, удобнее использовать их логарифмы. Прологарифмируем (5), получим:

$$\ln\left(\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}}\right) = \ln(b_i) - \ln(b_j).$$

Обозначая $\ln b_i = \beta_i$, можно записать: $\ln\left(\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}}\right) = \beta_i - \beta_j$, что аналогично $\frac{P_{ij}}{1-P_{ij}} = e^{\beta_i - \beta_j}$.

Исходя из этого, можно вычислить вероятность P_{ij}выбора альтернативы A_i по сравнению с альтернативой A_j:

$$P_{ij} = \frac{e^{\beta_i - \beta_j}}{1 + e^{\beta_i - \beta_j}}. \quad (6)$$

Следует отметить, что полученное выражение (6) представляет собой логистическую функцию и аналогично формуле расчета вероятностей при оценке латентных переменных по дихотомической модели Раша [6].

Для применения (6) на практике необходимо найти оценки β_i на основании известных вероятностей P_{ij} предпочтения альтернатив, которые получены эмпирически с помощью экспертного сравнения предпочтений ЛПР. Обозначим p'_{ij} – вероятность того, что ЛПР выберет альтернативу A_i против альтернативы A_j.

Если рассмотреть модель Раша оценки латентных переменных, то согласно ей оценки β_i находятся методом максимального правдоподобия (МП-метод) [7]. Однако в дихотомической модели Раша, вероятности P_{ij} могут принимать лишь два значения – 0 или 1, что не соответствует представленной в работе модели, когда вероятности P_{ij} могут принимать значения из непрерывного спектра от 0 до 1. В силу этого, авторами предлагается использовать для этих целей метод наименьших квадратов [8]: *параметры* β_i *модели* (6) *выбираются так, чтобы сумма квадратов отклонений эмпирических данных* p'_{ij} *от расчетных вероятностей* (6) *была наименьшей.* Математически это сводится к минимизации остаточной суммы:

$$S(\beta_i) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(p'_{ij} - P_{ij})^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(p'_{ij} - \frac{e^{\beta_i - \beta_j}}{1 + e^{\beta_i - \beta_j}}\right)^2 \to \min \quad (7)$$

Ввиду того, что параметры β_i входят в (6) и (7) в виде разности, то решение задачи (7) при этом будет найдено с точностью до неопределенной константы C: если β_i полученные оптимальные оценки, то и ($\beta_i + C$) – также оптимальные оценки. Для однозначного решения задачи на оценки β_i можно наложить одно дополнительное условие. Если использовать положительную шкалу оценок, то в качестве такого условия может быть равенство наименьшей оценки β_i нулю:

$$\min_i \beta_i = 0 \quad (8)$$

После того, как найдены оценки привлекательности альтернатив, можно рассчитать их веса w_i для данного критерия путем нормализации β_i. Если использовать условие (8), то нормализацию на единичную шкалу можно провести по формулам: $w_i = \dfrac{\beta_i}{\max\limits_i \beta_i}$ или $w_i = \dfrac{\beta_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \beta_i}$.

Вернемся к вопросу нахождения эмпирических вероятностей p'_{ij}. Согласно методу АНР существует шкала предпочтений [9, 10], которую для вероятностного подхода можно задать табл. 1. Однако, данные вероятности можно получать и из других соображений, например на основании эмпирических данных, используя статистику выбора одной альтернативы против другой. Если имеется превосходство второй альтернативы перед первой, то ее вероятность будет обратной, и она получается вычитанием из единицы: $p'_{ij}=1-p'_{ji}$, $p'_{ii}=0{,}5$.

Таблица 1

Шкала относительной важности парного сравнения альтернатив

Уровень важности 1-й альтернативы перед 2-й	Вероятность p'_{ij}
Равная важность	0,5
Умеренное превосходство	0,6
Существенное превосходство	0,7
Значительное, большое превосходство	0,8
Очень большое превосходство	0,9
Однозначное предпочтение	1

Описанная методика позволяет проводить оценки альтернатив по одному критерию. Однако большинство задач принятия решений являются многокритериальными. Для выбора оптимальной альтернативы в этом случае по описанной методике находятся оценки привлекательности альтернатив w_i^k для каждого k-го критерия, и веса (степени важности для ЛПР) самих критериев W^k. Затем находятся функции полезности [9 - 11] для каждой альтернативы: $F_i = \sum\limits_k w_i^k W^k$, и принимается альтернатива, у которой функция полезности максимальная.

На практике, решать данную задачу можно в Excel с помощью надстройки «Поиск решений» (Solver) [8, 11]. Покажем на примере методику решения подобной задачи.

Пример. При принятии решений имеется 8 альтернатив A_1, A_2,…, A_8, которые оцениваются по некоторому критерию. В результате парных сравнений экспертно получена матрица вероятностей p'_{ij}, которая приведена в табл. 2.

Таблица 2

Матрица оценок предпочтений p'_{ij} при парных сравнениях альтернатив

Альтернатива	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
A_1	0,5	0,8	0,3	0,5	0,7	0,2	0,4	0,3
A_2	0,2	0,5	0,6	0,3	0,4	0,7	0,6	0,4
A_3	0,7	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,3	0,5
A_4	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,6	0,8	0,3
A_5	0,3	0,6	0,4	0,7	0,5	0,3	0,5	0,6
A_6	0,8	0,3	0,3	0,4	0,7	0,5	0,6	0,5

Альтернатива	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
A_7	0,6	0,4	0,7	0,2	0,5	0,4	0,5	0,8
A_8	0,7	0,6	0,5	0,7	0,4	0,5	0,2	0,5

Требуется найти оценки альтернатив по критерию. Решаем задачу в MSExcel. Вводим таблицу с исходными данными (табл. 2) в ячейки А1-I9. Под оценки альтернатив выделяем ячейки А13-А20, вводим в эти ячейки произвольные числа, например единицы. Для удобства расчетов дублируем матрицу оценок в транспонированном виде в ячейки В12-I12. Для этого вводим в В12 формулу **=ТРАНСП(А13:А20)**, выделяем ячейки В12-I12, нажимаем F2 и одновременно Ctrl+Shift+Enter. Определяем матрицу вероятностей (6). Для этого в В13 вводим формулу **=EXP($A13-B$12)/(1+EXP($A13-B$12))**, с помощью автозаполнения переносим результат на ячейки В13-I20. Рассчитываем остаточную сумму (7). Вводим в В23 формулу **=(B2-B13)^2**, автозаполняем на В23-I30. Под сумму квадратов отклонений (7) выделяем ячейку В32, вводим в нее формулу **=СУММ(В23:I30)**.

Вызываем надстройку «Поиск решений» (Solver). В поле «Оптимизировать целевую функцию» даем ссылку на В32, указываем направление оптимизации «минимум», в поле «изменяя ячейки переменных, даем ссылку на А13-А20. Если никаких дополнительных условий на расчет оценок (8) накладывать не будем, нажимаем «Найти решение», получаем результат в соответствии с рис. 1. Полученные оценки привлекательности альтернатив (ячейки А13-А20) можно нормировать на шкалу от 0 до 1 [9, 10]. Результаты расчетов приведены в табл. 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**данные**	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
2	A1	0,5	0,8	0,3	0,5	0,7	0,2	0,4	0,3
3	A2	0,2	0,5	0,6	0,3	0,4	0,7	0,6	0,4
4	A3	0,7	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,3	0,5
5	A4	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,6	0,8	0,3
6	A5	0,3	0,6	0,4	0,7	0,5	0,3	0,5	0,6
7	A6	0,8	0,3	0,3	0,4	0,7	0,5	0,6	0,5
8	A7	0,6	0,4	0,7	0,2	0,5	0,4	0,5	0,8
9	A8	0,7	0,6	0,5	0,7	0,4	0,5	0,2	0,5
10									
11	**Матрица вероятностей**								
12		0,851942	0,847487	1,100429	1,100375	0,949622	1,050092	1,050753	1,049269
13	0,85194	0,5	0,501114	0,438196	0,438209	0,475599	0,450624	0,45046	0,450828
14	0,84749	0,498886	0,5	0,437099	0,437113	0,474488	0,449521	0,449358	0,449725
15	1,10043	0,561804	0,562901	0,5	0,500014	0,537631	0,512582	0,512416	0,512787
16	1,10038	0,561791	0,562887	0,499986	0,5	0,537617	0,512568	0,512403	0,512774
17	0,94962	0,524401	0,525512	0,462369	0,462383	0,5	0,474904	0,474739	0,475109
18	1,05009	0,549376	0,550479	0,487418	0,487432	0,525096	0,5	0,499835	0,500206
19	1,05075	0,54954	0,550642	0,487584	0,487597	0,525261	0,500165	0,5	0,500371
20	1,04927	0,549172	0,550275	0,487213	0,487226	0,524891	0,499794	0,499629	0,5
21									

Рис. 1. *Результаты расчета в MSExcel*

Таблица 3

Оценки привлекательности альтернатив по критерию

Рассчитанные оценки β_i	0,85194	0,84749	1,10043	1,10038	0,94962	1,05009	1,05075	1,04927
Нормированные оценки β_i	0,01761	0,0000	1,0000	0,9998	0,4038	0,8010	0,8036	0,7977

Наилучшие оценки получили альтернативы A_3 и A_4 (у A_3 чуть выше), наихудшую оценку A_2. Для многокритериальной задачи аналогично проводится оценка альтернатив по всем критериям, и оцениваются важности самих критериев. Описанный метод в большей степени устраняет недостатки, описанные в начале работы: как следует из (4) - (6), оценки альтернатив являются уникальными их свойствами, не зависящими от альтернативы, и измеряются по линейной шкале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. М: Радио и связь, 1991. 224 с.
2. Lootsma F.A. Scalesensitivity in the multiplicative AHP and SMART. - J. Multi-Criteria Decision Analysis. V.2, 1993.
3. Lootsma F.A., Schuijt H. The multiplicative AHP, SMART and ELECTRE in a common contex. - J. Multi-Criteria Decision Analysis. V.6, 1997.
4. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests // G. Rasch. - Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1960.
5. Rasch Models. Foundations, Resent Developments and Applications. Editors: Fischer G.H., Molenaar I.W. Springer, 1997.
6. Летова Л.В., Маслак А.А., Осипов С.А. Семейство моделей Раша для объективного измерения латентных переменных // Информатизация образования и науки. 2013. №4. С. 131-141.
7. Гмуран В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. М: Высшее образование, 2008. 478 с.
8. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Соловьева Е.В. Применение метода наименьших квадратов при оценке латентных переменных методом Раша // Научный вестник Воронежского ГАСУ, сер. «Управление строительством». 2014. выпуск №1 (6). С. 98-100.
9. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. М: Логос, 2002. 392 с.
10. Малыхин В.И., Моисеев С.И. Математические методы принятия решений: учебное пособие. Воронеж: ВФ МГЭИ, 2009. 102 с.
11. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Кочерга Н.С., Соловьева Е.В. Математические модели подготовки и проверки качества освоения компетенций в образовательном процессе // Открытое образование. 2014. №2. С. 9-16.

Рецензент: Статья рецензирована членами редколлегии журнала.

Zilberova Inna Yurevna
Rostov State University of Civil Engineering
Russia, Rostov-on-Don
E-mail: zilberova2011@yandex.ru

Mailyan Aleksandr Levonovich
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
Russia, Voronezh
E-mail: lrm@aaanet.ru

Barkalov Sergey Alekseevich
Voronezh State Architectural Construction University
Russia, Voronezh
E-mail: sbarkalov@nm.ru

Moiseev Sergey Igorevich
Voronezh State Architectural Construction University
Russia, Voronezh
E-mail: mail@moiseev.ru

The model of expert estimation based on the latent variables theory

Abstract. The original model of expert evaluation of high-quality alternatives is in-process offered at making decision. Method approach of estimation of latent variables is under laid on a model Rasha. As compared to the classic method of analytical hierarchy (Analytic Hierarchy Process), this model allows to get the estimations of alternatives regardless of criterion on a linear scale. The described method allows the evaluation of the alternatives by one criterion. However, most decision problems are multicriteria. To select the optimal alternative by the procedure described above are assess the attractiveness of the alternatives for each criterion, and the weights (degrees of importance for decision-makers) themselves criteria Described method largely eliminates the drawbacks existing in most commonly used for solving such class of problems - methods of pairwise comparisons. These methods are based on pairwise comparison of alternatives using a verbal scale of relative importance. Evaluation of alternatives capable of measuring on a linear scale is a unique feature of the developed model of expert assessment.

Led recommendation for practical realization of model and calculations in the environment of MS Excel.

Keywords: alternatives; criteria; making decision; analytical evaluation; a model Rasha; method of analytical hierarchy; model parameters; pair comparisons; attractiveness of alternatives; expert comparisons; empericheskaya probability; multicriterion task.

REFERENCES

1. Saati T., Kerns K. Analytical planning. M.: Radio and connection, 1991. 224 p.
2. Lootsma F.A. Scalesensitivity in the multiplicative AHP and SMART. - J. Multi-Criteria Decision Analysis. V.2, 1993.
3. Lootsma F.A., Schuijt H. The multiplicative AHP, SMART and ELECTRE in a common contex. - J. Multi-Criteria Decision Analysis. V.6, 1997.
4. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests // G. Rasch. - Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1960.
5. Rasch Models. Foundations, Resent Developments and Applications. Editors: Fischer G.H., Molenaar I.W. Springer, 1997.
6. Letova L.V., Maslak A.A., Osipov S.A. Family of models Rasha for the objective measuring of latent variables // Informatization of education and science. 2013. №4. P. 131-141.
7. Gmuran V.E. Theory of chances and mathematical statistics: train aid. M: Higher education, 2008. 478 p.
8. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Solov'eva E.V. Application of least-squares method at the estimation of latent variables by a method Rasha // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering, ser. « Management building». 2014. Volume №1 (6). P. 98-100.
9. Larichev O.I. Theory and methods of making decision. M: Logos, 2002. 392 p.
10. Malykhin V.I., Moiseev S.I. Mathematical methods of making decision: train aid . Voronezh: VF MGEI, 2009. 102 p.
11. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Kocherga N.S., Solov'eva E.V. Mathematical models of preparation and quality of mastering of jurisdictions control in the educational process // Opened education. 2014. №2. P. 9-16.