

**Смирнов Иван Иванович**

Smirnov Ivan

Ростовский государственный строительный

Federal public budgetary educational institution of higher education

Rostov state building university

Доцент/Associate Professor

E-mail: iis1@rambler.ru

**Захарова Кристина Вадимовна**

Zaharova Kristina

Студентка/student

E-mail: ZkristinaZ@yandex.ru

## **Динамика объектов с энергопоглощающими экранами**

### **Dynamics of objects with power absorbing screens**

**Аннотация:** Рассмотрен общий подход к созданию математической модели колебательных движений объектов с учетом упругопластического деформирования и способности защитного экрана частично восстанавливать свою форму. На основе предложенной схемы нагружения объекта и диаграммы деформирования материала энергопоглощающего экрана получена система уравнений движения объекта с защитным упругопластическим экраном

**The Abstract:** The general approach to creation of mathematical model of oscillating motions of objects taking into account uprugoplastichesky deformation and ability of the filter partially is considered to restore the form. On the basis of the offered scheme of loading of object and the chart of deformation of a material of the power absorbing screen the system of the equations of movement of object with the protective uprugoplastichesky screen is received

**Ключевые слова:** Динамическая нагрузка, упругопластическая деформация, диаграмма деформирования, энергопоглощение

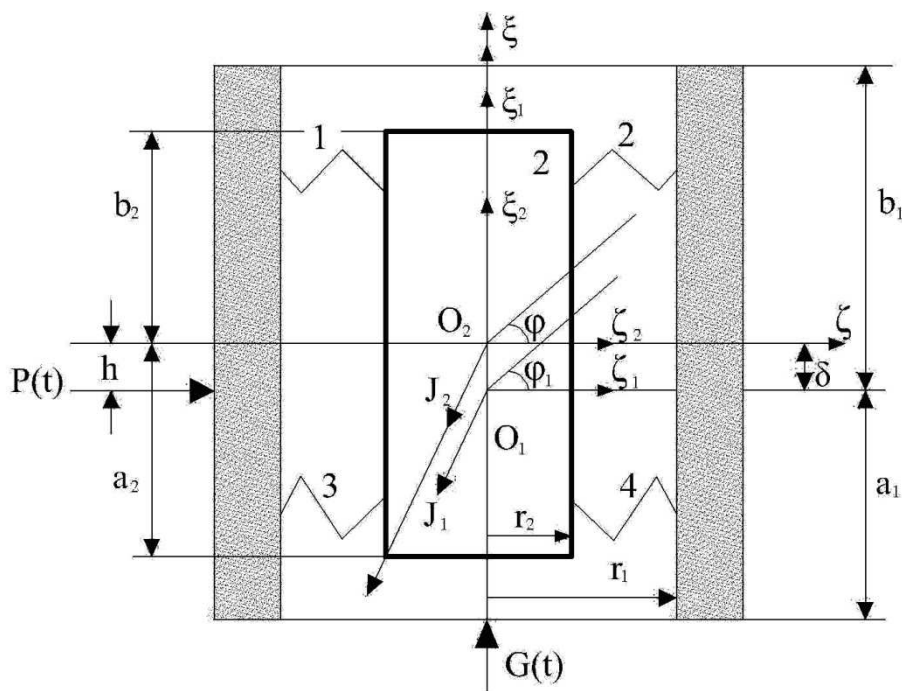
**Keywords:** Dynamic loading, uprugoplastichesky deformation, deformation chart, power absorption

\*\*\*

В настоящее время для защиты различных объектов от динамических и ударных воздействий все чаще используются упругопластические энергопоглощающие экраны. Большинство работ, посвященных динамическим расчетам таких объектов, ограничиваются изучением их динамики на стадии активного нагружения [2, стр. 215]. Однако при деформировании пролоек объект получает значительные остаточные деформации [1, стр. 62, 129].

В статье предложена математическая модель колебательных движений объектов с учетом упругопластического деформирования и способности защитного экрана частично восстанавливать свою форму.

Расчетная схема объекта, защищаемого энергопоглощающим экраном, чаще всего может быть представлена в виде двух твердых тел (1 и 2) цилиндрической или иной формы с размещенным между ними экраном (упругопластические элементы 1, 2, 3, 4)

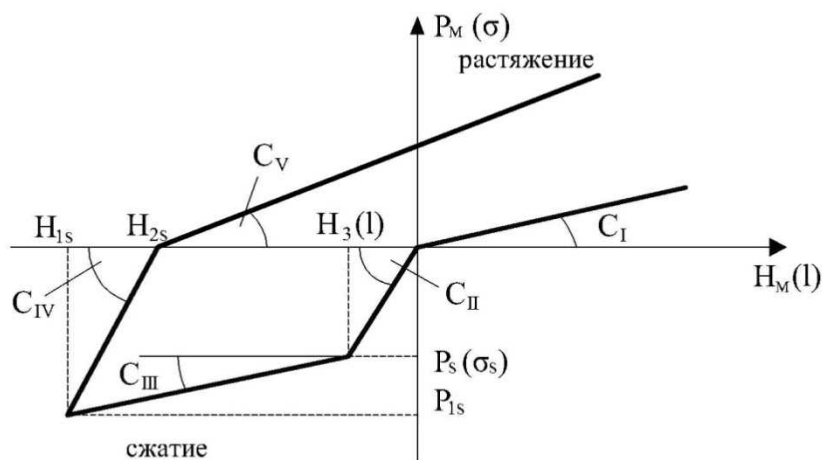


**Рис. 1.** Расчетная схема объекта

С центром масс защищаемого тела (точка  $O_2$ ) связана система координат  $\xi_2 O_2 \zeta_2$ , а с центром масс первого тела (точка  $O_1$ ) – система  $\xi_1 O_1 \zeta_1$

Кроме того, на расчетной схеме показаны направления действия и координаты приложения (относительно  $O_2$ ) внешней нагрузки  $P(t)$ , действующей на экранирующую конструкцию, а также размеры тел ( $a_1, b_1, r_1, a_2, b_2, r_2$ ) и их моменты инерции  $J_1$  и  $J_2$ .

Диаграмма деформирования заполнителя экрана аппроксимирована кусочно-линейной функцией, представленной на (рис. 2).



**Рис. 2.** Диаграмма деформирования заполнителя энергопоглощающего экрана

На основе уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dq_k} \right) - \frac{dT}{dq_k} + \frac{d\Pi}{dq_k} + \frac{d\Phi}{dq_k} = \frac{\delta A}{\delta q_k}, \quad (1)$$

где T - кинетическая энергия системы твердых тел;

Π - потенциальная энергия упругих сил энергопоглощающего слоя;

Φ - диссипативная функция, характеризующая потери энергии в демпфирующих элементах экрана под воздействием сил сопротивления:

$$\frac{\delta A}{\delta q_k} = Q_k$$

- обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате q<sub>k</sub>;

δA - элементарная работа внешних сил;

q<sub>k</sub> - обобщенная координата q<sub>1</sub> = ζ<sub>1</sub>; q<sub>2</sub> = ζ<sub>2</sub>; q<sub>3</sub> = φ<sub>1</sub>; q<sub>4</sub> = φ<sub>2</sub>;

получим уравнение для определения величин перемещений твердых тел и деформаций прослойки.

Кинетическая энергия системы равна

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 [M_i \times V_i^2 + J_i^2 \times \varphi^2] \quad (2)$$

где V<sub>i</sub> - скорости центров масс твердых тел;

φ - угловые скорости в системе подвижных осей;

J<sub>i</sub> - моменты инерции твердых тел.

При расчете потенциальной энергии и работы внешних сил на пластических деформациях заменим податливую прослойку системой дискретных элементов.

В случае диаграммы деформирования (рис. 2) они будут определяться следующим образом:

- потенциальная энергия

$$\Pi = \sum_{i,j=1}^{m,n} \Pi_{i,j}$$

при растяжении

$$\Pi_{ij} = \frac{r_1^2 - r_2^2 l}{4} \cdot \Delta x \cdot \Delta \alpha \cdot E_{1ij} \cdot e_{ij}$$

при сжатии

$$\Pi_{ij} = \frac{r_1^2 - r_2^2 l}{4} \cdot \Delta x \cdot \Delta \alpha \cdot E_{2ij} \cdot e_{ij}, \text{ если } |e_{ij}| < |e_{sj}|;$$

$$P_{ij} = \frac{r_1^2 - r_2^2 l}{4} \cdot \Delta x \cdot \Delta \alpha \cdot E_{4ij} \cdot (e_{ij} - es_{ij}), \text{ если } |e_{ij}| > |es_{ij}|;$$

при разгрузке

$$P_{ij} = \frac{r_1^2 - r_2^2 l}{4} \cdot \Delta x \cdot \Delta \alpha \cdot E_{3ij} \cdot e_{ij}.$$

- работа внешних сил

$$\delta A_{ij} = \frac{r_1^2 - r_2^2 l}{4} \cdot \Delta x \cdot \Delta \alpha \cdot E_{3ij} \cdot \delta e_{ij}. \quad (3)$$

Относительная деформация в этих выражениях определяется по формуле

$$e_{ij} = \frac{H_{ij} - H_{0ij}}{H_{0ij}}. \quad (4)$$

Начальное  $H_{0ij}$  и текущее  $H_{ij}$  значения расстояний между соответствующими точками определяются по следующим выражениям:

$$H_{0ij} = \sqrt{(\xi_{02ij} - \xi_{01ij})^2 + (\zeta_{02ij} - \zeta_{01ij})^2 + (\eta_{02ij} - \eta_{01ij})^2}$$

$$H_{ij} = \sqrt{(\xi_{2ij} - \xi_{1ij})^2 + (\zeta_{2ij} - \zeta_{1ij})^2 + (\eta_{2ij} - \eta_{1ij})^2} \quad (5)$$

где  $\xi_{0ij}$ ,  $\zeta_{0ij}$ ,  $\eta_{0ij}$  - координаты точек крепления элементов экрана к телам 1 и 2 в неподвижной системе координат в недеформированном состоянии;

$\xi_{ij}$ ,  $\zeta_{ij}$ ,  $\eta_{ij}$  - координаты точек крепления элементов экрана к телам 1 и 2 в неподвижной системе координат в деформированном состоянии;

$$i = \overline{1,2}; \quad j = \overline{1,4};$$

$r_1$  и  $r_2$  - радиусы цилиндров (твердых тел);

$\Delta x$  и  $\Delta \alpha$  - шаги разбиения окружной длины и координаты первого цилиндра;

$E_{1ij}$ ,  $E_{2ij}$ ,  $E_{3ij}$ ,  $E_{4ij}$  - модули упругости материала экрана для соответствующих участков разбиения диаграммы деформирования (рис. 2);

$e_{ij}$  - деформации слоя;

$es_{ij}$  - деформации, соответствующие пределу текучести;

$\sigma_s$  - предел текучести;

$m$  - число точек разбиения координаты второго тела;

$n$  - число точек разбиения окружной координаты первого тела.

Подставляя полученные выражения для кинетической и потенциальной энергий, а также работы внешних сил в уравнение (1) и, производя промежуточные преобразования, полу-

чим следующую систему уравнений движения объекта с защитным упругопластическим экраном:

$$M_1 \cdot \ddot{\zeta}_1 + \sum_{j=1}^4 C_j (\zeta_1 - \zeta_2) - \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j (\phi_1 - \phi_2) = \sum_{j=1}^4 \sigma_{sj} \cdot S_j + P(t);$$

$$M_2 \cdot \ddot{\zeta}_2 + \sum_{j=1}^4 C_j (\zeta_2 - \zeta_1) - \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j (\phi_2 - \phi_1) = \sum_{j=1}^4 \sigma_{sj} \cdot S_j + G(t);$$

$$J_1 \cdot \ddot{\phi}_1 + \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j^2 (\phi_1 - \phi_2) - \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j (\zeta_1 - \zeta_2) = - \sum_{j=1}^4 \sigma_{sj} \cdot S_j - \sum_{j=1}^4 P \cdot x_j;$$

$$J_2 \cdot \ddot{\phi}_2 + \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j^2 (\phi_2 - \phi_1) - \sum_{j=1}^4 C_j \cdot x_j (\zeta_2 - \zeta_1) = - \sum_{j=1}^4 \sigma_{sj} \cdot S_j,$$

$$C_j = E_j \frac{S_j}{H_{0ij}}$$

где  $H_{0ij}$  - жесткость дискретного элемента материала экрана;

$S_j$  - площадь поперечного сечения элемента экрана;

$P(t)$ ,  $G(t)$  - горизонтальная и вертикальная внешние нагрузки;

$C_j$ ,  $\sigma_{sj}$  - принимают значения в зависимости от области деформирования материала (в области упругих деформаций  $\sigma_{sj} = \sigma_s$ ;

$\gamma = \phi_1 - \phi_2$  - абсолютная угловая деформация демпфирующей прослойки;

$e = \zeta_1 - \zeta_2$  - абсолютная линейная деформация демпфирующего слоя.

Полное исследование динамики объекта и оценка эффективности энергопоглощающего экрана может быть проведена только численными методами. Основная трудность таких расчетов заключается в учете физической нелинейности материала экрана для каждого отдельно взятого элемента экрана. Решая полученную систему уравнений для определенных моделей, описывающих работу энергопоглощающих элементов экрана, можно исследовать влияние различных факторов на динамическое поведение защищаемого объекта и деформирование упругопластического экрана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Глушков Г.И. Расчет сооружений, заглубленных в грунт. - М.: Госстройиздат, 1977, 295 с.
2. Динамический расчет зданий и сооружений / Барштейн М.Ф., Ильичев В.А., Корнев Б.Г. и др // Под ред. Б.Г.Корневой и И.М. Рабиновича. - М.: Стройиздат, 1984., 303 с.