

Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 8, №5 (2016) <http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol8-5>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/97EVN516.pdf>

Статья опубликована 16.11.2016.

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Перепелица Д.Г. Изучение возможностей практического использования модели оптимизации инвестиционного портфеля с применением нечётких множеств на российском финансовом рынке // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №5 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/97EVN516.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

*Научно-исследовательская работа и научно-практическая разработка, финансируемых из средств ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова». Тема исследования: «Изучение возможностей практического использования модели оптимизации инвестиционного портфеля с применением нечётких множеств на российском финансовом рынке»*

**УДК 336.76**

**Перепелица Денис Григорьевич**

ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Россия, Москва

Кандидат экономических наук, доцент

E-mail: [denis-p82@yandex.ru](mailto:denis-p82@yandex.ru)

РИНЦ: [http://elibrary.ru/author\\_items.asp?authorid=804682](http://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=804682)

## **Изучение возможностей практического использования модели оптимизации инвестиционного портфеля с применением нечётких множеств на российском финансовом рынке**

**Аннотация.** Простота и интуитивное принятие инвесторами теоремы об эффективных множествах породили множество подходов к формированию и оптимизации портфеля ценных бумаг. Однако именно модель выбора портфеля, предложенная профессором Марковицем, положила начало этим разработкам. В данной статье отмечены дискуссионные положения, приводящие к затруднениям использования модели, а также к ошибкам формирования портфеля. В целях развития существующей теоретической базы был исследован подход с использованием нечетких множеств, позволяющий более гибко оптимизировать и находить наилучший состав портфеля ценных бумаг, при равных заданных значениях риска и доходности (по сравнению с моделью выбора). В статье проведен анализ российского финансового рынка и выявлены приоритетные направления его развития. Рассмотрена задача определения оптимального инвестиционного портфеля в условиях российского финансового рынка. Исследовано влияние взаимосвязи между нечеткими случайными переменными и степенью диверсификации портфеля. Построена математическая модель оптимизации фондового портфеля с использованием аппарата нечетких множеств. Предложен алгоритм оптимизации нечеткого инвестиционного портфеля. Проведены экспериментальные исследования предложенного метода оптимизации нечеткого инвестиционного портфеля и выполнен сравнительный анализ полученного решения с решением классической задачи Марковица.

**Ключевые слова:** инвестиции; фондовый рынок; финансовый рынок; инвестиционный портфель; оптимизация портфеля; модель Марковица; риск; доходность; нечеткие множества; нечетко-множественный подход

## Введение

Финансовый рынок является очень сложным механизмом, который в настоящее время не описан полностью ни одной теорией. Их существует множество: технические, фундаменталистские, теория рефлексивности Сороса, теория случайных блужданий. И, несмотря на некоторую неопределенность и значительное количество методов анализа рынка, фондовые ценности – один из наиболее привлекательных на сегодня «товаров» для большинства инвесторов.

Развитие рынка финансов в Российской Федерации на протяжении последних десятилетий осуществляется в условиях глобализации, увеличения объема трансграничных инвестиционных сделок, роста интернационализации рынков ценных бумаг и усиления конкуренции мировых финансовых центров. В результате становления и развития российский финансовый рынок достиг определенных результатов, однако в контексте международной конкуренции он находится на достаточно низких позициях. По критерию «развитие финансового рынка» – одному из 12 составных факторов индекса глобальной конкурентоспособности – Российская Федерация находится на 95-й позиции из 140 возможных и значительно отстает от ведущих стран «Группы двадцати» (по данным Отчета о глобальной конкурентоспособности за 2015-2016 годы).

Развитие финансового рынка Российской Федерации считается одним из ключевых направлений деятельности Банка России. Эффективная работа рынка финансов способствует экономическому росту государства и повышению качества жизни населения. Развитый финансовый рынок способствует работоспособности каналов трансмиссионного механизма денежно-кредитной политики, и, соответственно, определяет эффективность мер Банка России по достижению целевых показателей инфляции.

Банк России выделил три приоритетных направления развития российского финансового рынка на плановый период (2016-2018 гг.), отражающие интересы сторон, заинтересованных в развитии финансового рынка, и учитывающие текущие экономические и геополитические условия:

1. Повышение качества и уровня жизни населения Российской Федерации благодаря использованию инструментов финансового рынка. Достижение уровня социального и экономического развития, соответствующего статусу государства как ведущей мировой экономической державы, которая занимает передовые позиции в международной экономической конкуренции и надежно обеспечивает национальную безопасность, реализует конституционные права граждан, является стратегической целью государственных органов государства. Реализация важных социально-экономических задач сопряжена с необходимостью развития рынка финансов, способствующего повышению качества и доступности финансовых услуг и, как следствие, повышению качества и уровня жизни граждан.

2. Содействие росту экономики за счет предоставления конкурентного доступа субъектам Российской Федерации к инструментам страхования рисков, долговому и долевым финансированию. Обеспечение экономики необходимыми ресурсами предполагает создание условий для удовлетворения на принципах конкурентоспособности потребностей по долговому и долевым финансированию организаций, находящихся на различных стадиях жизненного цикла – от зарождения до публичной компании. Плавное и постепенное преодоление разрыва между потребностями экономики и возможностями финансового рынка должно достигаться благодаря повышению доступности ресурсов, которое в том числе зависит от уровня инфляции, качества конкурентной среды, наличия соответствующей инфраструктуры и посредников на рынке финансов, а также от создания регулятивно-

правовых условий для возникновения специфических финансовых инструментов, в т.ч. направленных на страхование рисков. Понижению стоимости финансирования поспособствует увеличение производительности труда в финансовом секторе за счет внедрения современных информационных технологий и аутсорсинга отдельных элементов деятельности, которые выполняются в настоящее время каждой организацией самостоятельно, в большей степени в силу регулятивных требований. Снижению издержек финансовых посредников будет способствовать сокращение избыточной регуляторной нагрузки, оценки рисков, развитие инфраструктуры, включая повышение доступности и качества информации для анализа, и усовершенствование механизмов разрешения споров.

3. Создание и реализация условий для роста финансовой индустрии. Обеспечение качественных условий для будущего роста финансовой индустрии позволит повысить объем налоговых поступлений, создать новые рабочие места, увеличить спрос на инновации, а также будет способствовать диверсификации экономики Российской Федерации и повышению эффективности использования имеющихся финансовых ресурсов. Уровень эффективности использования ресурсов напрямую зависит от зрелости финансового посредничества. Его можно выразить в способности финансового сектора аккумулировать денежные средства, трансформировать сбережения в инвестиции и обеспечивать максимально возможную отдачу от размещенных ресурсов с позиции долгосрочного экономического роста. Помимо прочего, достижение цели по созданию и реализации условий для роста финансовой индустрии способствует обеспечению финансовой независимости экономики России.

Таким образом, нынешнее состояние финансового рынка и его постоянное развитие заставляют быстро и адекватно реагировать на его изменения, поэтому роль управления инвестиционным портфелем резко возрастает и заключается в нахождении той грани между ликвидностью, доходностью и риском, которая позволила бы выбрать оптимальную структуру портфеля.

### **Сущность теории нечетких множеств**

Одной из важнейших задач управления финансовыми активами является задача оптимизации инвестиционного портфеля. Считается, что началом современной теории инвестиций стала вышедшая в 1952 г. статья Г. Марковица «Выбор портфеля», в который впервые была предложена математическая модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг и методы построения таких портфелей при определенных условиях на основе теоретико-вероятностной формализации понятия доходности и риска.

Однако кризисы 1997-1998 и 2000-2001 года, принесшие только американским инвесторам убытки в 10 триллионов долларов, показали, что существующие теории оптимизации фондовых портфелей и прогнозирования фондовых индексов себя исчерпали, и необходима существенная ревизия методов фондового менеджмента.

Таким образом, в свете явной недостаточности имеющихся научных методов для управления финансовыми активами, потребовалась разработка принципиально новой теории управления финансовыми системами, функционирующими в условиях существенной неопределенности. Большое содействие этой теории оказывает теория нечетких множеств, заложенная около полувека назад в фундаментальных работах Лотфи Заде. В случае применения нечетких чисел к прогнозу параметров от лица, принимающего решение, требуется не формировать точечные вероятности оценки, а задавать расчетный коридор значений прогнозируемых параметров. Тогда ожидаемый эффект оценивается экспертом так же, как нечеткое число со своим расчетным разбросом (степенью нечеткости).

Применение множественного подхода базируется на следующих положениях:

1. Риск портфеля является не его волатильность, но вероятность того, что ожидаемая доходность портфеля может оказаться ниже некоторой установленной плановой величины.

2. Корреляция активов в инвестиционном портфеле не рассматривается и не учитывается.

3. Доходность каждого актива является неслучайным нечетким числом (например, интервального вида или треугольного). Соответственно, ограничение на предельно низкий уровень доходности может быть и обычным скалярным, и нечетким числом произвольного вида. Таким образом, мы объединяем два источника информации (волатильность актива и средняя доходность) в один (расчетный коридор цены или цены) и тем самым сводим два источника неопределенности в один.

Поэтому оптимизация портфеля в таких условиях может означать, в частном случае, требование максимизировать ожидаемую доходность портфеля в точке времени  $T$  при определенном, фиксированном уровне риска портфеля. Эффективную границу портфельного множества в этом случае можно изобразить как вогнутую линию в координатах «ожидаемая доходность портфеля - риск недопустимо низкой доходности портфеля». Каждой точке в эффективной границе отвечает оптимальный портфель с четкими границами.

Эффективная граница портфельного множества в этом случае - вогнутая линия в координатах «риск недопустимо низкой доходности портфеля - ожидаемая доходность портфеля». Каждой точке эффективной границы отвечает оптимальный портфель с четкими границами. Рассмотрим задачу на основе изложенной модели, в предположении самых широких допущений к виду её нечетких параметров.

### Модель оптимизации портфеля на основе теории возможностей

Пусть имеется фондовый портфель из  $N$  активов на интервале  $[0, T]$ . Прогнозный перформанс каждой из компонент портфеля  $i = 1, \dots, N$  на момент  $T$  характеризуется своей финальной расчетной доходностью  $r_i$  (оцененной в точке  $T$  как относительное приращение цены актива за период). Поскольку доход по ценной бумаге (ЦБ) случаен, его точное значение в будущем неизвестно, а вероятностное описание такого сорта случайности не вполне корректно, то в качестве описания доходности целесообразно использовать треугольные нечеткие числа, моделируя экспертное высказывание следующего вида: «Доходность ЦБ по завершении срока владения ожидаемо равна  $\bar{r}_i$  и находится в расчетном диапазоне  $[r_{1i}; r_{2i}]$ ».

Таким образом, для  $i$ -ой ценной бумаги имеем:

$\bar{r}_i$  – ожидаемая доходность по  $i$ -ой ценной бумаге,

$r_{1i}$  – нижняя граница доходности  $i$ -ой ценной бумаги,

$r_{2i}$  – верхняя граница доходности  $i$ -ой ценной бумаги,

$r_i = (r_{1i}, \bar{r}_i, r_{2i})$  – доходность по  $i$ -ой ценной бумаге, треугольное нечеткое число.

Тогда доходность по портфелю:

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}) \quad (1)$$

также является треугольным нечетким числом, где  $x_i$  - вес  $i$ -го актива в портфеле, причем

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, 0 \leq x_i \leq 1 \quad (2)$$

Также определимся с критическим уровнем доходности портфеля на момент  $T$ . Это может быть нечеткое число треугольного вида  $r^* = (r_1^*; \bar{r}^*; r_2^*)$ . В вырожденном случае это обычный числовой норматив  $\bar{r}^*$ , например, 10% годовых.

### Оценка риска портфельных инвестиций

Перейдем к оценке собственно риска портфельных инвестиций. На рис. 1 представлены функции принадлежности  $\mu_r$  и критериального значения  $\mu_{r^*}$ .

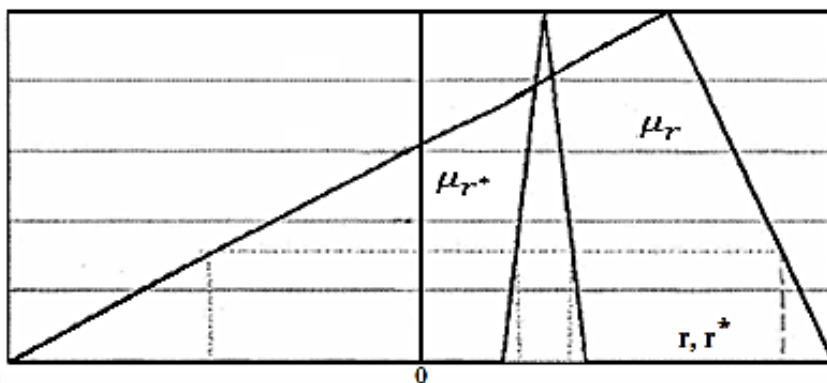


Рисунок 1. Функции принадлежности  $r$  и  $r^*$ <sup>1</sup>

Точкой пересечения этих двух функций принадлежности является точка с ординатой  $\alpha_1$ . Выберем произвольный уровень принадлежности  $\alpha$  и определим соответствующие интервалы  $[r_1, r_2]$  и  $[r_1^*, r_2^*]$ . При  $\alpha > \alpha_1$ ,  $r_1 > r_2^*$ , интервалы не пересекаются, и уверенность в том, что портфель эффективен, стопроцентная, поэтому степень риска неэффективности равна нулю. Уровень  $\alpha_1$  уместно назвать верхней границей зоны риска. При  $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$  интервалы пересекаются. На рис. 2 показана заштрихованная зона неэффективного распределения активов в портфеле, ограниченная прямыми  $r^* = r_1^*$ ,  $r^* = r_2^*$ ,  $r = r_1$ ,  $r = r_2$  и биссектрисой координатного угла  $r = r^*$ .



Рисунок 2. Фазовое пространство  $(r, r^*)^2$

Взаимные соотношения параметров  $r_{1,2}^*$  и  $r_{1,2}$  дают следующий расчет для площади заштрихованной плоской фигуры:

<sup>1</sup> Зайцева А.С. Применение теории нечетких множеств к задачам анализа риска инвестиций // Материалы студенческой научно-практической конференции, посвященной Дню науки на кафедре прикладной математики и информатики, ДонНТУ, 2008.

<sup>2</sup> Там же.

$$S_{\alpha} = \begin{cases} 0, \text{ при } r_1 \geq r_2^* \\ \frac{(r_2^* - r_1)^2}{2}, \text{ при } r_2^* > r_1 \geq r_1^*; r_2 \geq r_2^* \\ \frac{(r_1^* - r_1) + (r_2^* - r_1)}{2} * (r_2^* - r_1^*), \text{ при } r_1 < r_1^*, r_2 > r_2^* \\ (r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1) - \frac{(r_2 - r_1^*)^2}{2}, \text{ при } r_1 < r_1^* \leq r_2, r_2 < r_2^* \\ (r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1), \text{ при } r_2 \geq r_1^* \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку все реализации  $(r, r^*)$  при заданном уровне принадлежности  $\alpha$  равновозможны, то степень риска, неэффективности  $\phi(\alpha)$  есть геометрическая вероятность события попадания точки  $(r, r^*)$  в зону неэффективного распределения капитала:

$$\phi(\alpha) = \frac{S_{\alpha}}{(r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1)} \quad (4)$$

Тогда итоговое значение степени риска неэффективности портфеля:

$$\beta = \int_0^{\alpha_1} \phi(\alpha) d\alpha \quad (5)$$

В важном частном случае, когда критерий эффективности определен четко уровнем  $r^*$ , то предельный переход при  $r_2^* \rightarrow r_1^* \rightarrow r^*$  дает:

$$\phi(\alpha) = \begin{cases} 0, \text{ при } r^* < r_1 \\ \frac{(r^* - r_1)}{(r_2 - r_1)}, \text{ при } r_1 \leq r^* \leq r_2; \alpha \in [0; 1] \\ 1, \text{ при } r^* > r_2 \end{cases} \quad (6)$$

Для того чтобы собрать все необходимые исходные данные для оценки риска, нам потребуется два значения обратной функции  $\mu_r^{-1}(\alpha_1)$ . Первое значение есть  $r^*$  (по определению верхней границы зоны риска  $\alpha_1$ ), второе значение обозначим  $\tilde{r}^*$ . Аналогичным образом обозначим  $r_{min}$  и  $r_{max}$  – два значения обратной функции  $\mu_r^{-1}(0)$ .

Введем обозначение  $\tilde{r}$  – наиболее ожидаемое значение  $r$ . Тогда выражение для степени риска портфеля  $\beta$ , с учетом цепи преобразований, имеет следующий вид:

$$\beta = \begin{cases} 0, \text{ при } r^* < r_{min} \\ R \left(1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln(1 - \alpha_1)\right), \text{ при } r_{min} \leq r^* \leq \tilde{r} \\ 1 - (1 - R) \left(1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln(1 - \alpha_1)\right), \text{ при } \tilde{r} \leq r^* < r_{max} \\ 1, \text{ при } r^* \geq r_{max} \end{cases} \quad (7)$$

где

$$R = \begin{cases} \frac{r^* - r_{min}}{r_{max} - r_{min}}, \text{ при } r^* < r_{max} \\ 1, \text{ при } r^* \geq r_{max} \end{cases} \quad (8),$$

$$\alpha = \begin{cases} 0, \text{ при } r^* < r_{max} \\ \frac{r^* - r_{min}}{\tilde{r} - r_{min}}, \text{ при } r_{min} \leq r^* < \tilde{r} \\ 1, \text{ при } r^* = \tilde{r} \\ \frac{r_{max} - r^*}{r_{max} - \tilde{r}}, \text{ при } \tilde{r} < r^* < r_{max} \\ 0, \text{ при } r^* \geq r_{max} \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, степень риска  $\beta$  принимает значения от 0 до 1. Каждый инвестор, исходя из своих инвестиционных предпочтений, может классифицировать значения  $\beta$ , выделив для себя отрезок неприемлемых значений риска.

### Модель управления доходностью портфеля

Для того, чтобы определить структуру портфеля, который обеспечит максимальную доходность при заданном уровне риска, требуется решить следующую задачу:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} | r \rightarrow \max, \beta = \text{const} \quad (10)$$

где  $r$  и  $\beta$  определяются из формул (7)-(9), компоненты вектора  $x$  удовлетворяют (2).

Учитывая, что доходность портфеля:

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}) \quad (11)$$

получаем следующую задачу оптимизации:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \rightarrow \max \quad (12)$$

$$\beta = \text{const} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, i = \overline{1, N} \quad (14)$$

При варьировании уровня риска  $\beta$  возможны 2 случая. Рассмотрим подробно каждый из них.

1.  $\beta = 0$ . Из (15) видно, что этот случай возможен когда  $r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}$ .

Получаем следующую задачу линейного программирования (15)-(17):

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \rightarrow \max \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} > r^* \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, i = \overline{1, N} \quad (17)$$

Найденный в результате решения задачи (15)-(17) вектор  $x = \{x_i\}, i = \overline{1, N}$  и есть искомая структура оптимального для данного уровня риска портфеля.

2.  $0 < \beta < 1$ . Из (7) видно, что этот случай возможен когда  $\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i$ , либо когда  $\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}$ .

а) Пусть  $\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i$ . Тогда используя (7)-(9) задача (12)-(14) сводится к следующей задаче нелинейного программирования:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \rightarrow \max \quad (18)$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \left( (r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}) + (\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - r^*) * \ln \frac{\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - r^*}{\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \right) = \beta \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^* \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i > r^* \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, i = \overline{1, N} \quad (22)$$

б) Пусть  $\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}$ . Тогда задача (12)-(14) сводится к следующей задаче нелинейного программирования:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \rightarrow \max \quad (23)$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}} \left( (r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}) - (r^* - \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i) * \ln \frac{r^* - \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i}{\sum_{i=1}^N x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}} \right) = \beta \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{i1} > r^* \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i \leq r^* \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, i = \overline{1, N} \quad (27)$$

Для решения задач (18)-(22) и (23)-(27) применен R-алгоритм минимизации недифференцируемых функций. Пусть обе задачи: (18)-(22) и (23)-(27) разрешимы. Тогда структуре искомого оптимального портфеля будет отвечать вектор  $x = \{x_i\}, i = \overline{1, N}$  – решение той из задач (18)-(22), (23)-(27)), значение целевой функции которой будет больше.

### Анализ и сравнение результатов, полученных при применении моделей Марковица и нечетко-множественного метода

Для сравнительного анализа исследуемых методов оптимизации фондового портфеля были использованы реальные данные по курсу акций компаний ПАО «Уралкалий» и ПАО «Газпром», взятые за период с октября 2015 года по октябрь 2016 года. Данные получены из архивов Международной финансовой группы Интерфакс. Пусть, критическая доходность портфеля составляет 4,5% т.е. портфельные инвестиции, приносящие доход ниже 4% считаются неэффективными. Сравним результаты, полученные с помощью нечетко-множественного метода и модели Марковица (см. таблицу 1 и таблицу 2):

**Таблица 1**  
**Результаты, полученные с помощью нечетко-множественного подхода<sup>3</sup>**

Уралкалий	Газпром	Доходность портфеля	Нижняя граница	Верхняя граница	Уровень риска
0	1,0	5,1	-4,7	5,8	0,52
0,1	0,9	4,96	-4,22	5,62	0,55
0,2	0,8	4,59	-3,86	5,41	0,58
0,3	0,7	4,2	-3,5	5,24	0,63
0,4	0,6	3,91	-3,17	4,99	0,75
0,5	0,5	3,63	-2,53	4,32	0,8
0,6	0,4	3,3	-2,12	4,21	0,89
0,7	0,3	2,98	-1,64	4,02	0,92
0,8	0,2	2,61	-1,1	3,57	0,95
0,9	0,1	2,4	-0,05	3,46	0,97
1,0	0	2,03	0,8	3,2	0,98

**Таблица 2**  
**Результаты, полученные с помощью модели Марковица<sup>4</sup>**

Уралкалий	Газпром	Доходность портфеля	Уровень риска
0,4	0,39	4,0	0,4
0,3	0,5	4,25	0,48
0,21	0,6	4,48	0,56
0,02	0,78	4,98	0,72

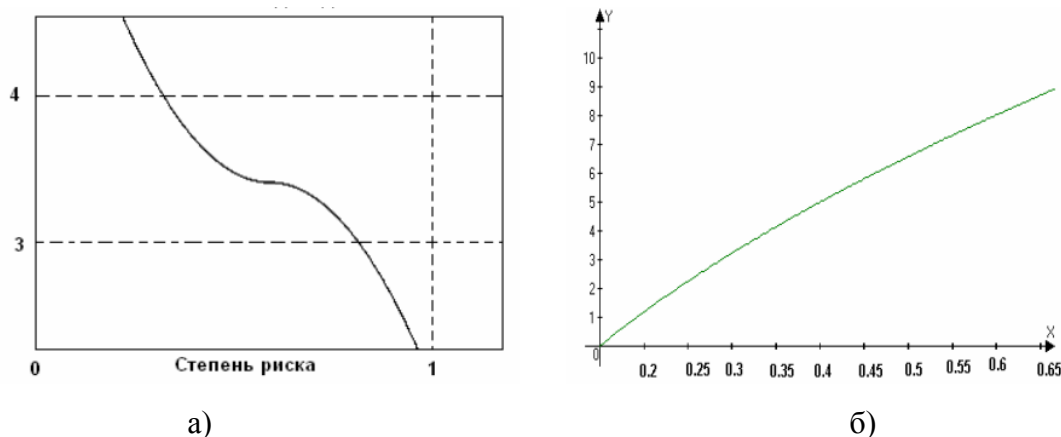
<sup>3</sup> Расчеты производились с помощью пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB.

<sup>4</sup> Там же.



В нечетко-множественном методе, доходность каждого актива – это детерминированное нечеткое число. Её ожидаемое значение рассчитывается уже не из статистических данных, а исходя из состояния рынка в момент принятия инвестором решения. Таким образом, в рассматриваемом случае, ожидаемая доходность портфеля не слишком высока.

Структура оптимального портфеля, полученная в результате применения методов, для одних и тех же уровней риска тоже различна. Для того, чтобы выяснить причину этого, рассмотрим следующие зависимости (рис. 3).



**Рисунок 3.** Зависимость ожидаемой доходности от степени риска портфеля, полученного нечетко-множественным методом (а) и с помощью Марковица (б)

Зависимости ожидаемой доходности от степени риска портфеля, полученного указанными выше методами, практически противоположны. Причиной такого результата является различное понимание уровня риска портфеля.

В нечетко-множественном методе под риском понимается ситуация, когда ожидаемая доходность портфеля ниже заданного критического уровня. Со снижением ожидаемой доходности возрастает риск того, что доход от портфельных инвестиций окажется меньше критического значения.

В модели Марковица риск рассматривается как степень волатильности ожидаемого дохода по портфелю, причем как в меньшую, так и в большую сторону, что противоречит здравому смыслу.

Различное понимание уровня риска портфеля является также причиной различия зависимостей степени риска от доли той или иной акции в портфеле, полученном разными методами.

### Заключение

В данной работе был рассмотрен относительно недавно возникший нечетко-множественный подход к портфельной оптимизации. В результате проведенного исследования была получена основанная на нечетко-множественном подходе математическая модель для нахождения структуры оптимального инвестиционного портфеля, лишенная большинства недостатков классических вероятностных моделей.

На основании теории нечетких множеств был разработан алгоритм оптимизации фондового портфеля.

В процессе исследования и сравнительного анализа модели Марковица и нечетко-множественного метода определения оптимальной структуры фондового портфеля было выявлено следующее:

1. Структуры оптимального портфеля и показатели его ожидаемой доходности, получаемые с помощью модели Марковица и нечетко-множественного метода кардинального отличаются.
2. С уменьшением объема выборки исходных данных по доходности активов модель Марковица даёт более правдоподобные результаты. Однако слишком маленькая выборка также не допустима, т.к. не может дать полного представления рассматриваемых параметров.
3. Поскольку отклонение ожидаемой доходности в большую сторону так же, как и в меньшую, рассматривается в модели Марковица как риск, зависимости ожидаемой доходности от уровня риска портфеля, полученные с помощью упомянутой модели Марковица и нечетко-множественного метода, практически противоположны.
4. По указанной выше причине также довольно часто доля высокодоходных активов в структуре портфеля, полученного с помощью модели Марковица, неоправданно мала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аскинадзи В.М., Максимова В.Ф. Инвестиции: учебник для бакалавров. – М.: Издательство Юрайт, 2015. – 422 с.
2. Галанов В.А. Рынок ценных бумаг: учебник. – М. – Инфра-М, 2014. – 384 с.
3. Тарасевич Л.С., Гребенников П.И., Леусский А.И. Макроэкономика. Теория и практика: учебник. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 686 с.
4. Ширяев В.В. Модели финансовых рынков. Оптимальные портфели, управление финансами и рисками: учеб. пособие / под ред. В.И. Ширяев. – 2-е изд. – М.: Либроком, 2015. – 216 с.
5. Аньшин В.М., Демкин И.В., Никонов И.М., Царьков И.Н. Применение теории нечётких множеств к задаче формирования портфеля проектов // Проблемы анализа риска, том 5, №3, 2008. – С. 8-21.
6. Денисенко А.О., Семенчин Е.А. Многокритериальные математические модели принятия решений на рынке ценных бумаг в условиях неопределенности // Научный журнал КубГАУ, №64 (10), 2010.
7. Зайцева А.С. Применение теории нечетких множеств к задачам анализа риска инвестиций // Материалы студенческой научно-практической конференции, посвященной Дню науки на кафедре прикладной математики и информатики, ДонНТУ, 2008.
8. Зайченко Ю.П., Малихех Есфандиярфард. Анализ и сравнение результатов оптимизации инвестиционного портфеля при применении модели Марковица и нечетко-множественного метода // Труды Международной конференции KDS-2007 «Знание-Диалог-Решение», №1, 2007. – С. 278-286.
9. Марковиц Г.М. Выбор портфеля//Финансовый журнал, том 7, №1, 1952. – С. 77-91.
10. Перепелица Д.Г. Проблема принятия инвестиционного решения в условиях недостатка информации // Интернет-журнал Науковедение, №3 (28), 2015. – С. 59.

**Perepelitsa Denis Grigorevich**

Plekhanov Russian university of economics, Russia, Moscow

E-mail: denis-p82@yandex.ru

## **Possible ways for practical use of optimization model of investment portfolio using fuzzy sets on Russian financial market**

**Abstract.** The process of formation and optimization of the securities portfolio, which have been raised because of easiness, and intuitive acceptance of the ideas of theorem about effective sets know it many approaches by the investors. However, exactly the model for portfolio selection, which was invented by Professor Markowitz, had started this process. This article concerned debatable points, leading to difficulties of using this model, as well as mistakes which can occurs during the portfolio formation. In purpose of further development of existing theoretical base it was researched the fuzzy sets approach, which appeared to be more flexible and optimizing for finding the best of the securities portfolio, at a predetermined value of risk and return (in comparison with the choice model). This article analyzes the Russian financial market and determines the priority directions of its development. It is also considered the problem of determining the optimal investment portfolio in conditions of the Russian financial market. It is researched the effect of the relationship between fuzzy random variables on the degree of portfolio diversification. A mathematical model for securities portfolio optimization using fuzzy sets has been constructed. A fuzzy algorithm optimization of the investment portfolio has been suggested. The proposed method of fuzzy optimization of the investment portfolio has been experimentally analyzed as well as comparative analysis of the obtained solution with the solution of the classical Markowitz problem.

**Keywords:** investments; stock market; financial market; investment portfolio; portfolio optimization; Markowitz model; risk; profitability; fuzzy sets; fuzzy-set approach