

Савицкий Роман Васильевич

ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,
Институт кибернетики, кафедра вычислительной техники
Аспирант, магистр
Savickij Roman V.
National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia
Postgraduate student
E-Mail: redowlet@mail.ru

Ким Валерий Львович

ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,
Институт кибернетики, кафедра вычислительной техники
Доктор технических наук, профессор
Kim Valerij L.
National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia
Professor
kimval11@rambler.ru

05.13.05 – Элементы и устройства вычислительной техники и систем управления

Расчет гармонических составляющих сигнала сдвига фаз

Calculation of phase shifting signal harmonic components

Аннотация: Описаны методы обработки значений разности фаз питающего напряжения и сигнала с датчика оборотов синхронного электродвигателя. Приведены результаты расчетов посредством БПФ и метода поиска частот.

Abstract: The article describes methods of processing of values of phase difference between supply voltage and signal from synchronous motor rotation sensor. The results of calculation by Fourier transform and frequencies search method are presented

Ключевые слова: Синхронные электродвигатели; амплитудный спектр сигнала; поиск гармонических составляющих; преобразование Фурье.

Keywords: Synchronous motor; spectrum; search the harmonic components; Fourier transform.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы, соглашение 14.В37.21.0457.

В синхронном режиме работы на ротор электродвигателя действуют статические силы, вызванные трением в подшипниках, трением об окружающую среду, силой сопротивления при выполнении работы и т.д. При неизменной величине этих сил фаза вращения ротора отстает от фазы питающего напряжения на постоянный угол φ_0 . Любая вариация внешних и внутренних воздействий на электродвигатель приводит к неравномерности вращения ротора и, соответственно, изменению φ_0 [1]. Следовательно, анализ характера изменения данного угла может быть использован при диагностике состояния, как самого электродвигателя, так и подключенной к нему нагрузки.

Как правило, контроль скорости вращения синхронного электродвигателя осуществляется с помощью датчиков оборотов, поэтому изменение угла вращения ротора можно определять по изменению мгновенного значения сдвига фаз $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$ между напряжением питания электродвигателя и э.д.с. датчика оборотов ротора. Пример изменения во времени значений сдвига фаз синхронного электродвигателя приведен на рисунке 1. В качестве единиц измерения сдвига фаз используются микросекунды.

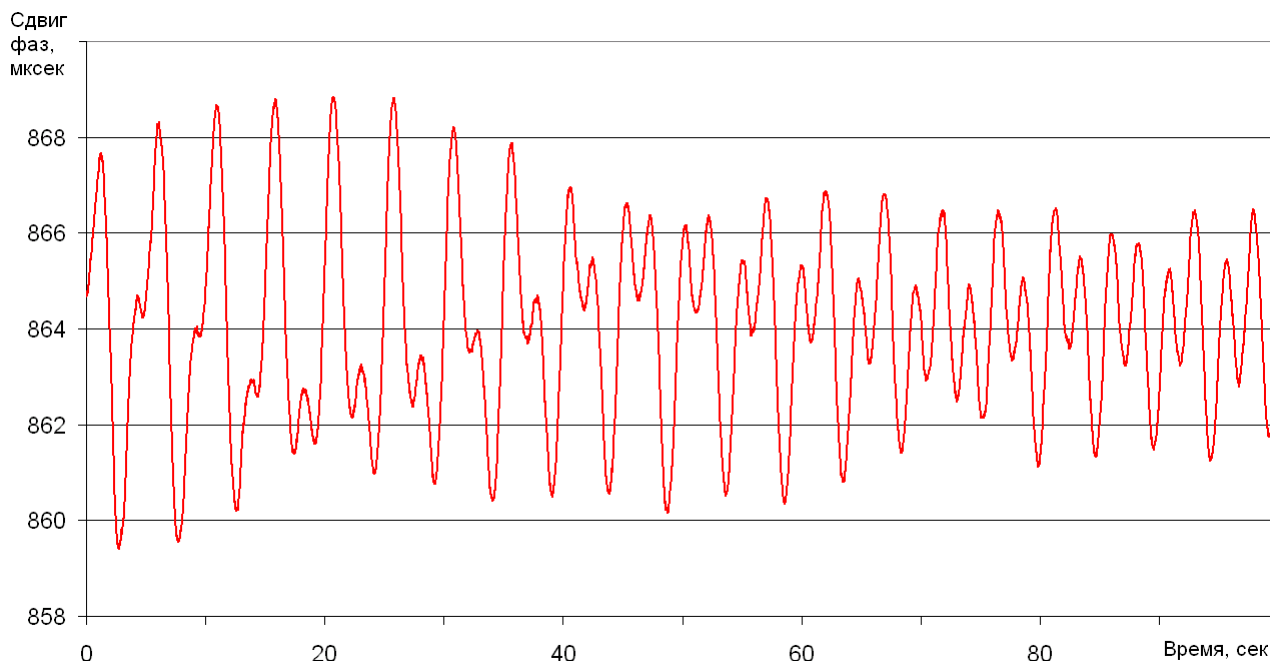


Рис. 1. График изменения значений сдвига фаз

Так как сигнал сдвига фаз имеет гармонический вид, то для дальнейшей обработки данных можно воспользоваться двумя методами:

- расчет спектра методом преобразования Фурье;
- поиск гармонических составляющих.

Разложение в ряд Фурье, как наиболее известный и распространенный, в данной статье не рассматривается.

Поиск амплитуд гармонических составляющих (поиск частот) [2] также базируется на разложении в ряд Фурье. Суть метода заключается в нахождении значений частот ω_i и соответствующих им значений коэффициентов A_i, B_i разложения в ряд Фурье функции вида

$$f(x) = A_1 \cos(\omega_1 x) + B_1 \sin(\omega_1 x) + A_2 \cos(\omega_2 x) + B_2 \sin(\omega_2 x) + \dots + A_m \cos(\omega_m x) + B_m \sin(\omega_m x).$$

Для известных N ($N \geq 3m+1$) значений функции $f(x)$ значения $\cos(\omega_1), \cos(\omega_2), \dots, \cos(\omega_m)$ определяются как корни алгебраического уравнения

$$\cos(m\omega) - a_1 \cos((m-1)\omega) - \dots - a_{m-1} \cos(\omega) - \frac{1}{2} a_m = 0,$$

где m – количество коэффициентов полинома.

Коэффициенты a_k должны удовлетворять системе линейных уравнений

$$\varepsilon_i \equiv \sum_{k=1}^{m-1} (f_{i+k-1} + f_{2m+i-k-1})a_k + f_{m+i-1}a_m - f_{i-1} - f_{2m+i-1} = 0,$$

где $i = 1, 2, \dots, N-2m$.

Для нахождения m коэффициентов a_k по методу наименьших квадратов необходимо решить систему m линейных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial a_k} \sum_{i=1}^{N-2m} \varepsilon_i^2 = 0.$$

После определения частот гармоник ω_i определяем соответствующие им величины амплитуд

$$G_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}. \quad (1)$$

Для функции $f(x)$, представленной значениями, взятыми через равные интервалы времени, коэффициенты A_i и B_i вычисляем по формулам

$$A_i = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \cos\left(i \frac{2\pi k}{m}\right), \quad (2)$$

$$B_i = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \sin\left(i \frac{2\pi k}{m}\right), \quad (3)$$

где: n – количество значений функции $f(x)$; f_k – значение функции $f(x)$ в k -ой точке.

Интересно сопоставить гармонические составляющие (амплитудные спектры) рассчитанные методом преобразования Фурье и методом поиска частот для сигнала, представленного на рисунке 1. Из последнего видно, что в сигнале присутствует гармоническое колебание с периодом примерно в два раза меньше основной гармоники. На рисунке 2 этим гармоникам соответствуют два пика.

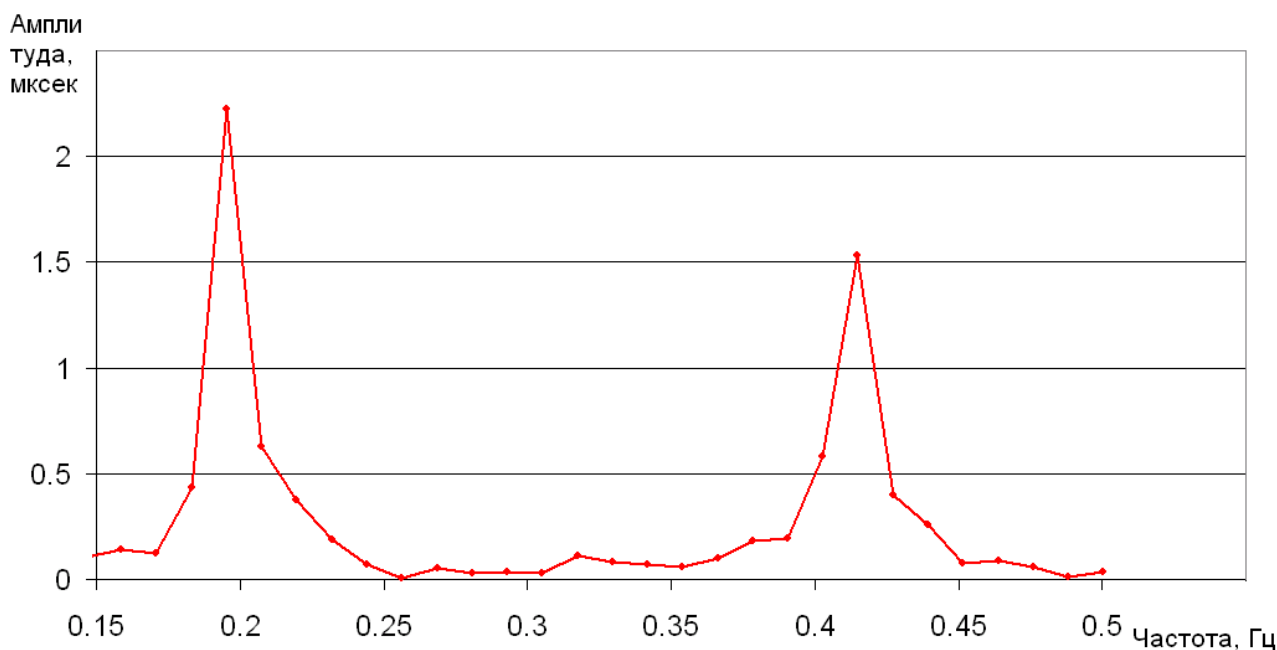


Рис. 2. Спектр сигнала сдвига фаз, полученный методом БПФ

В таблице 1 представлен список гармоник с частотой от 0.15 до 0.5 Гц и значение их амплитуд, полученные методом быстрого преобразования Фурье.

Таблица 1

Значения гармоник сигнала сдвига фаз после БПФ

Частота, Гц	Период, сек	Амплитуда, мксек
0.146	6.825	0.103
0.158	6.301	0.139
0.170	5.851	0.121
0.183	5.461	0.437
0.195	5.120	2.223
0.207	4.819	0.627
0.219	4.551	0.376
0.231	4.312	0.189
0.317	3.150	0.114
0.366	2.730	0.102
0.378	2.642	0.182
0.390	2.560	0.193
0.402	2.482	0.581
0.415	2.409	1.530
0.427	2.340	0.399
0.439	2.275	0.257
0.451	2.213	0.078
0.463	2.155	0.085
0.476	2.100	0.056
0.488	2.047	0.014
0.500	1.998	0.036

Метод поиска частота в отличие от получения спектров преобразованием Фурье находит только значимые по амплитуде гармонические составляющие (рис. 3).

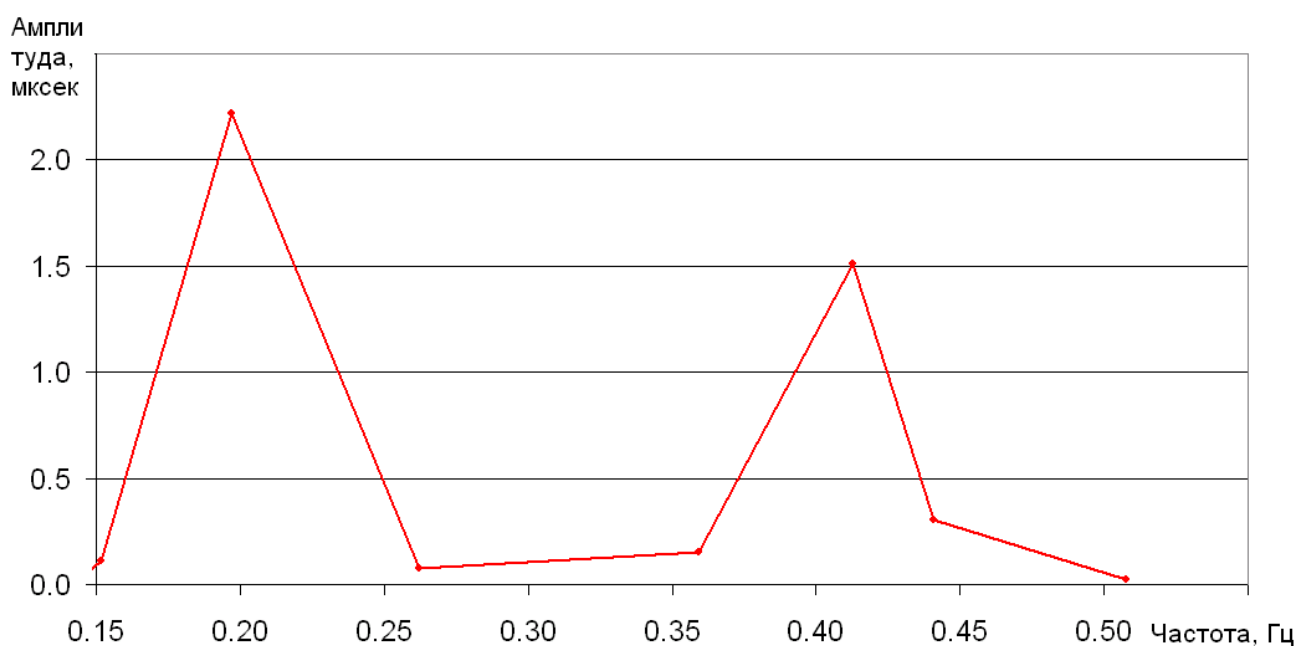


Рис. 3. Гармоники сигнала сдвига фаз, найденные методом поиска частот

В таблице 2 представлены значения амплитуд для гармоник с частотой от 0.15 Гц до 0.5 Гц, рассчитанные методом поиска частот по формулам (1) – (3). Как видно из этой таблицы значения периодов (частот) и амплитуд для двух самых значимых гармоник (выделены жирным шрифтом) совпадают с данными таблицы 1.

Таблица 2

Гармоники, рассчитанные методом поиска частот

Частота, Гц	Период, сек	Амплитуда, мксек
0.145	6.897	0.034
0.152	6.600	0.113
0.197	5.078	2.218
0.262	3.814	0.076
0.359	2.782	0.150
0.413	2.423	1.511
0.441	2.269	0.304
0.508	1.826	0.023

При прочих равных условиях метод поиска частот значительно уступает в скорости вычисления методу быстрого преобразования Фурье. Но, следует заметить, что БПФ позволяет получить амплитуду только тех гармоник, которые попадают в равномерную сетку частот. В то время как метод поиска частот ищет только частоты значимых по амплитуде гармоник. Эта особенность позволяет получить точное значение частоты гармоники и значительно уменьшить объем расчетных данных. Это хорошо видно из сравнения количества строк между двумя значимыми гармониками (выделены жирным шрифтом) в таблицах 1 и 2.

Выводы. Метод поиска частот в отличие от БПФ позволяет точнее определять частоты значимых по амплитуде гармоник. Это дает возможность выявлять закономерности, связанные с изменением не только амплитуды, но и частоты гармонических составляющих сигнала [3]. Данная особенность метода востребована при анализе большого количества данных, когда общая обработка осуществляется с использованием БПФ, а частота отдельных гармоник уточняется с использованием метода поиска частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольдек А.И. Электрические машины (3-е изд., перераб.). – Л.: «Энергия», 1978. – 832 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: «Наука», 1984. – 832 с.
3. Бююль А., Цёфель П. SPSS: искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей / пер. с нем. – СПб.: «ДиаСофтЮП», 2005. – 608 с.

Рецензент: Авдеева Диана Константиновна, директор ООО «Медприбор», д.т.н., профессор, г. Томск.