

**Овчинников Илья Игоревич**  
Ovchinnikov Ilya Igorevich  
ФБГОУ ВПО «Саратовский государственный  
технический университет имени Гагарина Ю.А.»  
Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin  
Доцент каф. «Транспортное строительство»  
Associate professor, Department of Transport Constructions  
E-mail: BridgeArt@mail.ru

## **Построение и идентификация модели деформирования и разрушения металлов, взаимодействующих с жидкометаллической средой**

Construction and identification of model of deformation and destruction of the metals cooperating with the liquid metal environment

**Аннотация:** В двух вариантах приводится модель деформирования материала, подвергающегося обезуглероживанию при контакте с жидкими металлами, используемыми в качестве теплоносителя в ядерных реакторах. Разработана методика идентификации данной модели по экспериментальным данным. С помощью специального программного комплекса произведена идентификация и получены коэффициенты модели. Построенная модель может использоваться для прогнозирования поведения элементов конструкций, взаимодействующих с жидкометаллическими средами.

**The Abstract:** In the two versions is a model of deformation of the material undergoing decarburization in contact with liquid metals, used as a coolant in nuclear reactors. The technique of identifying the model from experimental data is considered. Using a special software package made to identify and obtain the coefficients of the model. The constructed model can be used to predict the behavior of structural elements that interact with the liquid-metal environment

**Ключевые слова:** Моделирование, ползучесть, накопление повреждений, обезуглероживание, идентификация

**Key words:** Modeling, creep, damage accumulation, decarburization, identification

\*\*\*

### **Введение**

Интенсификация технологических процессов ряда отраслей новой техники предъявляет повышенные требования к надежности и долговечности элементов конструкций теплообменного оборудования, которые работают в жестких условиях длительного совместного воздействия механических нагрузок, высокой температуры и агрессивных рабочих сред. Такими агрессивными рабочими средами могут быть жидкометаллические теплоносители, контакт которых с металлом теплообменников вызывает наведенную и изменяющуюся с течением времени неоднородность материала по толщине стенки конструкции, связанную с ухудшением характеристик кратковременной и длительной прочности и ползучести, что в конечном итоге приводит к изменению напряженно-деформированного состояния (НДС) и значительному сокращению срока службы конструкции.

Стандартные методики расчета конструктивных элементов, взаимодействующих с жидкометаллической средой, обычно основываются на использовании характеристик материала, определенных для их доэксплуатационного состояния, а учет влияния агрессивной жидкометаллической среды сводится к введению коэффициентов запаса. Такой подход не позволяет отразить реальное поведение конструктивных элементов в процессе эксплуатации и дать достаточно верную оценку работоспособности и срока службы.

В связи с этим исследования представляют интерес исследования, посвященные моделированию процессов деформирования и разрушения элементов конструкций, взаимодействующих с жидкометаллической средой.

## 1. Основные соотношения модели

Рассмотрим основные соотношения математической модели, описывающей взаимодействие сталей перлитного класса с жидким натрием. При построении модели была принята следующая упрощенная картина явлений, протекающих при работе конструктивного элемента в жидком натрии. При одновременном присутствии элементов из аустенитных и перлитных сталей в контуре системы перлитные стали постепенно обезуглероживаются, в результате чего содержание углерода в конструктивном элементе с течением времени изменяется, уменьшаясь по направлению к поверхности, контактирующей с натрием. Если элемент конструкции находится в напряженном состоянии, то в нем протекают процессы ползучести, релаксации и накопления повреждений. Обезуглероживание сильно влияет на кинетику этих процессов, ускоряя их. В случае, когда элемент конструкции находится в горячей зоне контура, имеет место термический перенос массы, приводящий к разрыхлению поверхности и уменьшению толщины элемента. Такая упрощенная физическая модель позволяет воспользоваться для построения математической модели методами механики сплошной среды, в частности, теорией структурных параметров Ю.Н. Работнова [1], При этом состояние и поведение моделей будет характеризоваться не только механическими, но и физико-химическими параметрами [2, 3]. Следуя [1] в систему определяющих параметров были включены: напряжение  $\sigma$  деформация  $\epsilon$ , температура  $T$ , параметр поврежденности  $\Pi$ , а также дополнительный параметр, характеризующий интенсивность воздействия жидкометаллической среды на характеристики ползучести и длительной прочности в различных точках по толщине конструктивного элемента. Эксперименты свидетельствуют, что изменение указанных характеристик коррелирует с изменением концентрации углерода, поэтому в качестве дополнительного параметра оказалось возможным принять концентрацию  $C$  углерода в точке конструкции. Закон распределения концентрации углерода по объему конструктивного элемента находится из решения уравнения диффузии. Причем коэффициент диффузии углерода  $D$  в материале будет зависеть от уровня напряжений, поврежденности и температуры в рассматриваемой точке.

При построении модели были учтены следующие эффекты:

- а) обезуглероживание приводит к ускорению ползучести;
- б) на кривых ползучести могут наблюдаться все три стадии ползучести (неустановившаяся, установившаяся и ускоренная);
- в) обезуглероживание приводит к увеличению деформации при разрушении для одного и того же уровня напряжений;
- г) увеличение уровня напряжений снижает эффект увеличения скорости ползучести от обезуглероживания;

д) можно допустить, что обезуглероживание приводит к смещению и повороту кривых  $P^*(\sigma)$ , где  $P^*$  предельная деформация ползучести;

е) обезуглероживание приводит к значительному сокращению долговечности;

ж) можно допустить, что обезуглероживание приводит к параллельному смещению кривых длительной прочности в логарифмических координатах.

При описании поведения материала с учетом влияния обезуглероживания полагалось, что полная деформация  $\varepsilon$  складывается из упругой и деформации ползучести  $p$ :

$$\varepsilon = \sigma/E + p, \quad (1)$$

где  $E(C)$  – модуль упругости, величина которого зависит от содержания  $C$  углерода в материале. Уравнения ползучести принимались в виде, описывающем все три стадии ползучести:

$$\frac{dp}{dt} = A \cdot p^{-\alpha} \cdot \left(\frac{\sigma}{1 - \mu \cdot \Pi}\right)^k, p(0) = 0, p(t_p) = p^*; \quad (2)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B \cdot \sigma^n}{(1 - \Pi)^{n+S}}, \Pi(0) = 0, \Pi(t_p) = 1; \quad (3)$$

Здесь  $t_p$  – время до разрушения;  $A, \alpha, k, B, n, S, \mu$  – коэффициенты,  $\Pi$  – параметр поврежденности.

Влияние обезуглероживания на кинетику деформирования и разрушения учитывалось зависимостью коэффициентов уравнений (2) и (3) от концентрации углерода. Интегрированием (2) и (3) при значениях коэффициентов, соответствующих определенному уровню  $C$  и  $\sigma = \text{const}$  получаются уравнение ползучести:

$$P = \left(\frac{A \cdot (\alpha + 1) \cdot \sigma^{k-n}}{B \cdot (n + S + 1 - K)}\right) \cdot \left(1 - (1 - B \cdot (n + S + 1) \cdot \sigma^n \cdot t)^{\frac{n+S+1-K}{n+S+1}}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (4)$$

и уравнение накопления повреждений:

$$\Pi = 1 - (1 - B \cdot (n + S + 1) \cdot \sigma^n \cdot t)^{\frac{1}{n+S+1}}. \quad (5)$$

Подставляя условия  $p(t_p) = p^*$  и  $\Pi(t_p) = 1$  в (4) и (5), получим уравнение кривой длительной прочности:

$$t_p = 1 / (B \cdot (n + S + 1) \cdot \sigma^n), \quad (6)$$

зависимость деформации при разрушении от напряжения:

$$p^* = (A \cdot (\alpha + 1) \cdot \sigma^{k-n} / (B \cdot (n + S + 1 - k)))^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (7)$$

Явный вид зависимостей коэффициентов  $A(C), B(C), \alpha(C), k(C), n(C), S(C)$ , а также  $E(C)$  определяется по их значениям, найденным с помощью формул (4), (6), (7) по опытным данным для материала с разными уровнями  $C$ . Предварительный анализ показал, что указанный

способ моделирования оказался сложным, так как потребовал значительного количества экспериментальных данных.

Иной подход к учету влияния обезуглероживания на процессы деформирования и разрушения заключается в использовании подобия кривых ползучести и длительной прочности материала при разных концентрациях углерода и уровнях напряжений. Это позволило представить основные соотношения, описывающие поведение материала в виде:

$$\frac{dp}{dt} = A_{\varphi} \cdot p^{-\alpha_0} \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\mu \cdot \Pi}\right)^{k_0}, p(0) = 0, p(t_p) = p^* \quad (8)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B_{\psi} \cdot \sigma^{n_0}}{(1-\Pi)^{n_0+S_0}}, \Pi(0) = 0, \Pi(t_p) = 1, \quad (9)$$

где

$$A_{\varphi} = A_0 \cdot \varphi^{k_0} \quad (10)$$

$$B_{\psi} = B_0 \cdot \psi^{n_0} \quad (11)$$

Здесь индекс "0" соответствует значениям коэффициентов для материала в исходном (необезуглероженном) состоянии;  $\varphi(C)$ ,  $\psi(C)$  – некоторые функции, учитывающие влияние уровня обезуглероживания на ползучесть и накопление повреждений, причем  $\varphi > 1$ ,  $\psi > 1$ . Интегрируя (8) и (9) при  $\sigma = \text{const}$  и постоянных значениях коэффициентов и используя условия  $p(t_p) = p^*$ ,  $\Pi(t_p) = 1$  по аналогии с (6) и (7), получим:

$$t_p = 1 / (B_{\psi} \cdot (n_0 + S_0 + 1) \cdot \sigma^{n_0}), \quad (12)$$

$$p^* = (A_{\varphi} \cdot (\alpha_0 + 1) \cdot \sigma^{k_0 - n_0} / (B_{\psi} \cdot (n_0 + S_0 + 1 - k_0)))^{\frac{1}{\alpha_0 + 1}}. \quad (13)$$

## 2. Идентификация модели деформирования и разрушения

Для идентификации расчетной модели необходимо определить, насколько предложенные выше зависимости позволяют описать основные эффекты деформирования и разрушения материала, которые характерны для экспериментальных данных, полученных при испытаниях в жидком металле, по сравнению с такими же данными, полученными при испытаниях в нейтральной среде.

Для этого прологарифмируем выражение (6):

$$\ln t_p = -\ln B - \ln(n + S + 1) - n \cdot \ln \sigma \quad (14)$$

Видно, что если коэффициент  $B$  однозначно определяется зависимостью от концентрации углерода, то это приводит к параллельному смещению кривой длительной прочности, построенной в логарифмических координатах. То же самое показывают графические зависимости, построенные по экспериментальным данным.

Перепишем зависимость (7), описывающую кривую длительного деформирования в виде:

$$p^* = (A/B)^{\frac{1}{\alpha+1}} \cdot (((\alpha+1) \cdot \sigma^{k-n}) / (n+S+1-k))^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (15)$$

Видно, что в случае зависимости коэффициентов  $A = A_0 \cdot \varphi^n$ ,  $B = B_0 \cdot \varphi^k$  (здесь  $\varphi = \varphi(C)$  - функция влияния концентрации углерода) при  $n \neq k$ , получаем смещение и поворот графика зависимости деформации ползучести при разрушении от напряжения. Это характерно и для графиков рассматриваемой зависимости, построенных по экспериментальным данным.

Для практического использования данной модели необходимо определить численные значения шести коэффициентов  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $S$ , описывающих деформирование и разрушение необезуглероженного материала; вид каждой из зависимостей  $E=E(C)$ ,  $A=A(C)$ ,  $B=B(C)$  с входящими в эти зависимости коэффициентами; коэффициент диффузии углерода  $D$  в конструкционном металле.

Для определения коэффициентов  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $S$  будем пользоваться следующей методикой. Необходимый набор экспериментальных данных включает несколько статистически определенных кривых ползучести, диаграмму длительной прочности и зависимость деформаций ползучести при разрушении  $p^*$  от напряжения  $\sigma$ .

Далее не останавливаясь на выводе формул для определения коэффициентов, приведем готовые выражения с необходимыми пояснениями.

Для определения коэффициента  $n$  используется следующее выражение:

$$n = \frac{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \ln t_{p_i} \cdot \sum_{i=1}^N \ln \sigma_i - \sum_{i=1}^N \ln t_{p_i} \cdot \ln \sigma_i}{\sum_{i=1}^N (\ln \sigma_i)^2 - \frac{1}{N} \cdot (\sum_{i=1}^N \ln \sigma_i)^2} \quad (16)$$

где  $N$  – число экспериментальных точек, взятых с кривой длительной прочности. Формула для нахождения коэффициента  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\sum_{l=1}^{M \cdot L \cdot L} y_l \cdot x_l}{\sum_{l=1}^{M \cdot L \cdot L} (x_l)^2} - 1, \quad (17)$$

где

$$x_l = \ln\left(\frac{p_{ij}}{p_{im}}\right), \quad (18)$$

$$y_l = \ln\left(\frac{t_{ij}}{t_{im}}\right). \quad (19)$$

Здесь правые части упорядочены по  $l = \overline{1, M \cdot L \cdot L}$  индекс-идентификатор  $j(m)$  точки, соответствующей  $i$ -ой кривой ползучести, причем  $j = \overline{1, L}$ ,  $m = \overline{1, L}$ ,  $i = \overline{1, M}$ .

Для определения коэффициента  $\alpha$  используются координаты  $L$  точек, снятых с начальных участков  $M$  опытных кривых ползучести, на которых эти участки ярко выражены.

Коэффициент  $K$  определяется из выражения:

$$K = n + \frac{\sum_{l=1}^{K \cdot K} r_l \cdot w_l}{\sum_{l=1}^{K \cdot K} (w_l)^2}, \quad (20)$$

где  $r_l = \ln(I_i^* / I_m^*)$ , (21)

$$w_l = \ln(\sigma_i / \sigma_m). \quad (22)$$

Здесь правые части упорядочены по  $l = \overline{1, K \cdot K}$  индекс-идентификатор точки опытной кривой  $p^*(\sigma)$ .

Величины  $I_i^*$  в (21) определяются с использованием  $K$  точек экспериментальной зависимости деформации при разрушении ( $p_i^*, i = \overline{1, K}$ ) от напряжения:

$$I_i^* = p_i^{*\alpha} / (\alpha + 1), \quad i = \overline{1, K}. \quad (23)$$

Для определения коэффициента  $S$  используются  $R$  опытных точек, снимаемых с участков перехода к ускоренной ползучести с каждой из  $M$  кривых ползучести. Коэффициент  $S$  определяется по формуле:

$$S = k \cdot \frac{\sum_{l=1}^{M \cdot R} (u_l)^2}{\sum_{l=1}^{M \cdot R} u_l \cdot (u_l - d_l)} - n - 1, \quad (24)$$

где  $u_l = \ln(1 - g \cdot \sigma_i \cdot t_{ij})$ , (25)

$$d_l = \ln(1 - I_{ij} / I_i^*). \quad (26)$$

а коэффициент  $g$ , входящий в выражение (25 2.58) дает связь между коэффициентами  $B_0, n, S$ :

$$g = B_0 \cdot (n + S + 1) \quad (27)$$

и определяется выражением

$$g = \exp\left(-\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \ln(t_{p_i} \cdot \sigma_i)\right). \quad (28)$$

Здесь  $N$  – число опытных точек снимаемых с кривой длительной прочности. Величина  $I_{ij}$  в (26) находится по формуле:

$$I_{ij} = p_{ij}^{\alpha+1} / (\alpha + 1). \quad (29)$$

Правые части выражений (25) и (26) упорядочены по  $l = \overline{1, MR}$ . Коэффициент  $B_0$  определяется по формуле:

$$B_0 = g / (n + S + 1). \quad (30)$$

Для определения коэффициента  $A_0$  используется выражение:

$$A_0 = (g - k \cdot B_0) \cdot \frac{\sum_{i=1}^k I_i^* \cdot \sigma^{k-n}}{\sum_{i=1}^k (\sigma_i^{k-n})^2} \quad (31)$$

Требуемая точность определения коэффициентов для описания экспериментальных кривых ползучести, длительной прочности и зависимости деформаций ползучести при разрушении от напряжения достигаются варьированием коэффициента  $\alpha$  и повторением всей цепочки вычислений.

Минимально необходимый набор экспериментальных данных для определения коэффициентов  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $S$  составляет: одну полную кривую ползучести при одном значении напряжения; значение времени разрушения и соответствующей ему деформации ползучести при другом напряжении.

При отсутствии прямых экспериментальных данных по влиянию содержания углерода на модуль упругости рассматриваемого класса сталей можно принять с достаточной для практических целей точностью:

$$E = \sigma_{0.2} / \varepsilon_{0.2} \quad (32)$$

Вид зависимости напряжения  $\sigma_{0.2}$  от концентрации углерода для рассматриваемых сталей известен [4] и для различных температур является линейной функцией концентрации углерода:

$$\sigma_{0.2} = a_0 + a_1(\%C) \quad (33)$$

где  $a_0$ ,  $a_1$  коэффициенты. Таким образом, полагая справедливым соотношение (32) и принимая во внимание зависимость (33), получим:

$$E(C) = b_0 + b_1(\%C) \quad (34)$$

$$\text{где} \quad b_0 = a_0 / \varepsilon_{0.2}, \quad b_1 = a_1 / \varepsilon_{0.2}$$

Вид функций  $\varphi(C)$  и  $\psi(C)$ , входящих в выражения (10) и (11) и учитывающих увеличение эффективного напряжения в уравнениях (2) и (3), можно найти, анализируя данные работы [5], из которых вытекает, что отношение пределов длительной прочности для материала с различной концентрацией углерода для различных температур близки к линейной зависимости от концентрации углерода. Пользуясь данными статьи [5] и полагая одинаковым вклад от влияния концентрации углерода на процессы деформирования и разрушения, ( $\varphi = \psi$ ), получим:

$$\Phi(C) = \psi(C) = 1/\chi(C), \quad (35)$$

где  $\chi(C)$  отношение предела длительной прочности для образцов с некоторой концентрацией  $C_1$  к пределу длительной прочности образцов с исходной (базовой) концентрацией  $C_0$ ,

$$\chi(C) = 1 - \gamma(C_0 - C_1). \quad (36)$$

Тогда с учетом выражений (10) и (11) получим следующий вид зависимостей  $A = A(C)$  и  $B = B(C)$ :

$$A = A_0 \cdot \chi(C)^{-k}, \quad (37)$$

$$B = B_0 \cdot \chi(C)^{-n}. \quad (38)$$

Коэффициент  $\gamma$ , входящий в выражение (36) легко определяется по экспериментальным данным работ [5]. Коэффициент диффузии углерода  $D$  в конструкционном металле при обезуглероживании в жидком натрии можно определить по зависимости работы [6].

Для проверки пригодности модели деформирования и разрушения обезуглероживающихся элементов конструкций необходимо произвести численные расчеты напряженно-деформированного состояния и долговечности круглых стержневых образцов, работающих в нейтральной и жидкометаллической среде и сопоставить их с результатами экспериментов.

Вычислительная часть методики идентификации реализована в виде комплекса программ.

Коэффициенты выражений (34), (35) и коэффициенты модели для аппроксимации экспериментальных данных статьи [5], приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Значения коэффициентов, определенных при идентификации модели

Вид аппроксимации кривых ползучести	$b_0$	$b_1$	$\gamma$	$A_0$	$B_0$	$\alpha$	$k$	$n$	$S$
С упрочнением	860	8600	0.28	$3.478 \cdot 10^{-30}$	$2.441 \cdot 10^{-21}$	1.416	14.559	8.233	7.701
Без упрочнения	–	–	–	$3.541 \cdot 10^{-24}$	$2.322 \cdot 10^{-21}$	0	10.851	8.233	8.523

**Вывод.** В двух вариантах приводится модель деформирования материала, подвергающегося обезуглероживанию при контакте с жидкими металлами, используемыми в качестве теплоносителя в ядерных реакторах. Разработана методика идентификации данной модели по экспериментальным данным. С помощью специального программного комплекса произведена идентификация и получены коэффициенты модели. Построенная модель может использоваться для прогнозирования поведения элементов конструкций, взаимодействующих с жидкометаллическими средами.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. - М.: Наука, 1966. - 752 с.
2. Овчинников И.Г., Петров В.В. Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами. - В кн.: Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. - Саратов, 1983 . - с. 3—11.
3. Павлина В.С., Попович В.В., Максимович Г.Г. К вопросу о методологии физико-химической механики материалов // Физико-химическая механика материалов. - 1980. - № 3. - с. 5-14.
4. Старков О.В., Трапезников Ю.М., Умняшкин Е.В. Сценка работоспособности конструкционных материалов в условиях переноса углерода в натриевом теплоносителе. - В кн.: "Вопросы судостроения". – серия "Металловедение". – Вып. 19. - ЦНИИ "Румб". – 1974. – с. 55-60.
5. Chopra O.K. Effects of sodium and lithium environments on mechanical properties of ferrous alloys. J of Nucl. Materials, 115, № 2-3, 1983, p. 223 -238.
6. Павлинов Л.В. Диффузия углерода в перлитной стали ЮХ2М. - Обнинск: ФЭИ, 1979. - 10 с.

*Данная работа выполнена в рамках работы над грантом РФФИ № 12-01-31130 Мол\_а "Нелинейные модели деформирования и методы определения долговечности элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами и полями".*