

Овчинников Илья Игоревич
Ovchinnikov Ilya Igorevich
ФБГОУ ВПО «Саратовский государственный
технический университет имени Гагарина Ю.А.»
Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin
Доцент каф. «Транспортное строительство»
Associate professor, Department of Transport Constructions
E-mail: BridgeArt@mail.ru

**Моделирование поведения стержневого элемента,
взаимодействующего с жидкометаллической средой**

Modeling of behavior of the rod element
cooperating with the liquid-metal environment

Аннотация: Рассматривается задача расчета стержневого конструктивного элемента находящегося в условиях ползучести и подвергающегося обезуглероживанию в жидкометаллической среде. Приведены основные расчетные соотношения, предложен и реализован алгоритм расчета, исследованы факторы, влияющие на устойчивость вычислительного процесса. Показано, что рассматриваемая в работе модель деформирования и разрушения стержневого элемента может использоваться для прогнозирования поведения одномерных конструктивных элементов, подвергающихся обезуглероживанию в жидкометаллической среде.

Abstract: We consider the problem of calculating the structural element of the rod is in the creep conditions and subjected to decarburization liquid metal environment. The basic ratio calculations, proposed and implemented algorithm, investigated the factors affecting the stability of the computational process. It is shown that under consideration in the model of deformation and fracture of the rod element can be used to predict the behavior of one-dimensional structural elements subjected to decarburization of liquid metal environment.

Ключевые слова: Ползучесть, накопление повреждений, жидкие металлы, расчет, долговечность стержень

Keywords: Creep and damage accumulation, liquid metals, calculation, bar longevity

Введение

При построении модели была принята следующая упрощенная картина явлений, протекающих при работе конструктивного элемента в жидкометаллических средах, в частности в жидком натрии. При одновременном присутствии конструктивных элементов из аустенитных и перлитных сталей в контуре системы охлаждения ядерного реактора перлитные стали постепенно обезуглероживаются, в результате чего содержание углерода в конструктивном элементе с течением времени изменяется, уменьшаясь по направлению к поверхности, контактирующей с натрием. Если элемент конструкции находится в напряженном состоянии, то в нем протекают процессы ползучести, релаксации и накопления повреждений. Обезуглероживание сильно влияет на кинетику этих процессов, ускоряя их. Такая физическая модель позволила

использовать для построения математической модели методы механики сплошной среды, в частности, теорию структурных параметров Ю.Н. Работнова.

Стержневые элементы используются в качестве испытательных образцов при опытах по определению характеристик длительной прочности и ползучести материалов, как в нейтральной, так и в жидкометаллической средах.

Постановка задачи. Рассмотрим расчет напряженно-деформированного состояния и долговечности стержня в жидкометаллической среде. Считаем, что стержень круглого поперечного сечения радиуса R предварительно прогрет до температуры T , затем к нему прилагается растягивающая сила N , после чего он помещается в жидкометаллическую среду. На этапе силового нагружения при $t = 0$ решается упругая задача: находится начальная упругая деформация ε .

В начальный момент времени, $t = 0$, напряжение и деформация определяются из выражений

$$\sigma = \frac{N}{\pi \cdot R^2}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} \quad (1)$$

где N - растягивающая сила, E_0 – модуль упругости необезуглероженного материала. Далее происходит процесс деформирования во времени, сопровождающийся обезуглероживанием материала стержня. Для начала вычислительного процесса необходимо ввести дополнительный этап расчета, в процессе которого возмущается граничная концентрация углерода. Необходимость этого этапа объясняется особенностью численного решения задачи диффузии, так как «мгновенное» установление граничного условия приводит к резкой неоднородности механических свойств материала по поперечному сечению стержня, из-за чего скорости деформирования в разных точках сечения существенно отличаются, в результате задача определения напряженно-деформированного состояния стержня становится неустойчивой. С аналогичными проблемами приходится сталкиваться при расчете конструкций, взаимодействующих и с другими агрессивными средами [1], где с целью их устранения также приходилось вводить этап установления граничного условия. Вычислительный эксперимент, проведенный при разработке описываемой здесь методики, выявил необходимость введения такого этапа для расчета стержневого элемента, обезуглероживающегося в жидком натрии. В данном случае уравнение диффузии имеет вид:

$$\frac{\partial(C_0 - C)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2(C_0 - C)}{\partial^2 r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(C_0 - C)}{\partial r} \right), \quad (2)$$

с начальным и граничным условиями

$$C_0 - C|_{t=0} = 0, \quad C_0 - C|_{r=R} = C_\infty = const, \quad (3)$$

где $C_0 - C$ характеризует потери концентрации углерода в точке элемента конструкции.

Для получения физических соотношений оказывается удобным использовать метод последовательных возмущений параметров [2]. За шаг по времени Δt полная деформация изменится на величину:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \cdot \Delta \sigma + \frac{\partial \varepsilon}{\partial E} \cdot \Delta E + \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \cdot \Delta p, \quad (4)$$

учитывая, что:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = \frac{1}{E}; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial E} = -\frac{\sigma}{E^2}; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} = 1$$

получим для приращения напряжения

$$\Delta \sigma = E \cdot (\Delta \varepsilon - \Delta p) + \frac{\sigma}{E} \Delta E. \quad (5)$$

Так как на этапе деформирования во времени приращение растягивающей силы не происходит, можно записать:

$$\Delta N = \int_F \Delta \sigma \cdot dF = 2\pi \cdot \int_0^R \Delta \sigma \cdot r \cdot dr = 0. \quad (6)$$

С учетом (5) имеем

$$\Delta \varepsilon = \frac{\left(\int_0^R E \cdot \Delta p \cdot r \cdot dr - \int_0^R \frac{\sigma}{E} \cdot r \cdot dr \right)}{\int_0^R E \cdot r \cdot dr}$$

(7)

В выражении (7) величина приращения деформации ползучести Δp определяется интегрированием уравнений

$$\frac{dp}{dt} = A \cdot p^{-\alpha} \cdot \left(\frac{\sigma}{1 - \mu \cdot \Pi} \right)^k, \quad p(0) = 0, \quad p(t_p) = p^*; \quad (8)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B \cdot \sigma^n}{(1 - \Pi)^{n+S}}, \quad \Pi(0) = 0, \quad \Pi(t_p) = 1; \quad (9)$$

Здесь t_p – время до разрушения; $A, \alpha, k, B, n, S, \mu$ – коэффициенты, Π – параметр поврежденности.

Влияние обезуглероживания на кинетику деформирования и разрушения учитывалось зависимостью коэффициентов уравнений (8) и (9) от концентрации углерода S .

При решении задачи Коши для уравнений ползучести и накопления повреждений возникает проблема вычисления правых частей уравнений, которые характеризуют напряженно-деформированное состояние элемента на данном временном шаге Δt и зависят от искомым функций p и Π , рассматриваемых на этом же шаге по времени. Для преодоления этой трудности, обычно предполагают, что в пределах временного интервала Δt правые части дифферен-

циальных уравнений практически стационарны. Это позволяет ограничиться итерационным алгоритмом решения задачи Коши, основанном на использовании простых явных и неявных схем интегрирования [3, 4]. Воспользовавшись способом, предложенным Н.Н.Калиткиным [3], преобразуем исходную систему (8), (9) так, чтобы разделить переменные; в результате получим:

$$p^\alpha \cdot dp = A \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\Pi}\right)^k \cdot dt, \quad (10)$$

$$(1-\Pi)^{n+S} \cdot d\Pi = B \cdot \sigma^n \cdot dt. \quad (11)$$

Далее, интегрируя (10) и (11) в пределах шага Δt на временном интервале $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ имеем:

$$\int_{P_i}^{P_{i+1}} p^\alpha \cdot dp = \int_{t_i}^{t_{i+1}} A \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\Pi}\right)^k \cdot dt, \quad (12)$$

$$\int_{\Pi_i}^{\Pi_{i+1}} (1-\Pi)^{n+S} \cdot d\Pi = \int_{t_i}^{t_{i+1}} B \cdot \sigma^n \cdot dt. \quad (13)$$

Как показали численные эксперименты, проведенные на предварительном этапе создания описываемой методики расчета, для получения сходящегося итерационного процесса, достаточно аппроксимировать интегралы в (12) и (13) простыми квадратурными формулами, самой простой из которых оказывается формула левых прямоугольников, приводящая к явной разностной схеме.

Изложенный подход налагает ограничение на величину шага по времени, поэтому будем использовать специальную процедуру выбора шага. Для этого задаем предельные величины изменения параметров поврежденности $\Delta\Pi_{\max}$ и деформаций ползучести ΔP_{\max} за один шаг по времени Δt по каждой из точек сетки, соответственно исходя из условий предельного изменения параметров Π и P :

$$\Delta t_{\Pi_i} = \frac{(1-\Pi_{i-1})^{n+S} \cdot \Delta\Pi_{\max}}{B_{i-1} \cdot \sigma_{i-1}^n}, \quad (14)$$

$$\Delta t_{P_i} = \frac{(1-\Pi_{i-1})^k \cdot P_{i-1}^\alpha \cdot \Delta P_{\max}}{A_{i-1} \cdot \sigma_{i-1}^k}. \quad (15)$$

При использовании явной схемы для решения уравнения диффузии необходимо также учесть ограничение на шаг по времени, налагаемое условием устойчивости разностной схемы.

Выражения (5), (7) и уравнение диффузии углерода с начальным и граничным условиями (2) составляют разрешающую систему.

Алгоритм расчета. На основе выше изложенного был разработан следующий алгоритм расчета:

1. В момент $t = 0$ производится силовое нагружение и определяются напряжение σ и деформация ϵ , задается начальный шаг по времени Δt .
2. Задается шаг возмущения граничной концентрации ΔC .
3. Решается уравнение диффузии, находится массив концентраций углерода C .
4. Рассчитываются коэффициенты $A(C)$ и $B(C)$ модели (8), (9).
5. Решаются уравнения ползучести (8) и накопления повреждений (9) с использованием формул (12) и (13), после чего по формулам:

$$\Delta p_i = p_i - p_{i-1}, \quad \Delta \Pi_i = \Pi_i - \Pi_{i-1}$$

находятся массивы приращений деформаций ползучести и приращений поврежденностей.

6. Производится проверка по каждой из точек разбиения выполнения условий

$$\Delta p_i \leq \Delta p_{\max}, \quad (16)$$

$$\Delta \Pi_i \leq \Delta \Pi_{\max}. \quad (17)$$

В случае их невыполнения шаг Δt уменьшается и происходит возврат к шагу 3.

7. Определяется массив модулей упругости $E(C)$ и его приращение $\Delta E = E_i - E_{i-1}$.
8. Численным интегрированием находятся интегралы, входящие в выражение (7).
9. Определяется приращение полной деформации $\Delta \epsilon$ по формуле (7).
10. Из выражения (5) находится массив приращений напряжений $\Delta \sigma$.
11. Проверяется условие по ограничению относительных величин возмущений напряжений по каждой из точек дискретизации. В случае невыполнения шаг Δt уменьшается и производится возврат к шагу 3.
12. Находится массив напряжений σ по формуле $\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta \sigma$
13. Производится проверка на монотонность изменения поля напряжений. В случае невыполнения шаг Δt уменьшается и производится возврат к шагу 3.
14. Проверяются некоторые условия завершения программы и обработка прерываний. Делается подготовка к следующему шагу по времени и выбирается его величина по условиям (14) и (15) и условию устойчивости разностной схемы решения уравнения диффузии

$$\Delta t \leq \left(\frac{\Delta r^2}{4 \cdot D} \right)$$

15. Производится проверка установления граничных условий для уравнения диффузии, в случае достижения равновесного значения C_{∞} дальнейшие вычисления производятся с шага 3, иначе делается очередное возмущение граничного условия – на величину ΔC (шаг 2).

Описанный алгоритм реализован в виде программного комплекса, с использованием которого выполнена серия численных экспериментов.

Результаты расчета. Модель дает хорошее приближение к экспериментальной кривой ползучести и описывает в пределах разброса опытных данных время до разрушения и деформацию при разрушении, как в нейтральной среде, так и при обезуглероживании в жидком натрии (см. таблицу 1).

Таблица 1.

Сравнение результатов расчета стержня в нейтральной среде и жидком натрии с опытными данными

σ , МПа	на воздухе				в жидком натрии			
	$t_p^{эксп}$, час	$t_p^{расч}$, час	$P^{эксп}$, %	$P^{расч}$, %	$t_p^{эксп}$, час	$t_p^{расч}$, час	$P^{эксп}$, %	$P^{расч}$, %
100	890	870	34	33	750	730	40	44
80	5150	4970	24	26	3100	2930	34	36

Кривая ползучести для образца, испытанного в жидком металле лежит между кривыми ползучести для образцов, испытанных в нейтральной среде, но имеющих разную концентрацию ($C=C_0$ и $C=0,5C_0$), что соответствует гипотезе, заложенной при разработке модели. На рисунке 1 показаны профили концентрации углерода в различные моменты времени.

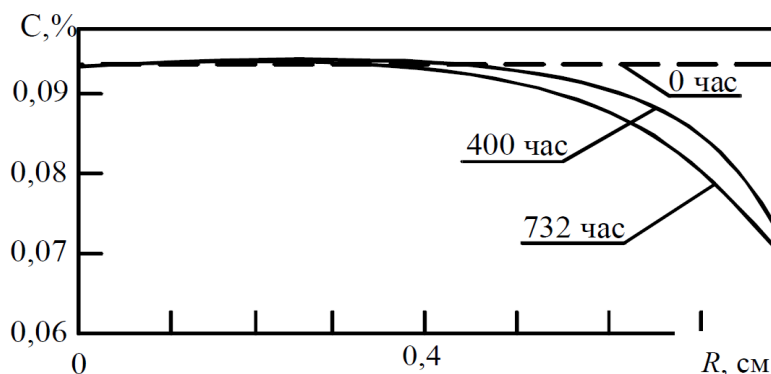


Рис. 1. Профили концентрации углерода по сечению стержня

Процесс обезуглероживания приводит к значительному перераспределению напряжений, причем напряжения в отдельных частях сечения могут вначале возрастать, а затем убывать. Это иллюстрирует рисунок 2.

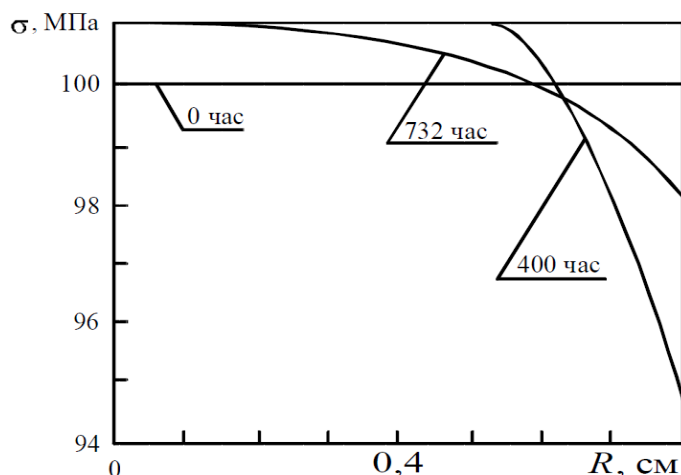


Рис. 2. Эпюры напряжений по сечению стержня в разные моменты времени

Расчеты показывают, что разрушение (достижение предельного уровня поврежденности) происходит в точке, лежащей в частично обезуглероженной зоне, причем напряжения в этой точке в момент разрушения не являются максимальными. Отсюда можно сделать вывод, что максимальные напряжения не могут выступать в роли критерия разрушения - важен весь процесс деформирования во времени и кинетика перераспределения напряжений из-за обезуглероживания. Также следует учитывать, что расчет по упрощенной методике (для механических характеристик, соответствующих осредненной концентрации углерода), оказывается некорректным, так как неоднородность распределения концентрации углерода по сечению стержня оказывает влияние до 12% и не в запас долговечности.

Вывод

Рассмотренная в работе модель деформирования и разрушения стержневого элемента может использоваться для прогнозирования поведения одномерных конструктивных элементов, подвергающихся обезуглероживанию в жидкометаллической среде, в частности в жидком натрии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Овчинников И.И., Наумова Г.А. Накопление повреждений в стержневых и пластинчатых армированных конструкциях, взаимодействующих с агрессивными средами. Волгогр. гос. архит. – строит. ун-т. Волгоград. Изд – во ВолгГАСУ. 2007. 272 с.
2. Овчинников И.Г., Петров В.В. Определение долговечности элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой //Строительная механика и расчет сооружений.- 1982.-№2.-с.13-18.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512 с.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 279 с.

Данная работа выполнена в рамках работы над грантом РФФИ № 12-01-31130 Мол_а "Нелинейные модели деформирования и методы определения долговечности элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами и полями".