

Сидорин Андрей Викторович
Sidorin Andrey Victorovich
Московский государственный технический
университет радиотехники,
электроники и автоматики, МГТУ МИРЭА
Moscow State Technical
University of Radioengineering, Electronics and
Automation, MSTU MIREA
Доцент/Assistant professor
E-mail: a_sidorin@mirea.ru

Математическая модель устойчивого развития предприятия

Mathematical model of sustainable development of company's

Аннотация: Представлена разработанная методология разработки математических моделей деятельности предприятия для выбора траектории устойчивого его развития. Сформулирован критерий устойчивого развития предприятия. Для основных внешних параметров-индикаторов деятельности предприятия разработаны математические модели, устанавливающие их взаимосвязь с внутренними параметрами предприятия. Предложенная методология преодолевает недостатки известных подходов к обеспечению устойчивого развития предприятия на основе информационных моделей. Математические модели деятельности предприятия позволяют обоснованно с учетом возможностей предприятия анализировать, прогнозировать и планировать его развитие и обеспечение конкурентоспособности, а в сочетании с известными информационными моделями и подходами к обеспечению устойчивого развития предприятия разрабатывать эффективные системы менеджмента.

The Abstract: Current work is reflecting methodology of mathematical models of companies' performance development needed for further choice of sustainable development path. Mathematical models are designed for external performance indicators which build connections with internal performance parameters. Offered approach excludes disadvantages of already known approaches based on information models. Mathematical models allow not only taking into account companies' potential to forecast and to plan one's development and competitiveness but also allow in combination with known information models and sustainable development approaches to design effective management systems.

Ключевые слова: Устойчивое развитие предприятия, параметры-индикаторы устойчивого развития, критерий устойчивого развития, математическая модель устойчивого развития предприятия.

Keywords: Sustainable development of the company, performance indicators of sustainable development, sustainable development criteria, mathematical model of sustainable development.

Введение

В основе статистического управления качеством продукции – обеспечение точности, настроенности и стабильности процессов ее производства. Для предприятия в целом стабильность, положительная динамика или, иными словами, его устойчивое развитие является гарантией качества и соответствия требованиям, не только относящихся непосредственно к производству продукции, но и к другим видам его деятельности. Положительная и стабильная динамика показателей деятельности предприятия – критерии его устойчивости в изменяющихся экономических и социально-политических условиях и гарантия его конкурентоспособности. Известные подходы к обеспечению устойчивого развития предприятия носят описательный характер и представляют собой информационные модели, либо обобщающие известный опыт отдельных предприятий, либо описывающие рекомендуемый способ обеспечения устойчивого развития предприятия на основе организационных преобразований. Известные информационные модели систем обеспечения устойчивого развития представляют собой совокупность принципов, рекомендации по формализации организационной структуры, элементов и процессов в деятельности предприятия [1-7]. Международный стандарт ГОСТ Р ИСО 9004-2010 для обеспечения устойчивого успеха ориентирует организацию/предприятие на постановку целей в области качества и их достижение за счет совершенствования деятельности всех структур предприятия во взаимодействии с поставщиками и потребителями на основе развития системы менеджмента качества (СМК), замены самоконтролем внешних и внутренних аудитов. Объединяет все известные модели систем менеджмента предприятий, включая системы менеджмента качества и системы менеджмента устойчивого развития (СМУР), подход к оценке их результативности – аудиты, внутренний и внешний, а также отсутствие инструментов (невозможность) прогнозирования деятельности предприятия на их основе.

Присущие всем известным информационным моделям систем менеджмента устойчивого развития предприятия недостатки – чрезмерная общность рекомендаций, требующая адаптации к конкретным условиям деятельности предприятия и ее реорганизации без уверенности в результативности выполняемых преобразований, отсутствие объективных методов оценки их эффективности, отсутствие в них не только детерминированных, но и вероятностных связей исходных данных с миссией, политикой, стратегией, целями и задачами предприятия, с параметрами-индикаторами, характеризующими его деятельность.

Перспективным направлением развития моделирования деятельности предприятия, преодолевающим недостатки информационных моделей, является математическое моделирование, как отдельных процессов, так и деятельности предприятия в целом, устанавливающее зависимости показателей деятельности предприятия и его подразделений, видов деятельности от различных факторов внешней и внутренней среды.

Цель настоящей работы заключается в преодолении недостатков известных подходов к обеспечению устойчивого развития предприятия на основе информационных моделей и представлении разработанных подходов и методологии формирования математических моделей устойчивого развития предприятия с использованием различных параметров-индикаторов его деятельности. Математические модели деятельности предприятия позволят обоснованно с учетом возможностей предприятия прогнозировать и планировать его развитие и обеспечение конкурентоспособности, а в сочетании с известными информационными моделями и подходами к обеспечению устойчивого развития предприятия разрабатывать эффективные системы менеджмента.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней впервые разработан аналитический инструмент анализа и прогноза деятельности предприятия, а также методология разработки математических моделей деятельности предприятия для выбора состояния устойчивого

его развития и примеры ее реализации – математические модели для различных индикаторов-показателей развития предприятия. Представлены соотношения, устанавливающие взаимосвязь внешних параметров-индикаторов устойчивого развития предприятия с его внутренними параметрами.

1. Методология математического моделирования деятельности предприятия

В основе математического моделирования, как отдельных процессов, так и деятельности предприятия в целом, устанавливающего зависимости показателей деятельности предприятия и его подразделений, видов деятельности от различных факторов внешней и внутренней среды, - установление связей в виде соотношений и зависимостей траектории развития предприятия с внешними и внутренними параметрами-индикаторами, характеризующими его деятельность. Важнейшие из них: ресурсное обеспечение, производительность труда и квалификация сотрудников, номенклатура и объемы выпускаемых видов продукции, производственные мощности, технологическая оснащенность, состояние инфраструктуры, прибыль предприятия, выход годной продукции.

Связь траектории развития, представленной аналитической зависимостью, с внешними и внутренними параметрами предприятия устанавливается на основе исходных положений предложенной методологии формирования математических моделей деятельности предприятия, заключающихся в следующем.

Деятельность предприятия в каждой точке траектории его развития рассматривается как совокупность стационарных и динамических процессов (рис.1). Под стационарным состоянием в развитии предприятия понимается состояние, характеризующееся стабильными значениями показателей-индикаторов деятельности предприятия: таких как, например, объем выпускаемой продукции, выход годной продукции, количество рекламаций, прибыль и др. Изменение значений показателей-индикаторов деятельности предприятия с некоторой закономерностью и отход от стационарного состояния - динамическая компонента в траектории деятельности предприятия.

Стационарное состояние в развитии предприятия обеспечивается совокупными ресурсами предприятия W_n . На рис.1 – это состояние в интервале от $0 < t < t_0$ соответствует значению W_{n0} совокупных ресурсов предприятия, определяющих его возможности в выбранном направлении деятельности. Для изменения стационарного состояния и перехода в динамическое состояние и развитие предприятия необходимы дополнительные совокупные ресурсы предприятия W_v . На рис.1 – это траектория изменения состояния в деятельности в интервале $t_0 < t < t_1$.

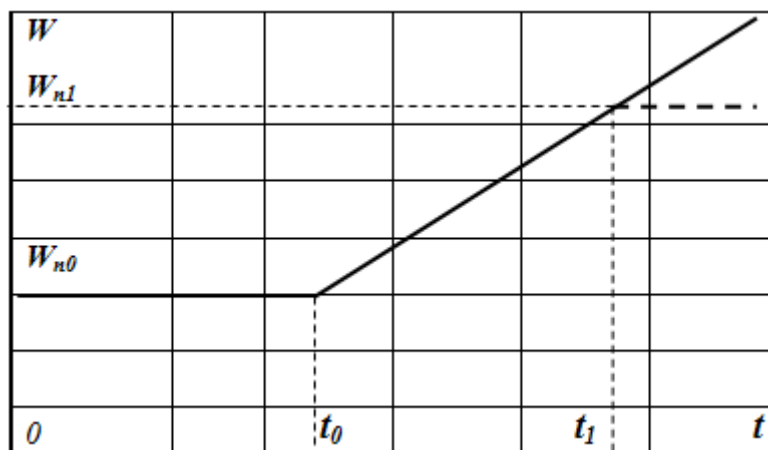


Рис. 1. Траектория развития предприятия как результат изменения его ресурсных возможностей

Суммирование совокупных ресурсов стационарного и динамически изменяющегося состояния обеспечивает выход предприятия на новый, более высокий уровень своих возможностей W_{n1} : и либо последующее движение по той же траектории (сплошная линия в интервале $t_1 > 0$), либо сохранение достигнутого состояния и переход в стационарный режим на новом более высоком уровне своих возможностей (штриховая линия в интервале $t_1 > 0$):

$$W_{n0} + W_v = W_{n1} \quad (1)$$

Математическая модель деятельности предприятия разрабатывается как совокупность соотношений между параметрами-индикаторами его деятельности и выбранной траекторией развития, состоящей из стационарного и динамического этапов.

2. Траектория устойчивого развития предприятия

Динамика изменения во времени t каждого из них (либо некоторого интегрального показателя эффективности), начиная с некоторого момента t_0 , может быть представлена следующим выражением:

$$P(t) = P_0 + kt^n, \quad (2)$$

где P_0 - значение одного из показателей - индикаторов деятельности предприятия, их совокупности, или некоторого интегрального анализируемого показателя деятельности предприятия в момент времени t_0 , соответствующего началу анализа его деятельности;

k - фактор интенсивности развития, или интенсивности изменения значения параметра P во времени;

n - индекс линейности изменения параметра P во времени.

Для нормированного к P_0 выражения (2)

$$\bar{P}(t) = 1 + \bar{k}t^n \quad (3)$$

графики зависимости $\bar{P}(t)$ для различных значений \bar{k} и \bar{n} представлены на рис.2. Смысл представленных зависимостей состоит в том, что, начиная с некоторого значения показателя P_0 с некоторого момента времени (например, после одного года работы предприятия, $t=1$) в течение последующих десяти лет рассматривается перспектива развития предприятия

по одной из возможных траекторий: линейной ($n=1$), нелинейной возрастающей ($n > 1$) и нелинейной деградирующей ($0 < n < 1$).

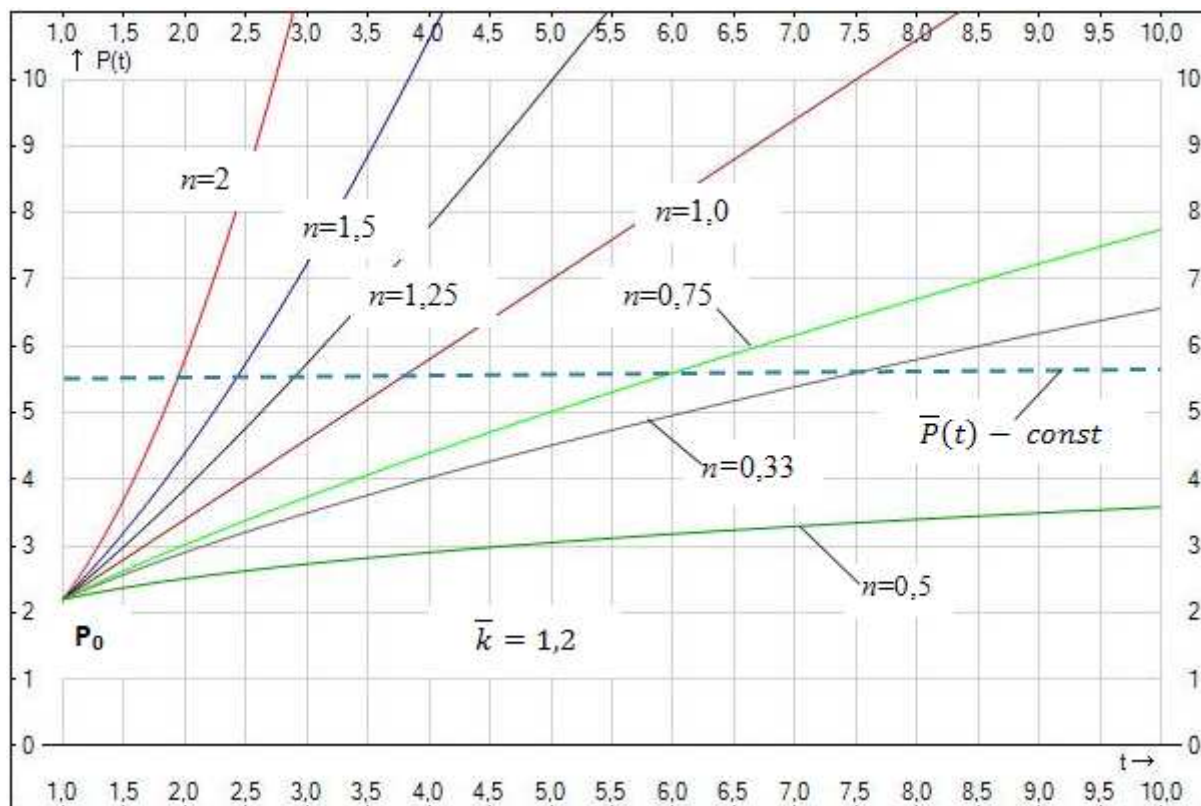


Рис. 2. Возможные траектории развития деятельности предприятия и изменения показателей-индикаторов его деятельности

Линейному изменению показателя (показателей) - при $n=1$ - соответствует график зависимости $\bar{P}(t)$ для одного из возможных значений фактора интенсивности развития \bar{k} . Выражение (3) для случая линейного развития предприятия принимает вид:

$$\bar{P}(t) = 1 + \bar{k}t \quad (4)$$

Фактор интенсивности развития \bar{k} в силу каких-либо преобразований на предприятии, например, привлечения дополнительных ресурсов, организационно-структурных изменений, повышения производительности труда, использования новых технологий или других факторов, из этого выражения определяется как:

$$\bar{k} = \frac{1}{t} [\bar{P}(t) - 1] \quad (5)$$

Это соотношение на основании статистических данных о деятельности предприятия позволяет решить прямую задачу анализа деятельности предприятия, а именно: оценить динамику результативности деятельности предприятия или его структурных подразделений по изменению того или иного информативного параметра за анализируемый временной интервал, а также установить характер траектории его развития – развивающийся (как линейный, так и нелинейный), или деградирующий.

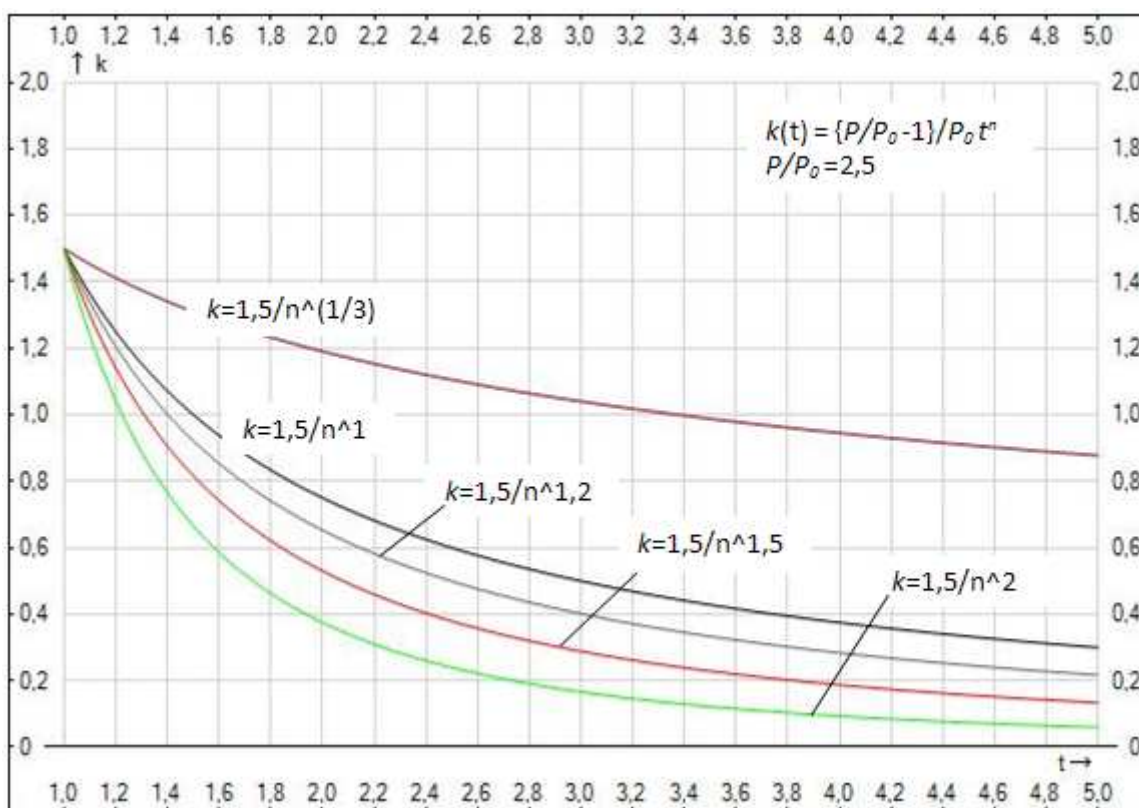


Рис. 3. Изменение фактора интенсивности развития для различного характера траектории развития предприятия

Выражение (4), иллюстрированное графиками рис.3, позволяет решить и обратную задачу: установить необходимое значение фактора интенсивности развития предприятия \bar{k} на определенный период в зависимости от планируемых или прогнозируемых значений параметра-показателя деятельности предприятия $\bar{P}(t)$ и задаваемой траектории развития предприятия.

Нелинейный характер изменения показателей (показателя) деятельности предприятия графически представлен на рис.1 (при $n \neq 0$).

Индекс нелинейности траектории развития предприятия n для каждого из значений фактора интенсивности развития \bar{k} в результате преобразования выражения (3) определяется следующим соотношением:

$$n = \frac{\ln \bar{P}(t)}{\ln (\bar{k}t)} = \tag{6}$$

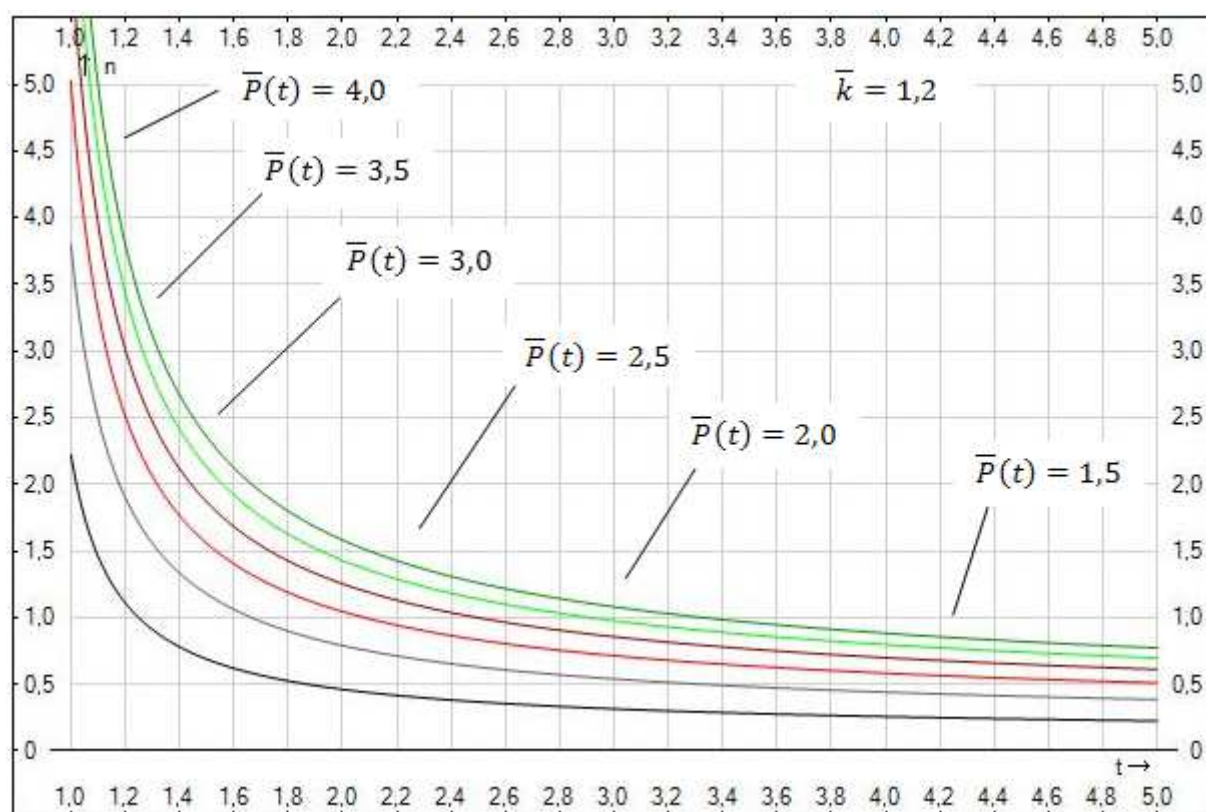


Рис. 4. Индекс нелинейности траектории развития предприятия в течение планируемого периода его развития (t) в зависимости от требуемых значений изменения показателей деятельности предприятия $\bar{P}(t)$.

Графики изменения индекса нелинейности траектории развития предприятия (рис.4) показывают, насколько интенсивными должны быть изменения в деятельности предприятия в зависимости от ожидаемых результатов в его развитии и позволяют установить (или задать) степень нелинейности в течение анализируемого или прогнозируемого времени развития предприятия для принятия управленческих, организационных или технических решений.

Выражения (4) и (5) позволяют решить прямую и обратную задачи анализа деятельности предприятия и его структурных подразделений. Во-первых, получить ответ на вопрос: удовлетворительны ли показатели их деятельности. Т.е., соответствуют ли характер и темпы изменения значений показателей деятельности предприятия ожидаемым (запланированным): линейному ($n = 0$), развивающемуся ($n > 0$), или деградирующему ($n < 0$). А во-вторых, - задать требуемые для k_i и n значения с тем, чтобы добиться соответствия условиям обеспечения конкурентоспособности стратегии устойчивого развития предприятия. Этим возможности такого феноменологического подхода к анализу деятельности предприятия ограничиваются.

Установить связь параметров k_i и n с внешними и внутренними факторами, определяющими деятельность предприятия, позволяет модель, устанавливающая зависимость параметров, или индикаторов деятельности предприятия с ресурсным обеспечением, необходимым для поддержания состояния устойчивого развития или его изменения. Обобщающий термин «индикаторы» включает все информативные параметры и характеристики деятельности предприятия. В их составе – объем и ассортимент выпускаемой продукции, прибыль и капитализация предприятия, производительность труда, численность рабочих мест, процент выхода годной продукции, ее себестоимость и другие, представляющие интерес для анализа, прогнозирования и управления деятельностью предприятия.

3. Математическая модель устойчивого развития предприятия по индикатору «Объем выпускаемой продукции»

Объем выпускаемой продукции N – один из важнейших параметров-индикаторов, характеризующих деятельность предприятия. Возможности предприятия T_n по выпуску N [шт.] единиц продукции определяются совокупностью его ресурсных возможностей: финансовых в денежном выражении [руб.], временных в часах [час], людских в количестве занятых на предприятии человек [чел.], производительностью труда, измеряемой в количестве единиц выпускаемой продукции в единицу времени [шт./час], а также способностью предприятия к изменению (увеличению) производительности труда в единицу времени [шт./час²].

Вводя обобщенный параметр – удельные (или нормированные) ресурсные возможности предприятия, определяемый как совокупность всех видов ресурсов предприятия, затрачиваемых на выпуск одной единицы продукции $r[\frac{руб.чел.час.}{шт.}]$, возможности предприятия T_n по выпуску N [шт.] единиц продукции с учетом его способности к увеличению производительности труда $l[\frac{шт.}{час^2}]$ могут быть представлены в виде следующей зависимости:

$$T_n[\frac{руб.чел.шт.}{час}] = r[\frac{руб.чел.час.}{шт.}] l[\frac{шт.}{час^2}] N [шт.] \quad (7)$$

Если показатели деятельности предприятия (в рассматриваемом примере – объем выпуска продукции) остаются неизменными во времени, график зависимости $P_n(t)$ на рис.2 – прямые, параллельные оси абсцисс. Выбор предприятием стратегии устойчивого развития, для которого характерна положительная линейная или нелинейная положительная динамика изменения параметров-индикаторов его деятельности, требует привлечения дополнительных ресурсов. Их объем можно оценить следующим образом.

Необходимые изменения возможностей предприятия (необходимые трудозатраты) δT_v , требуемые для увеличения объема выпуска по линейной или нелинейной (ускоренной) траектории на одну единицу продукции ΔN [шт.] за счет привлечения ресурсов R , определяются следующим образом.

$$\delta T_v = R dN = r l \Delta N = r \frac{p}{t} d(pt) , \quad (8)$$

где $p[\frac{шт.}{час}]$ - производительность труда на предприятии, $r[\frac{руб.чел.час.}{шт.}]$ - совокупные ресурсы предприятия на производство одной единицы продукции; $l[\frac{шт.}{час^2}]$ - способность предприятия к увеличению производительности труда.

В результате интегрирования выражения (8) и с учетом того, что

$l = \frac{p}{t}$, а $N = pt$, объем трудозатрат на создание N_i единиц продукции за время t составит:

$$T_v = \int r l dN = \int r \frac{p}{t} d(pt) = r \int p dp = \frac{1}{2} r p^2 [\frac{руб.чел.шт.}{час}] \quad (9)$$

$T_v[\frac{руб.чел.шт.}{час}]$ - это производственные возможности предприятия по изменению объема выпуска на N_i единиц продукции, оцениваемые по его ресурсам в денежном эквиваленте в рублях [руб.], человеческим ресурсам в количестве сотрудников [чел.], производительности труда $p[\frac{шт.}{час}]$ и возможности предприятия по увеличению производительности труда $l[\frac{шт.}{час^2}]$.

Суммарные ресурсные возможности предприятия T_{Σ} в каждой точке траектории его развития (в рассматриваемом примере - по увеличению объема выпуска продукции), представленные на рис. 2, включают в себя как T_n , - условно говоря, «статические» возможности предприятия по выпуску N единиц продукции, так и T_v - возможности динамичного изменения траектории развития:

$$T_{\Sigma} = T_n + T_v = r l N + \frac{1}{2} r p^2 \quad (10)$$

Положительная динамика развития предприятия по линейной траектории обусловлена возможностью совместного или независимого изменения каждого из двух факторов: $p \left[\frac{\text{ум.}}{\text{час}} \right]$ - производительность труда на предприятии и $r \left[\frac{\text{руб.чел.час}}{\text{ум.}} \right]$ - совокупными ресурсами предприятия на производство одной единицы продукции.

При выборе предприятием нелинейной траекторий развития эти два фактора дополняются третьим: $l \left[\frac{\text{ум.}}{\text{час}^2} \right]$ - способность предприятия к увеличению производительности труда.

Обеспечение развития предприятия возможно тремя способами.

Первый – за счет повышения производительности труда без изменения совокупных ресурсов предприятия r . Второй - за счет изменения совокупных ресурсов предприятия без изменения производительности труда. Третий – путем одновременного повышения и производительности труда и увеличении совокупных ресурсов предприятия.

Необходимая для развития предприятия производительность труда p_1 (на примере увеличения объема выпускаемой продукции с N_0 до N_1 за время с t_0 до t^n) без изменения совокупных ресурсов предприятия r на производство одной единицы продукции определяется из выражений (3) и (10), принимающих для данного случая в результате преобразования следующий вид:

$$N_1 = N_0 + p_1 t^n \quad (11)$$

$$r l N_0 + \frac{1}{2} r p_1^2 = r l N_1, \quad (12)$$

где $l = \frac{p_1 - p_0}{t^n - t_0}$ - способность предприятия к изменению производительности труда с p_1 до p_0 за время $(t^n - t_0)$.

В результате преобразования (11) и (12) выражение для производительности труда, необходимое для развития предприятия без изменения объема совокупных ресурсов предприятия r на производство одной единицы продукции принимает вид:

$$p_1 = \left(\frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{N_0}{t_0} + \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{N_0}{t_0} \right]^2 + 2 \left[\left(\frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{N_0}{t_0} \right] p_0}, \quad (13)$$

$$\text{где } \bar{N}_1 = \frac{N_1}{N_0}, \bar{t}^n = \left(\frac{t}{t_0} \right)^n$$

Соотношение (13) и представленные на рис.5 для некоторых частных случаев графики зависимости производительности труда позволяют рассчитывать и определять возможность и обоснованность темпов развития предприятия.

Необходимое для развития предприятия увеличение нормированных совокупных ресурсов предприятия r на производство одной единицы продукции без изменения производительности труда p_0 (на том же примере увеличения объема выпускаемой продукции с N_0 до N_1 за время с t_0 до t^n) определяется следующим соотношением, получаемым из (11) и (12):

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{(\bar{t}^n - 1)}{(1 + \bar{N}_1)} \quad (14)$$

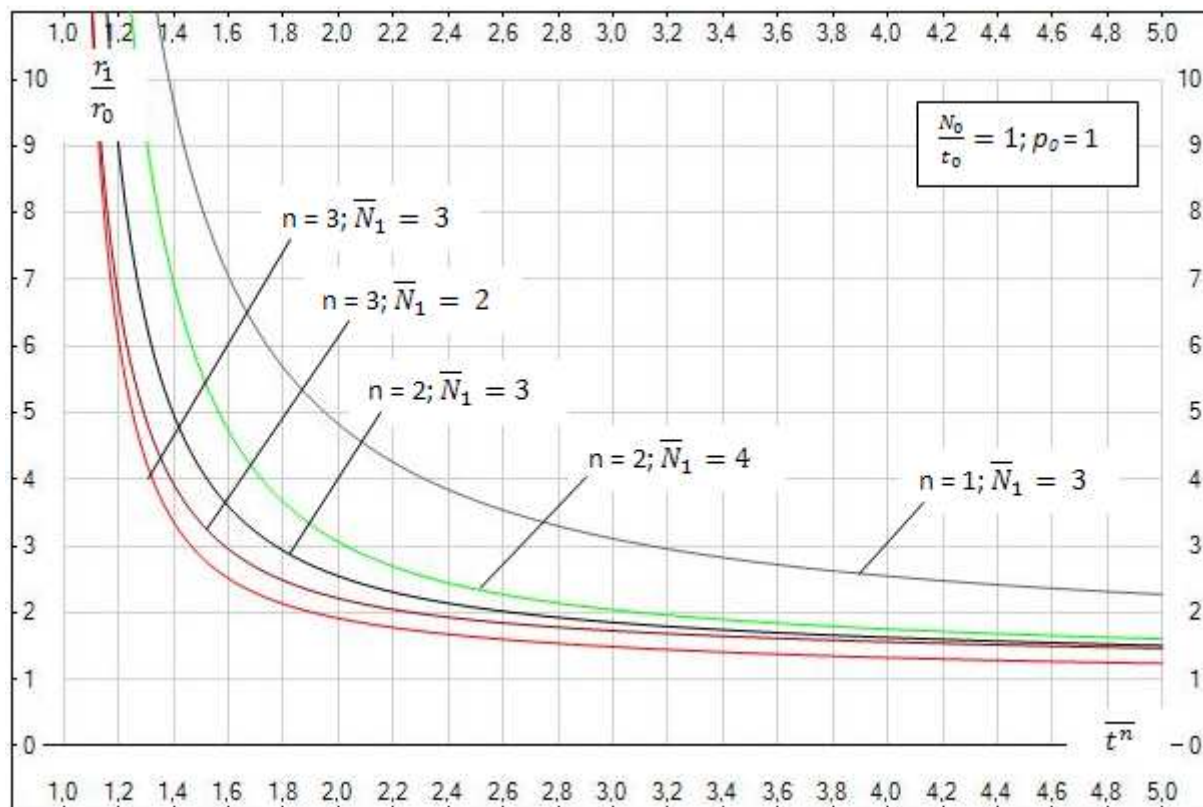


Рис. 5. Зависимость необходимого изменения производительности труда на предприятии от заданных темпов его развития

Графики зависимости $\frac{r_1}{r_0}(\bar{t}^n)$ (рис.6) показывают, в частности, сроки достижения установленного увеличения выпуска продукции при различных траекториях развития (задаваемых значением параметра нелинейности n) в установленные сроки, а также необходимую кратность увеличения совокупных ресурсов предприятия для выполнения программы увеличения объема выпуска продукции (\bar{N}_1) в установленные сроки.

Графики, представленные на рис.6, позволяют сформулировать и критерий устойчивого развития предприятия как $n \geq 1$.

Из соотношений (9) и (10) взаимосвязь нормированных совокупных ресурсов предприятия с производительностью труда, нормированной по ее начальному значению t_0 , соответствующему началу анализа деятельности предприятия и его развитию по выбранной траектории, устанавливается следующей зависимостью:

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{1}{2\bar{p}_1 - 1} \quad (15)$$

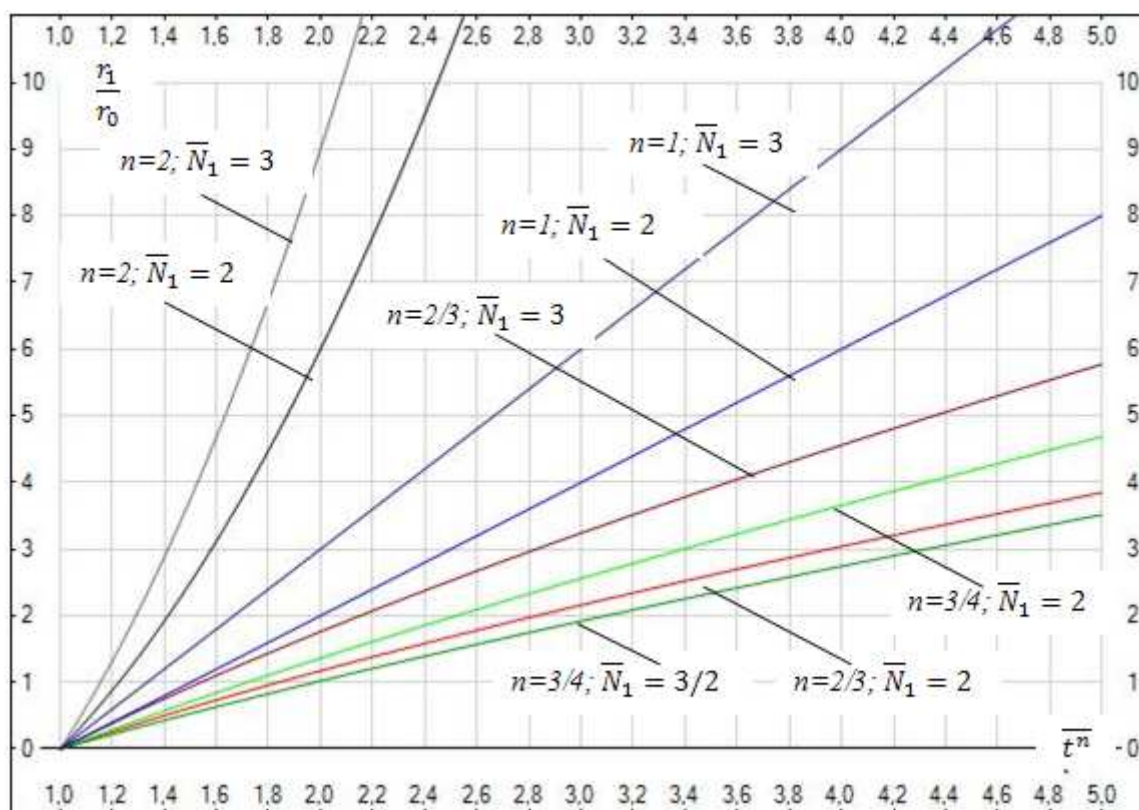


Рис. 6. Зависимость необходимого изменения нормированных совокупных ресурсов предприятия для обеспечения заданных темпов его развития по показателю «Объем выпускаемой продукции»

График зависимости $\frac{r_1}{r_0}(\bar{p}_1)$ (рис.7) показывает насколько и в какой степени должно меняться соотношение «совокупные нормированные ресурсы предприятия» - «производительность труда» для устойчивого развития предприятия по третьему варианту - путем одновременного повышения и производительности труда и изменения совокупных ресурсов предприятия.

4. Математическая модель устойчивого развития предприятия по индикатору «Прибыль предприятия»

Для такого показателя деятельности предприятия, характеризующего его деятельность и траекторию развития как прибыль предприятия C [руб.] от выпускаемой и реализуемой продукции, его связь с другими параметрами-индикаторами деятельности предприятия устанавливается по представленной выше методологии. Так, совокупные ресурсные возможности предприятия в статическом режиме Q_n , т.е. в состоянии, характеризуемом постоянством размера прибыли в течение определенного времени, определяются прибылью от создаваемой и реализуемой единицы продукции C [руб.], нормированными совокупными ресурсами предприятия и количества [шт.] реализованной продукции, приносящими один рубль прибыли $f \left[\frac{\text{чел. час. шт.}}{\text{руб.}} \right]$, финансовым потоком в единицу времени поступления средств от реализации продукции предприятия $q \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}} \right]$, а также способностью и готовностью предприятия к их изменению $t \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}^2} \right]$:

$$Q_n \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right] = f \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right] m \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}^2} \right] C \text{ [руб.]} \quad (16)$$

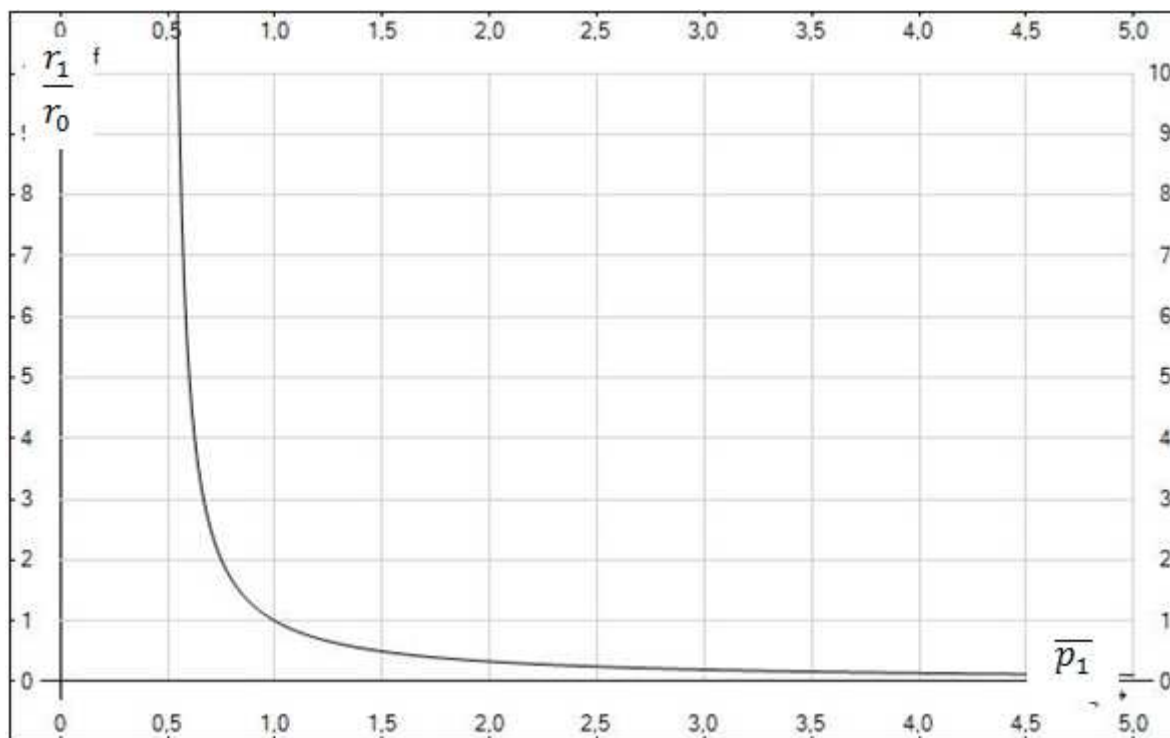


Рис. 7. Взаимосвязь нормированных совокупных ресурсов предприятия и производительности труда для обеспечения заданных темпов развития предприятия

Положительная линейная или нелинейная траектория в динамическом режиме изменения параметров-индикаторов деятельности предприятия, - в данном случае – прибыли от реализации создаваемой продукции от некоторого значения C_0 до C_1 , потребует привлечения дополнительных ресурсов. Их объем оценивается следующим образом.

$$\delta Q_v = F dC = f m \Delta C = r \frac{q}{t} d(qt) , \quad (17)$$

где δQ_v – требуемое увеличение ресурсных возможностей предприятия для увеличения прибыли на dC [руб.], $F \left[\frac{\text{чел.шт.}}{\text{час}} \right] = f \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right] m \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}^2} \right]$ – число человек, участвующих в создании и реализации одной единицы продукции предприятия в единицу времени, $f \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right]$ – совокупные ресурсы предприятия и его реализованная продукция, приносящие один рубль прибыли. Параметр f – мера эффективности создания и реализации продукции с целью получения прибыли. Параметр $m \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}^2} \right] = \frac{q \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}} \right]}{t \text{ [час]}}$ – способность предприятия к изменению темпов получения прибыли, а $q \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}} \right]$ – прибыль предприятия от реализации создаваемой продукции в единицу времени.

Объем трудовых затрат на увеличение прибыли до C [руб.] в результате интегрирования выражения (17) и с учетом того, что

$$m = \frac{q}{t} , \text{ а } C = qt, \text{ за время } t \text{ составит:}$$

$$Q_v = \int f m dC = \int f \frac{q}{t} d(qt) = f \int q dq = \frac{1}{2} f q^2 \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right], \quad (18)$$

где $Q_v \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right]$ - производственные возможности предприятия по изменению прибыли предприятия на C_1 рублей, оцениваемые по ресурсам предприятия в денежном эквиваленте в рублях [руб.], человеческим ресурсам в количестве сотрудников [чел.], получаемой прибыли от реализации продукции предприятия в единицу времени $q \left[\frac{\text{руб}}{\text{час}} \right]$ и возможности предприятия по изменению (увеличению) активности предприятия в получении прибыли $m \left[\frac{\text{руб.}}{\text{час}^2} \right]$.

Суммарные ресурсные возможности предприятия Q_Σ в каждой точке траектории его развития (в рассматриваемом примере - по увеличению прибыли), включают в себя как Q_n - ресурсные возможности предприятия по получению прибыли в «стационарном» режиме – при работе по линейной траектории, т.е. без ускорения, так и Q_v – ресурсные возможности динамического нелинейного изменения траектории развития:

$$Q_\Sigma = Q_n + Q_v = f m C + \frac{1}{2} f q^2 \quad (19)$$

Необходимая для развития предприятия нормированная прибыль предприятия q_1 (для случая увеличения прибыли предприятия с C_0 до C_1 за время с t_0 до t^n) без изменения параметра $f \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right]$ – совокупных ресурсов предприятия и его реализованной продукцией, приносящих один рубль прибыли, определяется из выражений (3) и (19), принимающих для данного случая следующий вид:

$$C_1 = C_0 + q_1 t^n \quad (20)$$

$$f m C_0 + \frac{1}{2} f q_1^2 = f m C_1, \quad (21)$$

где $m = \frac{q_1 - q_0}{q^n - q_0}$ - способность предприятия к изменению темпов получения прибыли с q_0 до q_1 за время $(t^n - t_0)$.

В результате преобразования (20) и (21) выражение для нормированных затрат ресурсов на получение прибыли от создания и реализации одной единицы продукции в единицу времени, необходимых для развития предприятия без изменения параметра f принимает вид:

$$q_1 = \left(\frac{\bar{C}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{C_0}{t_0} + \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{C}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{C_0}{t_0} \right]^2 + 2 \left[\left(\frac{\bar{C}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1} \right) \frac{C_0}{t_0} \right] q_0}, \quad (22)$$

$$\text{где } \bar{C}_1 = \frac{C_1}{C_0}, \bar{t}^n = \frac{t^n}{t_0}$$

Соотношение (22) и представленные на рис.8 графики зависимости изменению темпов получения прибыли с q_0 до q_1 позволяют рассчитывать и определять возможность и обоснованность темпов развития предприятия с целью оптимизации его деятельности с точки зрения достижения максимальной прибыли.

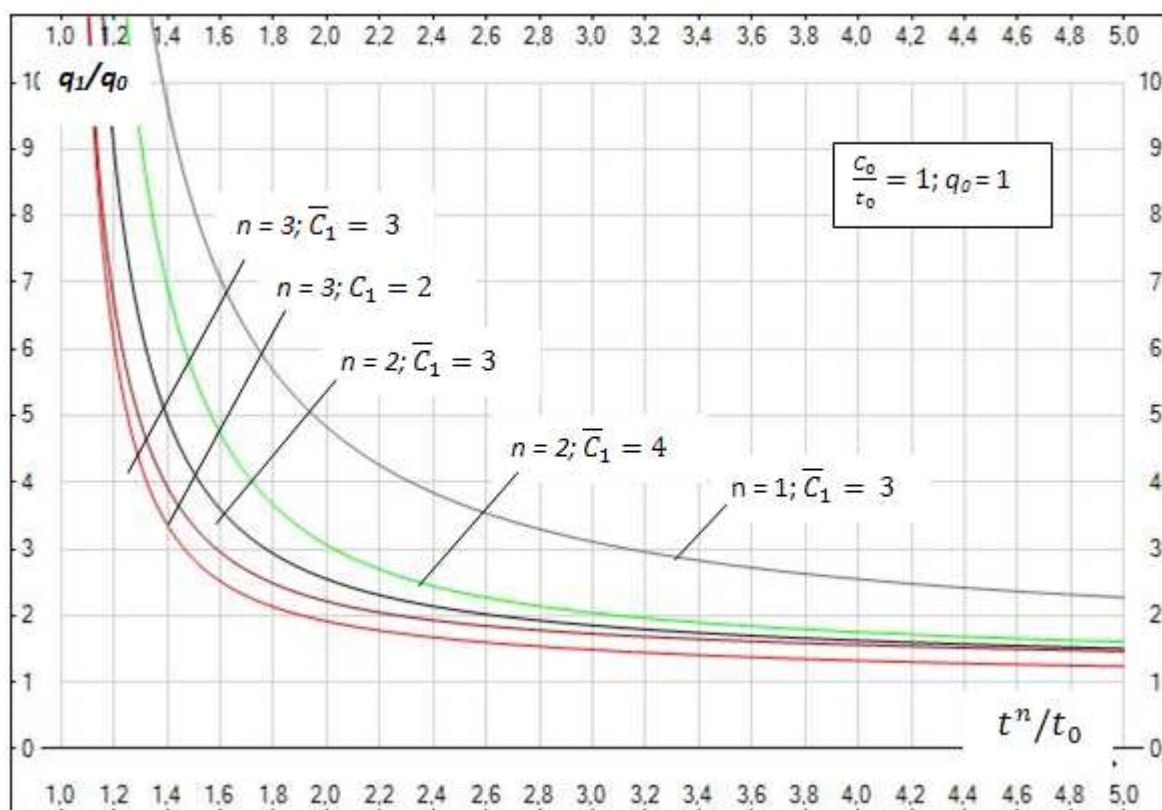


Рис. 8. Зависимость необходимого изменения финансового потока от реализации продукции предприятия от заданных темпов его развития по параметру «Прибыль предприятия»

Из соотношений (20) и (21) взаимосвязь параметра $f \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right]$ – совокупных ресурсов предприятия и его реализованной продукций, приносящих один рубль прибыли с финансовым потоком от реализации продукции в единицу времени $q \left[\frac{\text{руб}}{\text{час}} \right]$, нормированными к их начальным значениям f_0 и q_0 , соответствующим началу анализа деятельности предприятия и его развитию по выбранной траектории, устанавливается следующей зависимостью:

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{1}{2\bar{q}_1 - 1} \quad (23)$$

Степень изменения соотношения «совокупные нормированные ресурсы предприятия» - «финансовый поток от реализации продукции» для развития предприятия по третьему варианту - путем одновременного повышения и финансовых потоков от реализации продукции и совокупных ресурсов предприятия показывает график зависимости $\frac{f_1}{rf_0}(\bar{q}_1)$ (рис.9).

Нормированные совокупные ресурсы предприятия f , необходимые для развития предприятия и увеличения прибыли с C_0 до C_1 за время с t_0 до t^n без изменения финансового потока от реализации продукции q_0 определяется следующим соотношением, получаемым из (20) и (21):

$$\bar{f} = \frac{f_1}{f_0} = \frac{(t^n - 1)}{(1 + \bar{N}_1)} \quad (24)$$

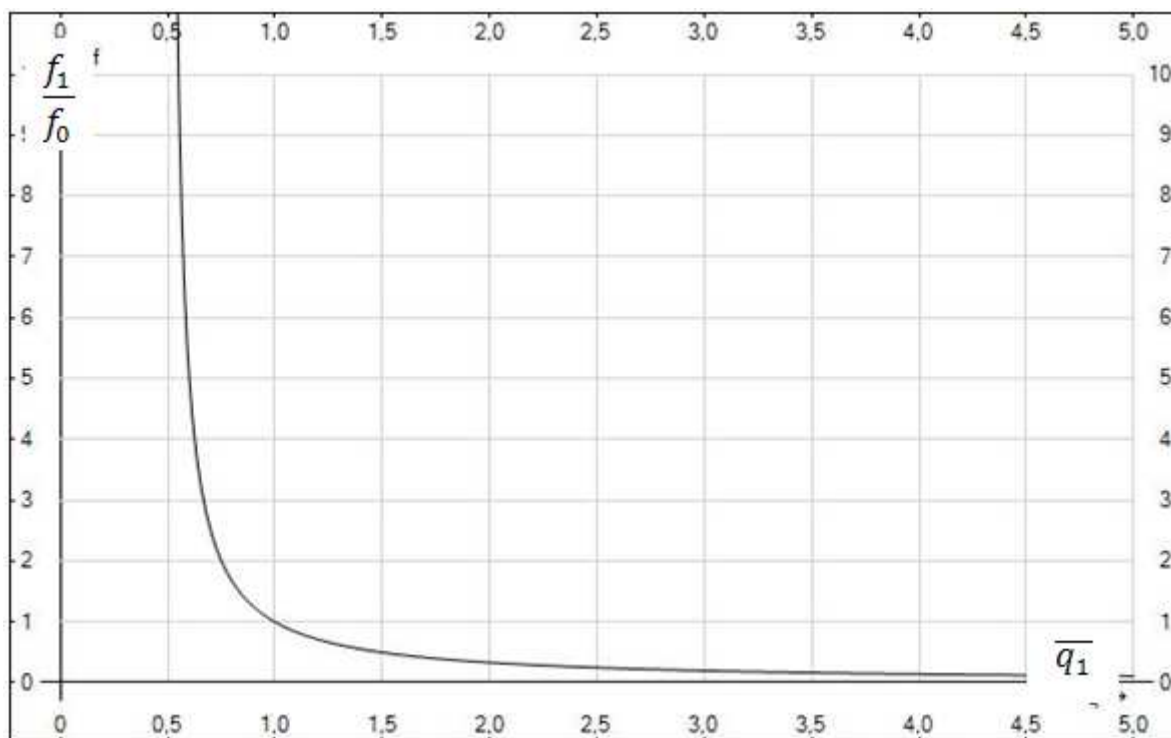


Рис. 9. Взаимосвязь нормированных совокупных ресурсов предприятия и финансового потока от реализации продукции для обеспечения заданных темпов развития предприятия по параметру «Прибыль предприятия»

Графики зависимости $\frac{f_1}{f_0}(\bar{t}^n)$ (рис.10) указывают на сроки возможного достижения установленного увеличения прибыли при различных траекториях развития (задаваемых значением параметра нелинейности n), а также необходимую степень увеличения совокупных ресурсов предприятия для получения заданного значения прибыли \bar{C}_1 .

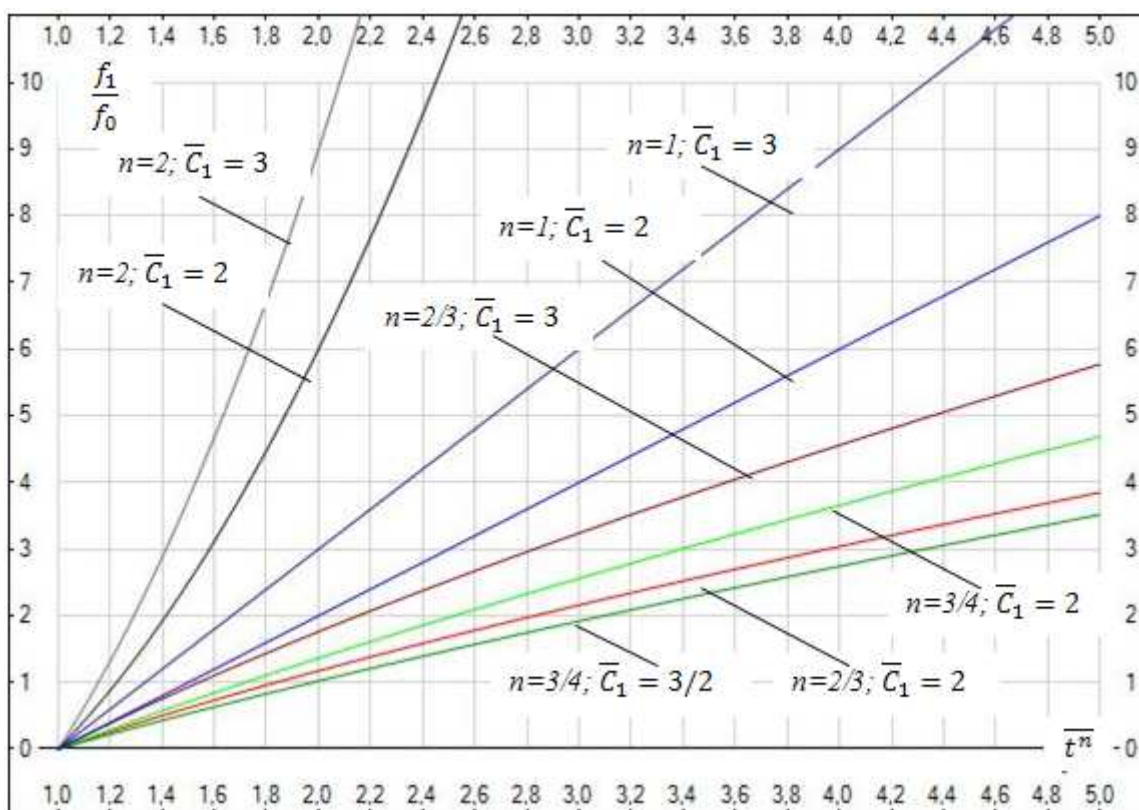


Рис. 10. Зависимость необходимого изменения нормированных совокупных ресурсов предприятия для обеспечения заданных темпов его развития по показателю «Прибыль предприятия»

5 Математическая модель устойчивого развития предприятия по индикатору «Выход годной продукции»

Траектория развития предприятия $G_1 = G_0 + gt^n$ по показателю G [шт.] – количество годной продукции в партии устанавливает его связь с такими параметрами, характеризующими деятельность предприятия, как:

S [$\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}}$] – совокупные ресурсы предприятия (трудозатраты) на выпуск годной продукции;

g [шт./час] – темпы выпуска годной продукции;

$v = g/t$ [шт./час²] – возможность предприятия изменить темпы выпуска годной продукции.

u [(руб.чел.час)/шт.] – нормированные совокупные ресурсы предприятия на выпуск одной единицы годной продукции. Параметр u – мера эффективности получения одной единицы годной продукции;

U [(руб.чел.)/час] = u [(руб.чел.час)/шт.] $\times v$ [шт./час²] – совокупные ресурсы предприятия в единицу времени, затрачиваемые на выпуск всего объема годной продукции предприятия.

Совокупные ресурсные возможности предприятия в статическом режиме S_n , т.е. в состоянии, характеризуемом постоянством количества годной продукции в партии в течение определенного времени, определяются количеством годной продукции G [шт.], нормированными совокупными ресурсами предприятия на выпуск одной единицы годной продукции $u \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right]$, темпами выпуска годной продукции $g \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}} \right]$, а также способностью и готовностью предприятия к их изменению $v \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}^2} \right]$:

$$S_n \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right] = u \left[\frac{\text{чел.час.шт.}}{\text{руб.}} \right] v \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}^2} \right] G \left[\text{шт.} \right] \quad (25)$$

Величина дополнительных ресурсов для изменения выхода годной продукции от некоторого значения G_0 до G_1 по линейной или нелинейной траектории развития оценивается следующим образом.

$$\delta S_v = U dG = uv \Delta G = u \frac{g}{t} d(gt) , \quad (26)$$

где δQS_v – требуемое увеличение ресурсных возможностей предприятия для увеличения выхода годной продукции в партии на dG [шт.], $U \left[\frac{\text{чел.шт.}}{\text{час}} \right] = u \left[\frac{\text{чел.час.руб.}}{\text{шт.}} \right] v \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}^2} \right]$ – совокупные ресурсы предприятия в единицу времени, затрачиваемые на выпуск годной продукции предприятия.

Объем трудозатрат на увеличение годной продукции в партии до G [шт.] в результате интегрирования выражения (26) и с учетом того, что

$v = \frac{g}{t}$, а $G = gt$, за время t составит:

$$S_v = \int ugdG = \int u \frac{g}{t} d(gt) = u \int g dg = \frac{1}{2} ug^2 \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right] , \quad (27)$$

где $S_v \left[\frac{\text{руб.чел.шт.}}{\text{час}} \right]$ - производственные возможности предприятия по изменению выхода годной продукции предприятия до G_1 штук в партии, оцениваемые по ресурсам предприятия в денежном эквиваленте в рублях [руб.], человеческим ресурсам в количестве сотрудников [чел.], темпам производства годной продукции $g \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}} \right]$ и возможности предприятия по изменению (увеличению) темпов выпуска годной продукции предприятия $v \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час}^2} \right]$.

Общие ресурсные возможности предприятия S_Σ в каждой точке траектории его развития по увеличению выхода годной продукции включают в себя как S_n - ресурсные возможности предприятия по выходу годной продукции при работе по линейной траектории, т.е. без ускорения, так и S_v – ресурсные возможности динамического нелинейного изменения траектории развития:

$$S_\Sigma = S_n + S_v = uvG + \frac{1}{2} ug^2 \quad (28)$$

Необходимы для развития предприятия темпы выхода годной продукции g_1 для увеличения выхода годной продукции с G_0 до G_1 за время с t_0 до t^1 без изменения параметра $u \left[\frac{\text{чел.час.руб.}}{\text{шт.}} \right]$ – нормированных совокупных ресурсов предприятия, определяется в результате совместного преобразования следующих соотношений:

$$G_1 = G_0 + g_1 t^n \tag{29}$$

$$uvC_0 + \frac{1}{2}ug_1^2 = ugC_1, \tag{30}$$

где $v = \frac{g_1 - g_0}{g^n - g_0}$ - способность предприятия к изменению темпов получения прибыли с g_0 до g_1 за время $(t^n - t_0)$.

В результате преобразования (29) и (30) выражение для нормированных затрат ресурсов на увеличение выхода годной продукции, необходимых для развития предприятия без изменения параметра u принимает вид:

$$\bar{g}_1 = \left(\frac{\bar{G}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1}\right) \frac{G_0}{t_0} + \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{G}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1}\right) \frac{G_0}{t_0}\right]^2 + 2 \left[\left(\frac{\bar{G}_1 - 1}{\bar{t}^n - 1}\right) \frac{G_0}{t_0}\right] g_0}, \tag{31}$$

где $\bar{G}_1 = \frac{G_1}{G_0}$, $\bar{t}^n = \frac{t^n}{t_0}$

Соотношение (31) и представленные на рис.11 графики зависимости изменению темпов выпуска годной продукции с g_0 до g_1 позволяют рассчитывать и определять возможность и обоснованность темпов развития предприятия по параметру «Выход годной продукции».

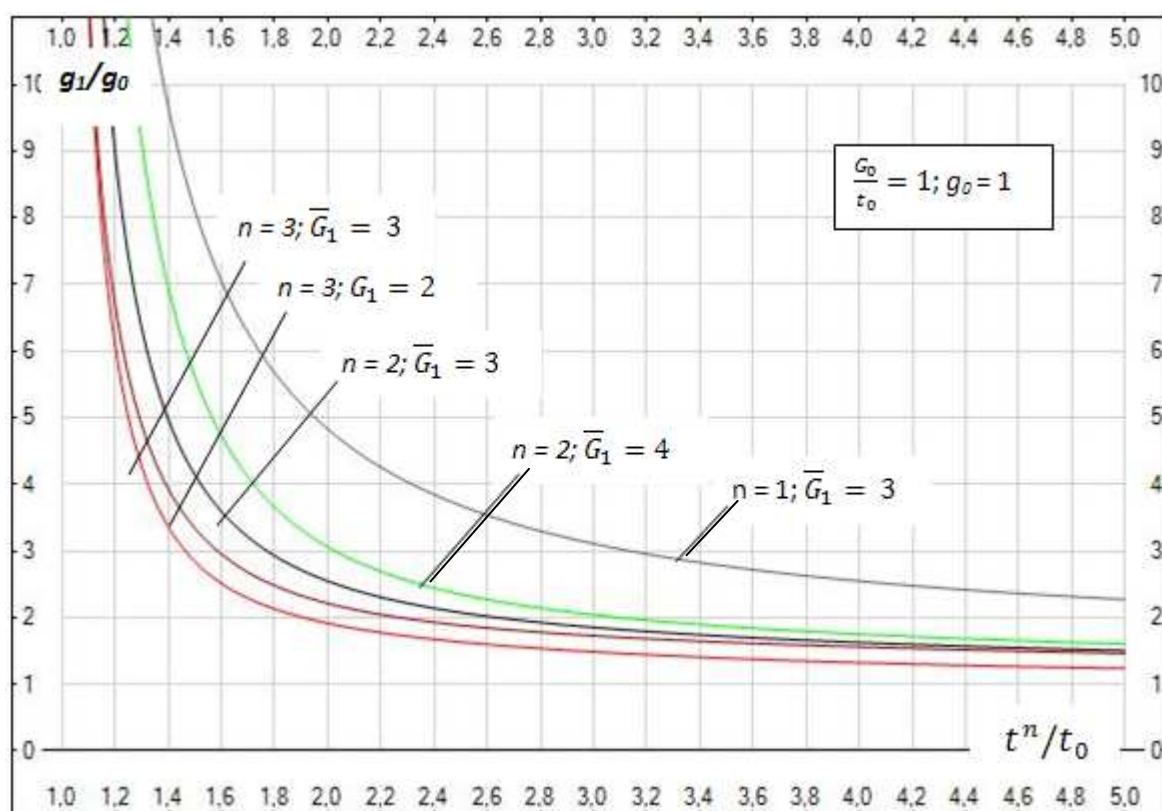


Рис. 11. Зависимость необходимых темпов выпуска годной продукции для обеспечения его устойчивого развития по индикатору «Выход годной продукции»

Нормированные совокупные ресурсы предприятия u , необходимые для развития предприятия и увеличения выхода годной продукции с G_0 до G_1 за время с t_0 до t^n без изменения темпов выпуска годной продукции g_0 определяется следующим соотношением, получаемым из (29) и (30):

$$\bar{f} = \frac{f_1}{f_0} = \frac{(t^n - 1)}{(1 + \bar{N}_1)} \quad (32)$$

Графики зависимости $\frac{f_1}{f_0}(t^n)$ (рис.12) указывают на сроки возможного достижения установленного увеличения выхода годной продукции при различных траекториях развития (задаваемых значением параметра нелинейности n), а также необходимую степень увеличения совокупных ресурсов предприятия для получения заданного значения выхода годной продукции \bar{G}_1 .

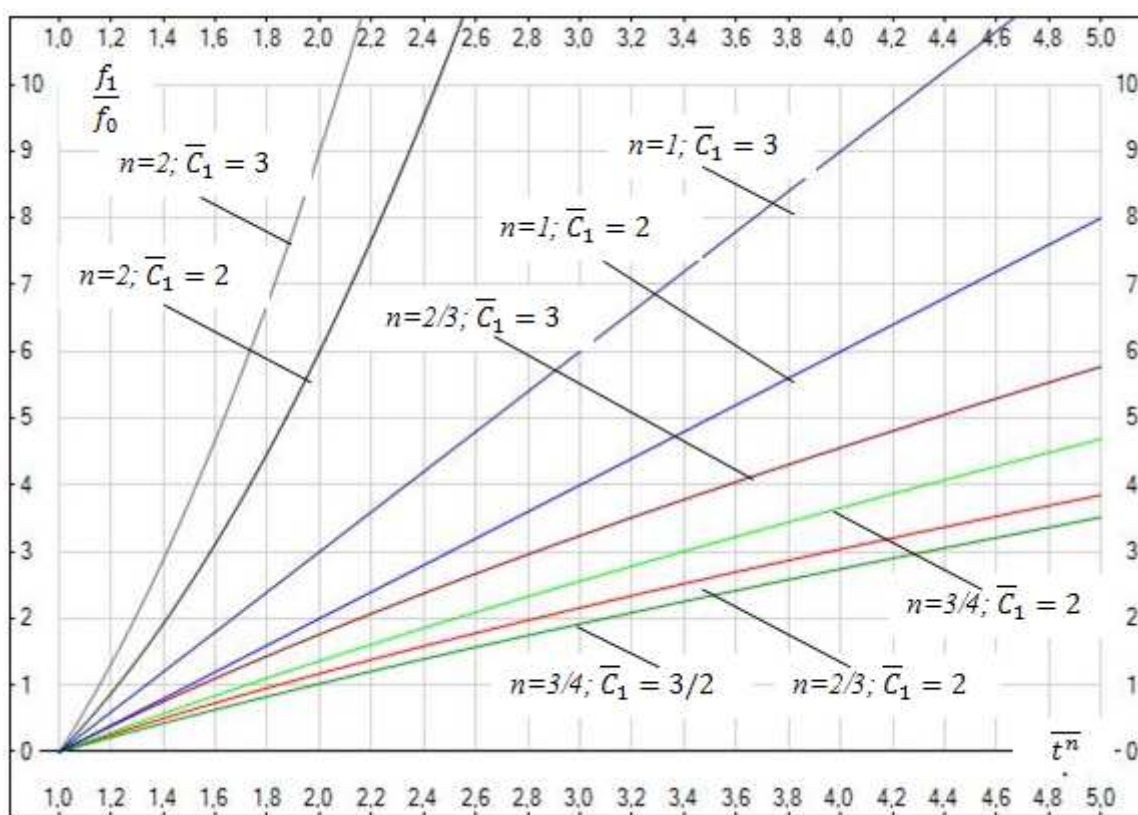


Рис. 12. Зависимость необходимого изменения нормированных совокупных ресурсов предприятия для обеспечения заданных темпов его развития по показателю «Выход годной продукции»

Из соотношений (29) и (30) взаимосвязь параметра $u \left[\frac{\text{чел.час.руб.}}{\text{шт.}} \right]$ — нормированных совокупных ресурсов предприятия и темпов выхода годной продукции $g \left[\frac{\text{шт.}}{\text{час.}} \right]$, нормированными по их начальным значениям u_0 и g_0 , соответствующим началу анализа деятельности предприятия и его развитию по выбранной траектории, устанавливается следующей зависимостью:

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{2g_1 - 1} \quad (32)$$

Степень изменения соотношения «совокупные нормированные ресурсы предприятия» - «темпы выхода годной продукции» для развития предприятия по третьему варианту - путем одновременного повышения и темпов выхода годной продукции и совокупных ресурсов предприятия показывает график зависимости $\frac{u_1}{u_0}(\bar{g}_1)$ (рис.13).

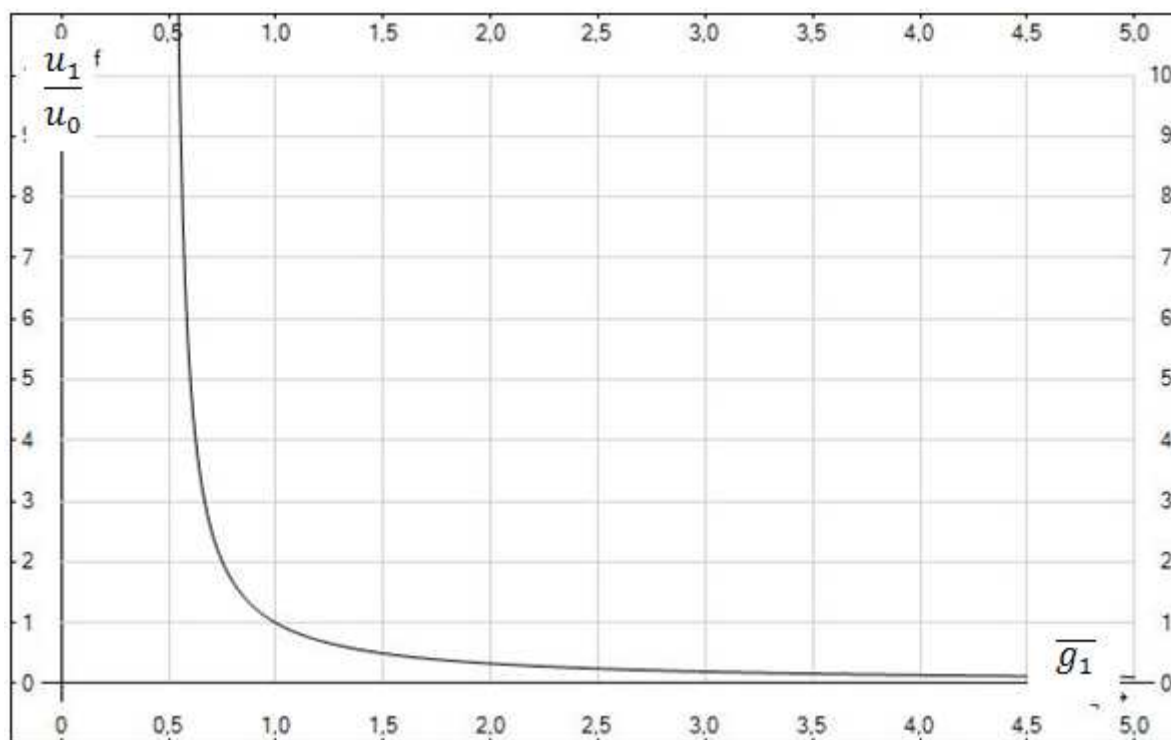


Рис. 13. Взаимосвязь нормированных совокупных ресурсов предприятия и темпов выпуска годной продукции для обеспечения развития предприятия по параметру «Выход годной продукции»

Представленная математическая модель вариативна и позволяет устанавливать зависимости самых различных показателей деятельности предприятия и его подразделений, видов деятельности с различными факторами внешней и внутренней среды, являясь объективным средством анализа, прогнозирования и планирования деятельности предприятия по различным траекториям развития.

Заключение

Основные результаты настоящей работы - разработанные подходы и методология формирования математических моделей устойчивого развития предприятия с использованием различных параметров-индикаторов его деятельности. Представлены аналитические выражения для возможных траекторий развития предприятия и сформулирован количественный критерий устойчивости развития. По предложенной методологии разработаны математические модели деятельности предприятия для различных индикаторов-показателей эффективности деятельности и устойчивости развития.

Практическая значимость результатов настоящей работы состоит в том, что методологический подход и разработанные модели дают возможность обоснованно с учетом возможностей предприятия прогнозировать и планировать свое развитие и обеспечение конкурентоспособности, выбирать траекторию развития, разрабатывать стратегию своего развития на ос-

нове соотношений, устанавливающих детерминированную взаимосвязь внешних параметров-индикаторов устойчивого развития предприятия с его внутренними параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидорин А.В., Макарова Н.С. Модель и функции системы менеджмента устойчивого развития предприятия // Современные исследования социальных проблем (электронный научный журнал). – 2012. - №4(12), www.sisp.nkras.ru.
2. Николаев В.Е. Система менеджмента устойчивого развития организации // Вестник качества. – 2008. – № 4. – С. 11–16.
3. Николаев В.Е. Жизненные циклы системы менеджмента устойчивого развития // Вестник качества. – 2009. – № 4. – С. 13–18.
4. Николаев В.Е., Кузьмина Е.И., Николаев В.В. Сертификация систем менеджмента устойчивого развития // Вестник качества. – 2010. – № 1. – С. 20–27.
5. Николаев В.Е., Кузьмина Е.И., Николаев В.В. Инновации – обгонять, не догоняя: система менеджмента устойчивого развития предприятий оборонной отрасли // Вестник качества. – 2011. – № 2. – С. 40–49.
6. Сидорин В.В. Система менеджмента устойчивого развития предприятий оборонно-промышленного комплекса, часть 1 // Методы менеджмента качества.- 2012. - №1, с.14-17.
7. Сидорин В.В. Система менеджмента устойчивого развития предприятий оборонно-промышленного комплекса, часть 2 // Методы менеджмента качества. - 2012 №2, с.16-22.